

MARCO ANTONIO MEGGIOLARO

**MODELAGEM DE MANCAIS
HIDRODINÂMICOS NA SIMULAÇÃO DE
SISTEMAS ROTATIVOS**

Dissertação apresentada ao
Departamento de Engenharia
Mecânica da PUC/RJ como
parte dos requisitos para
obtenção do título de Mestre
em Engenharia Mecânica.

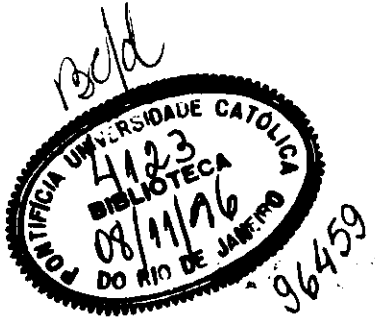
Orientador : Prof. Carlos Alberto de Almeida, Ph.D.

Departamento de Engenharia Mecânica

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Rio de Janeiro, 16 de agosto de 1996

uc-0006#441.5



621

M 497

TESEUE

A meus pais e à minha avó Irene

Os conhecimentos que se repartem são como o andaime que ajuda a construir o edifício do amor e da sabedoria, edifício que há de durar para sempre, inclusive quando os conhecimentos forem esquecidos.

Santo Agostinho - Epist. 55,21,39

Agradecimentos

- ao Prof. Carlos Alberto de Almeida, orientador da dissertação, pela amizade e pelo apoio e confiança depositados
- aos Engs. Hélio Ricardo e Renato Rocha, do CEPEL, pela inestimável colaboração
- ao Centro de Pesquisas de Energia Elétrica (CEPEL), por ter facilitado a execução desse trabalho
- ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pela ajuda financeira recebida durante o projeto.

RESUMO

Neste trabalho a análise do comportamento de sistemas rotativos do tipo eixo-rotor-mancal é estendida para incluir os efeitos da presença de mancais hidrodinâmicos na resposta dinâmica. Estes efeitos estão associados à não-linearidade da força de reação exercida pelos suportes sobre o eixo e dependem dos deslocamentos, velocidades transversais e da rotação própria do rotor. A modelagem estrutural do sistema é obtida empregando-se o método dos elementos finitos. O eixo é representado pelo modelo de viga de Timoshenko com dois nós, quatro graus-de-liberdade por nó, e a interpolação do campo de deslocamentos é obtida utilizando-se as funções de Hermite. Os rotores são modelados empregando-se elementos de inércia concentrada associada aos graus-de-liberdade de um ponto nodal do modelo. E, na representação dos mancais hidrodinâmicos utilizou-se a equação de Reynolds, com as hipóteses simplificadoras para mancais curtos, obtendo-se a solução para a distribuição de pressão do filme de óleo em forma fechada. Esta distribuição de pressão permite a obtenção dos coeficientes das matrizes de rigidez e de amortecimento associadas aos graus de liberdade do eixo no ponto nodal de representação do mancal. Para a integração temporal do sistema de equações diferenciais utiliza-se o procedimento passo-a-passo, tendo-se implementado os métodos implícitos de Newmark e Wilson- θ , na forma incondicionalmente estável. Devido à não-linearidade das equações obtidas com a presença dos mancais hidrodinâmicos, em cada intervalo de tempo utiliza-se o procedimento de Newton-Raphson modificado para a correção da solução numérica. O desempenho do sistema computacional proposto é avaliado através da comparação das soluções numéricas obtidas com outros resultados analíticos/numéricos disponíveis na literatura. Também, uma representação numérica para mancais hidrodinâmicos segmentados é apresentada, utilizando-se o desenvolvimento teórico para mancais simples. Neste caso a avaliação do procedimento numérico é fornecida comparando-se a solução numérica com resultados experimentais obtidos dos rotores de usina hidrogeradora avaliada pelo CEPTEL. Em ambos os procedimentos o rotor idealizado de Jeffcott é empregado no estudo de casos. Verifica-se que os principais resultados associados aos efeitos da precessão auto-excitada (*oil whirl*), de chicoteamento (*oil whip*), e da estabilização dinâmica do sistema são reproduzidos pelos modelos numéricos utilizados.

ABSTRACT

In this work a formulation for the analysis of shaft-rotor-bearing type rotating systems is extended to accommodate the effects of hydrodynamic bearings in its dynamic response. These effects, which are associated to the nonlinear force on the shaft at the bearings, are dependent of the transverse displacements, transverse linear velocities and the angular velocity of the shaft. The structure behavior is modeled by employing the finite element method. The shaft is represented by the two node Timoshenko model for beams, with four degrees-of-freedom per node and Hermite interpolation functions to represent the displacement fields along the beam axis. Rotors are modeled by using concentrated inertia elements associated to the degrees-of-freedom of one nodal point of the model. To represent the hydrodynamic bearings the equation of Reynolds was used under the simplified Ocvirk conditions for short bearings, providing a closed form solution for the oil film pressure distribution. This pressure distribution allows for the calculation of stiffness and damping matrices associated to the shaft degrees-of-freedom at the bearing nodal point. In the numerical analysis considering the time integration of the system differential equation, a step-by-step procedure was employed with the Newmark technique in its unconditionally stable form. Due to the nonlinearities associated with the hydrodynamic bearings, the solution of the system of equations is obtained using a modified Newton-Raphson procedure at each time step for solution convergence. In the evaluation of the proposed computational system, comparison with solutions obtained from analytical/numerical results available in the literature are used. Also, a numeric representation of tilting-pad bearings is presented using the theory for plain journal bearings, under the same simplified conditions. In this case an evaluation of the numerical procedure is given by comparing calculated solutions with experimental results obtained from the evaluation of a hydrogeneration plant provided by CEPTEL-Brazilian Research Center for Eletrobras. In both plain and tilting-pad journal bearing numerical procedures, the idealized Jeffcott rotor is employed as a case study for different operating conditions. As a result, it is shown that the solutions associated to the main oil whirl and oil whip effects and afterwards dynamic stabilization are represented by the proposed numerical procedures employed.

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES	V
LISTA DE TABELAS	VIII
LISTA DE SÍMBOLOS	IX
1 - INTRODUÇÃO	1
2 - MODELAGEM VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	7
2.1. O Método dos Elementos Finitos	7
2.2. Elemento de Disco	10
2.3. Elemento de Eixo	12
2.4. Mancais	17
2.5. Sistema Global	18
3 - MANCAIS HIDRODINÂMICOS	21
3.1. Mancais Hidrodinâmicos Simples	22
3.1.1. Modelagem	22
3.1.2. Precessão Auto-Excitada	37
3.2. Modelos de Mancais Hidrodinâmicos	40
3.2.1. Mancais com Lóbulos Múltiplos (Multilobe Bearings)	40
3.2.2. Mancais com Degrau ou Salto (Step Bearings)	41
3.3. Mancais Segmentados	41
4 - MÉTODOS NUMÉRICOS	51
4.1. Frequências e Modos Naturais do Sistema	51
4.1.1. Formulação do Problema de Autovalor	53
4.1.2. Solução do Problema de Autovalor	54
4.2. Método Pseudo-Modal	55
4.3. Resposta Dinâmica do Sistema	57
4.3.1. Métodos Implícitos	59
4.3.2. Iterações no Intervalo de Tempo	62
5 - RESULTADOS E DISCUSSÃO	63
5.1. Validação dos Modelos	63
5.1.1. Mancais Hidrodinâmicos Simples	63
5.1.2. Mancais Hidrodinâmicos Segmentados	67
5.2. Resultados para Mancal Hidrodinâmico Simples	80
5.2.1. Influência da Rotação Própria	81
5.2.2. Influência do efeito de "Oil Whirl" em função do Desbalanceamento	93
5.2.3. Influência do Método Pseudo-Modal na Solução do Sistema	97
5.2.4. Influência de Forças Externas Constantes na Estabilidade do Sistema	100
5.3. Resultados para Mancal Hidrodinâmico Segmentado	107
5.3.1. Influência do Número de Segmentos na Resposta Dinâmica	108
5.3.2. Influência dos Mancais Segmentados na Precessão Auto-Excitada	110
5.3.3. Resposta Dinâmica do Rotor a 354 e 708 RPM	112
6 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES	114
APÊNDICE : O Sistema Computacional <i>Rotmef</i>	116
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	120

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Fig. 1.1 - Exemplo de Rotor modelado pelo sistema Rotmef.....	4
Fig. 1.2 - Visualização de modo natural de resposta do rotor da Fig. 1.1, obtido pelo Rotmef.....	4
Fig. 2.1 - Corpo geral tridimensional.....	9
Fig. 2.2 - Ângulos de Euler - precessão (ψ), nutação (θ) e giro (ϕ).....	11
Fig. 2.3 - Elemento de Eixo.....	12
Fig. 2.4 - Esquema de um Mancal de Escora.....	18
Fig. 2.5 - Diagrama de Campbell.....	19
Fig. 3.1 - Esquema de um mancal hidrodinâmico simples.....	23
Fig. 3.2 - Condições de contorno para um mancal circular.....	25
Fig. 3.3 - Distribuição de pressões num mancal hidrodinâmico simples.....	26
Fig. 3.4 - Lugar geométrico do ponto equilíbrio do rotor.....	27
Fig. 3.5 - K_{xx} ao longo do lugar geométrico do ponto equilíbrio do rotor.....	32
Fig. 3.6 - K_{yy} ao longo do lugar geométrico do ponto equilíbrio do rotor.....	32
Fig. 3.7 - K_{xy} ao longo do lugar geométrico do ponto equilíbrio do rotor.....	32
Fig. 3.8 - K_{yx} e C_{xy} ao longo do lugar geométrico do ponto equilíbrio do rotor.....	32
Fig. 3.9 - C_{xx} e C_{yy} ao longo do lugar geométrico do ponto equilíbrio do rotor.....	32
Fig. 3.10 - Coeficiente de Rigidez K_{xx} em função de x e y	33
Fig. 3.11 - Coeficiente de Rigidez K_{yy} em função de x e y	33
Fig. 3.12 - Coeficiente de Rigidez K_{xy} em função de x e y	33
Fig. 3.13 - Coeficiente de Rigidez K_{yx} em função de x e y	33
Fig. 3.14 - Coeficiente de Amortecimento C_{xx} em função de x e y	34
Fig. 3.15 - Coeficiente de Amortecimento C_{yy} em função de x e y	34
Fig. 3.16 - Coeficiente de Amortecimento C_{xy} ($=C_{yx}$) em função de x e y	34
Fig. 3.17 - Coeficiente de Amortecimento C_{yx} ($=C_{xy}$) em função de x e y	34
Fig. 3.18 - Coeficiente de Rigidez K_{xx} em função de y e \dot{y}	35
Fig. 3.19 - Coeficiente de Rigidez K_{yy} em função de y e \dot{y}	35
Fig. 3.20 - Coeficiente de Rigidez K_{xy} em função de y e \dot{y}	35
Fig. 3.21 - Coeficiente de Rigidez K_{yx} em função de y e \dot{y}	35
Fig. 3.22 - Coeficiente de Amortecimento C_{xx} em função de y e \dot{y}	36
Fig. 3.23 - Coeficiente de Amortecimento C_{yy} em função de y e \dot{y}	36
Fig. 3.24 - Coeficiente de Amortecimento C_{xy} ($=C_{yx}$) em função de y e \dot{y}	36
Fig. 3.25 - Coeficiente de Amortecimento C_{yx} ($=C_{xy}$) em função de y e \dot{y}	36
Fig. 3.26 - Rotor com pequena excentricidade e	38
Fig. 3.27 - Mancal Multi-lóbulo com 3 lóbulos.....	41
Fig. 3.28 - Mancal de Degrau.....	41
Fig. 3.29 - Mancal Segmentado de 4 segmentos.....	42
Fig. 3.30 - Modelo para o mancal segmentado.....	43
Fig. 5.1 - Esquema representativo do rotor da UNICAMP.....	64
Fig. 5.2 - Órbitas obtidas por Lima [20] e no presente trabalho, para $\omega=30\text{rd/s}$ (nó 4).....	66

Fig. 5.3 - Órbitas obtidas por Lima [20] e no presente trabalho, para $\omega=80\text{rd/s}$ (nó 4)	66
Fig. 5.4 - Órbitas obtidas por Lima [20] e no presente trabalho, para $\omega=100\text{rd/s}$ (nó 4)	66
Fig. 5.5 - Planta do rotor número 8 da usina de Furnas	68
Fig. 5.6 - Esquema representativo do rotor número 8 da usina de Furnas	69
Fig. 5.7 - Filtro elíptico utilizado na filtragem dos resultados experimentais	69
Fig. 5.8 - Densidade espectral das amplitudes X e Y do ponto 1 antes e após a filtragem	72
Fig. 5.9 - Órbitas medidas no ponto 1 antes e após a filtragem	72
Fig. 5.10 - Densidade espectral das amplitudes X e Y do ponto 2 antes e após a filtragem	72
Fig. 5.11 - Órbitas medidas no ponto 2 antes e após a filtragem	73
Fig. 5.12 - Densidade espectral das amplitudes X e Y do ponto 3 antes e após a filtragem	73
Fig. 5.13 - Órbitas medidas no ponto 3 antes e após a filtragem	73
Fig. 5.14 - Momento sobre o segmento versus Ângulo de rotação ψ	74
Fig. 5.15 - Distribuição Qualitativa de Pressão ao longo de um Segmento com ângulo de rotação ψ correspondente às situações A, B, C e D da Fig. 5.14	74
Fig. 5.16 - Mancais Segmentados com Flexão no Pivotamento	76
Fig. 5.17 - Momento resultante sobre o segmento versus Ângulo de rotação ψ e Distribuição qualitativa de pressão ao longo do segmento com Pivotamento Engastado	76
Fig. 5.18 - Órbitas calculadas para os pontos 1 e 2 (mancal segmentado)	77
Fig. 5.19 - Densidade espectral dos deslocamentos nas direções X e Y calculadas para os pontos 1 e 2 (mancal segmentado)	77
Fig. 5.20 - Órbita e densidade espectral calculadas para o ponto 3 (mancal segmentado)	77
Fig. 5.21 - Órbitas calculadas para os pontos 1 e 2 (mancal hidrodinâmico simples)	78
Fig. 5.22 - Densidade espectral dos deslocamentos nas direções X e Y calculadas para os pontos 1 e 2 (mancal hidrodinâmico simples)	78
Fig. 5.23 - Órbita e densidade espectral calculadas para o ponto 3 (mancal simples)	79
Fig. 5.24 - Órbitas calculadas considerando Mancais Hidrodinâmicos Segmentados (esquerda) ou Simples (direita)	79
Fig. 5.25 - Modelagem do Rotor de Jeffcott pelo Método de Elementos Finitos	80
Fig. 5.26 - Órbitas calculadas para $\omega=11,25\text{ RPM}$ nos nós 1 e 2	82
Fig. 5.27 - Densidade Espectral das Amplitudes X e Y para $\omega=11,25\text{ RPM}$ nos nós 1 e 2	82
Fig. 5.28 - Órbitas calculadas para $\omega=11,25\text{ RPM}$	82
Fig. 5.29 - Órbitas calculadas para $\omega=22,5\text{ RPM}$ nos nós 1 e 2	83
Fig. 5.30 - Densidade Espectral das Amplitudes X e Y para $\omega=22,5\text{ RPM}$ nos nós 1 e 2	83
Fig. 5.31 - Órbitas calculadas para $\omega=45\text{ RPM}$ nos nós 1 e 2	83
Fig. 5.32 - Densidade Espectral das Amplitudes X e Y para $\omega=45\text{ RPM}$ nos nós 1 e 2	84
Fig. 5.33 - Órbitas calculadas para $\omega=45\text{ RPM}$	84
Fig. 5.34 - Órbitas calculadas para $\omega=90\text{ RPM}$ nos nós 1 e 2	84
Fig. 5.35 - Densidade Espectral das Amplitudes X e Y para $\omega=90\text{ RPM}$ nos nós 1 e 2	85
Fig. 5.36 - Órbitas calculadas para $\omega=90\text{ RPM}$	85
Fig. 5.37 - Órbitas calculadas para $\omega=180\text{ RPM}$ nos nós 1 e 2	85
Fig. 5.38 - Densidade Espectral das Amplitudes X e Y para $\omega=180\text{ RPM}$ nos nós 1 e 2	86
Fig. 5.39 - Órbitas calculadas para $\omega=270\text{ RPM}$ nos nós 1 e 2	86
Fig. 5.40 - Órbitas calculadas para $\omega=354\text{ RPM}$ nos nós 1 e 2	86
Fig. 5.41 - Densidade Espectral das Amplitudes X e Y para $\omega=354\text{ RPM}$ nos nós 1 e 2	87

Fig. 5.42 - Órbitas calculadas ($\omega=354$ RPM)	87
Fig. 5.43 - Amplitude em X em função do tempo	87
Fig. 5.44 - Órbitas calculadas para $\omega=450$ RPM nos nós 1 e 2	87
Fig. 5.45 - Órbitas calculadas para $\omega=540$ RPM nos nós 1 e 2	88
Fig. 5.46 - Densidade Espectral das Amplitudes X e Y para $\omega=540$ RPM nos nós 1 e 2	88
Fig. 5.47 - Órbitas calculadas para $\omega=11,25$ RPM nos nós 1 e 2	88
Fig. 5.48 - Órbitas calculadas para $\omega=708$ RPM nos nós 1 e 2	89
Fig. 5.49 - Densidade Espectral das Amplitudes X e Y para $\omega=708$ RPM nos nós 1 e 2	89
Fig. 5.50 - Órbitas calculadas para $\omega=900$ RPM nos nós 1 e 2	89
Fig. 5.51 - Densidade Espectral das Amplitudes X e Y para $\omega=900$ RPM nos nós 1 e 2	90
Fig. 5.52 - Órbitas calculadas para $\omega=1200$ RPM nos nós 1 e 2	90
Fig. 5.53 - Variação dos coeficientes de rigidez K_{YY} e K_{XX} do mancal superior para diversas velocidades de rotação própria	92
Fig. 5.54 - Variação dos Coeficientes de Rigidez e Amortecimento do Mancal em Regime Quasi-Permanente, em função da Rotação Própria do Rotor	93
Fig. 5.55 - Órbita no Mancal para Desbalanceamento Nulo, em 90 RPM	94
Fig. 5.56 - Órbitas calculadas nos nós 1 e 2 para desbalanceamento nulo	94
Fig. 5.57 - Densidade Espectral das Amplitudes X e Y (nós 1 e 2, desbalanceamento nulo)	95
Fig. 5.58 - Órbitas calculadas para desbalanceamento nulo	95
Fig. 5.59 - Órbitas calculadas no nó 1 (mancal) para desbalanceamento 3,1 e 4,7 kg.m	95
Fig. 5.60 - Densidade Espectral de X e Y no nó 1 para desbalanceamento 3,1 e 4,7 kg.m	96
Fig. 5.61 - Órbitas calculadas no nó 1 (mancal) para desbalanceamento 7,2 e 7,8 kg.m	96
Fig. 5.62 - Densidade Espectral de X e Y no nó 1 para desbalanceamento 7,2 e 7,8 kg.m	96
Fig. 5.63 - Órbitas calculadas no nó 1 (mancal) através das bases modais com 12 e 10 modos	98
Fig. 5.64 - Órbitas calculadas no nó 1 (mancal) através das bases modais com 8 e 4 modos	99
Fig. 5.65 - Órbitas calculadas no nó 2 (disco) através das bases modais com 12 e 10 modos	99
Fig. 5.66 - Órbitas calculadas no nó 2 (disco) através das bases modais com 8 e 4 modos	99
Fig. 5.67 - Órbitas das amplitudes dos nós 1 e 2 para $F_Y = -1000N$	101
Fig. 5.68 - Órbitas das amplitudes dos nós 1 e 2 para $F_Y = -3000N$	101
Fig. 5.69 - Densidade espectral das amplitudes nos nós 1 e 2 para $F_Y = -3000N$	101
Fig. 5.70 - Órbitas das amplitudes dos nós 1 e 2 para $F_Y = -10.000N$	102
Fig. 5.71 - Densidade espectral das amplitudes nos nós 1 e 2 para $F_Y = -10.000N$	102
Fig. 5.72 - Órbitas das amplitudes dos nós 1 e 2 para $F_Y = -5,0 \times 10^4 N$	103
Fig. 5.73 - Densidade espectral das amplitudes nos nós 1 e 2 para $F_Y = -5,0 \times 10^4 N$	103
Fig. 5.74 - Órbitas das amplitudes dos nós 1 e 2 para $F_Y = -5,0 \times 10^5 N$	104
Fig. 5.75 - Densidade espectral das amplitudes nos nós 1 e 2 para $F_Y = -5,0 \times 10^5 N$	104
Fig. 5.76 - Órbitas das amplitudes dos nós 1 e 2 para $F_Y = -1,0 \times 10^4 N$	105
Fig. 5.77 - Densidade espectral das amplitudes nos nós 1 e 2 para $F_Y = -1,0 \times 10^4 N$	105
Fig. 5.78 - Órbitas das amplitudes dos nós 1 e 2 para $F_Y = -1,0 \times 10^5 N$	106
Fig. 5.79 - Órbitas calculadas nos nós 1 e 2 em 90RPM para Mancais com 3 Segmentos	108
Fig. 5.80 - Órbitas calculadas nos nós 1 e 2 em 90RPM para Mancais com 12 Segmentos	108
Fig. 5.81 - Densidade espectral de X e Y no nó 1 para Mancais com 3 e 12 Segmentos	109
Fig. 5.82 - Órbitas calculadas nos nós 1 e 2 em 90RPM para Mancais com 24 Segmentos	109
Fig. 5.83 - Densidade espectral de X e Y nos nós 1 e 2 para Mancais com 24 Segmentos	109

Fig. 5.84 - Órbitas calculadas nos nós 1 e 2 em 540RPM para Mancais com 24 Segmentos.....	111
Fig. 5.85 - Densidade espectral de X e Y nos nós 1 e 2 em 540RPM (24 Segmentos).....	111
Fig. 5.86 - Órbita e densidade espectral para o nó 1 em 540RPM, sem desbalanceamento.....	111
Fig. 5.87 - Órbita e densidade espectral calculadas para o nó 1 em 354RPM.....	113
Fig. 5.88 - Órbitas calculadas nos nós 1 e 2 em 708RPM para Mancais com 24 Segmentos.....	113
Fig. A.1 - Editor de Elementos do Sistema Rotmef.....	117
Fig. A.2 - Visualização de Modo Natural de Resposta à Torção de um Rotor.....	118

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 - Descrição física dos componentes do rotor experimental da UNICAMP.....	65
Tabela 5.2 - Descrição física dos componentes do rotor número 8 da usina de Furnas.....	70

LISTA DE SÍMBOLOS

- A área transversal do eixo do rotor
- a, \hat{a} parâmetros adimensionais da força de reação de mancais hidrodinâmicos segmentados
- $[B^{(m)}]$ matriz de transformação deformação-deslocamento
- b, \hat{b} parâmetros adimensionais da força de reação de mancais hidrodinâmicos segmentados
- $[C]$ matriz de elasticidade do material
- $[C_M]$ matriz de amortecimento dos mancais
- C_T espessura do filme de óleo do mancal hidrodinâmico para excentricidade nula
- $C_{XX}, C_{YY}, C_{XY}, C_{YX}$ coeficientes associados à matriz de amortecimento dos mancais
- D diâmetro externo do rotor,
diâmetro interno dos mancais
- E módulo de elasticidade do material
- e excentricidade do rotor
- F parâmetro adimensional da força de reação de mancais hidrodinâmicos simples
- $\{\hat{F}\}$ vetor de forças externas efetivo do problema
- $\{F(t)\}$ vetor de excitações externas sobre o rotor
- $\{F^B\}, \{F^S\}, \{F^C\}$ vetores força de corpo, força de superfície e carregamento concentrado
- F_i, F_o fluxos de óleo nas regiões de máxima e mínima espessura do filme do mancal hidrodinâmico
- G módulo de Coulomb do material,
parâmetro adimensional da força de reação de mancais hidrodinâmicos simples e segmentados
- $[G], [G_D]$ matrizes do efeito giroscópico do eixo e dos discos
- $[H^{(m)}]$ matriz de interpolação dos deslocamentos nodais
- $H(\theta, t)$ espessura do filme de óleo do mancal hidrodinâmico
- $h(\theta, t)$ espessura normalizada do filme de óleo do mancal hidrodinâmico
- I momento de inércia diametral
- I_0 momento de inércia polar
- I_1, I_2, I_3 parâmetros adimensionais da força de reação de mancais hidrodinâmicos segmentados
- $[K]$ matriz de rigidez global da estrutura
- $[K^*]$ matriz de rigidez equivalente da equação de movimento na forma de espaço-estado
- $[K^{**}]$ matriz de rigidez da equação de movimento com redução da base modal
- $[\hat{K}]$ matriz de rigidez efetiva do problema
- $[K_A]$ matriz de rigidez do eixo relacionada à força axial externa
- $[K_{FC}]$ matriz de rigidez do eixo devida à flexão e ao cisalhamento
- $[K_M]$ matriz de rigidez dos mancais
- $[K_{ST}]$ matriz de rigidez equivalente do eixo devido à aceleração angular própria do rotor
- $K_{XX}, K_{YY}, K_{XY}, K_{YX}$ coeficientes associados à matriz de rigidez dos mancais
- k fator de forma da seção transversal do elemento de eixo,
constante dimensional multiplicativa para o cálculo da força de reação dos mancais
- k_1 razão entre a área equivalente de cisalhamento e a área da seção reta do eixo

k_T	rigidez rotacional do pivotamento do segmento
L	comprimento do elemento de eixo
$[M],[M_D]$	matrizes elementares de inércia do eixo e dos discos
$[M^*]$	matriz de massa equivalente da equação de movimento na forma de espaço-estado
$[M^{**}]$	matriz de massa da equação de movimento com redução da base modal
\bar{M}	momento exercido pelo filme de óleo do mancal hidrodinâmico sobre cada segmento
M_D	massa do disco
m	parâmetro adimensional da força de reação de mancais hidrodinâmicos simples e segmentados
N	número de pontos nodais do modelo de elementos finitos
n	parâmetro adimensional da força de reação de mancais hidrodinâmicos simples, ordem do problema de autovalor
$P(z,\theta)$	pressão do filme de óleo do mancal hidrodinâmico
p	parâmetro adimensional da força de reação de mancais hidrodinâmicos simples e segmentados
q	parâmetro adimensional da força de reação de mancais hidrodinâmicos simples e segmentados
$\{q\}$	vetor das incógnitas do sistema por elementos finitos
R	raio externo do rotor, raio interno dos mancais hidrodinâmicos
$\{R\}$	vetor de carregamentos externos
T_E	energia cinética armazenada em cada elemento de disco ou de eixo
t	instante de tempo
$\{U\}, \{\dot{U}\}, \{\ddot{U}\}$	vetores deslocamento, velocidade e aceleração do corpo na configuração indeformada
$\{U\}_i$	autovetor à direita das matrizes $[K^*]$ e $[M^*]$
$\{\hat{U}^{(m)}\}$	vetor das componentes globais do deslocamento
u	parâmetro adimensional da força de reação de mancais hidrodinâmicos simples e segmentados, deslocamento translacional nodal na direção X
\dot{u}	velocidade translacional nodal na direção X
V	parâmetro adimensional da força de reação de mancais hidrodinâmicos simples
V_C	parcela de energia potencial armazenada no eixo devida ao cisalhamento
V_F	parcela de energia potencial armazenada no eixo devida à flexão
$\{V\}_j$	autovetor à esquerda das matrizes $[K^*]$ e $[M^*]$
v	parâmetro adimensional da força de reação de mancais hidrodinâmicos simples e segmentados
W	parâmetro adimensional da força de reação de mancais hidrodinâmicos simples
W_A	parcela de trabalho de deformação do eixo devido a uma força axial externa trativa
w, \dot{w}	deslocamento e velocidade translacionais nodais na direção Y
X, Y, Z	sistema coordenado de referência
X_0	posição de pivotamento do segmento do mancal na direção X
x, \dot{x}	posição e velocidade nodais adimensionalizadas na direção X
x_0	posição adimensionalizada de pivotamento do segmento do mancal na direção X
Y_0	posição de pivotamento do segmento do mancal na direção Y
y, \dot{y}	posição e velocidade nodais adimensionalizadas na direção Y
y_0	posição adimensionalizada de pivotamento do segmento do mancal na direção Y
$[Z]$	matriz utilizada na redução da base modal do problema
z	coordenada nodal adimensionalizada na direção Z
z_1, z_2	coordenadas nodais adimensionalizadas na direção Z das extremidades do elemento

- α posição angular do ponto de ruptura do filme de óleo em mancais hidrodinâmicos simples,
posição angular do pivotamento em mancais segmentados
- $\alpha_x, \dot{\alpha}_x$ ângulo e velocidade rotacionais da seção reta do eixo na direção X
- $\alpha_y, \dot{\alpha}_y$ ângulo e velocidade rotacionais da seção reta do eixo na direção Y
- β parâmetro de integração de Newmark
- $[\Gamma]$ matriz modal associada ao problema de autovalor
- γ ângulo entre a direção da excentricidade e a direção da força externa sobre o rotor,
parâmetro de integração de Newmark
- ε excentricidade normalizada do rotor
- $\{\varepsilon\}$ vetor deformação considerado em ponto genérico do corpo,
- $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$ funções de forma Hermitianas dos deslocamentos translacionais do eixo
- θ posição angular ao longo da circunferência do mancal hidrodinâmico,
parâmetro de integração de Wilson- θ
- θ_1, θ_2 posições angulares dos pontos inicial e final de um segmento
- θ_R ponto de ruptura do filme de óleo para mancais hidrodinâmicos segmentados
- κ parâmetro de amortecimento do material
- λ fator de influência do efeito de cisalhamento do elemento de eixo,
autovalor da equação de movimento na forma de espaço-estado
- μ viscosidade do óleo dos mancais hidrodinâmicos
- $\upsilon_1, \upsilon_2, \upsilon_3, \upsilon_4$ funções de forma Hermitianas dos deslocamentos rotacionais do eixo
- $\{\xi(t)\}$ vetor incógnita da equação de movimento na forma de espaço-estado
- π potencial total do elemento de eixo
- ρ densidade de massa do material
- υ velocidade angular de precessão do rotor
- $\dot{\phi}, \ddot{\phi}$ velocidade e aceleração angulares próprias do rotor
- ψ ângulo de rotação do segmento do mancal hidrodinâmico
- ω velocidade de rotação própria do rotor

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A análise do comportamento dinâmico de sistemas rotativos do tipo eixo-rotor-mancal requer, como nas demais áreas da engenharia, uma estreita interação entre a prática e a teoria, através de procedimentos experimentais e do emprego de ferramentas matemáticas e computacionais de modelagem, respectivamente.

Um sistema rotativo é um equipamento mecânico responsável pela transformação de energia sob diversas formas, como por exemplo energia mecânica potencial e cinética em energia elétrica (hidrogeradores), ou vice-versa (motores elétricos). Constitui-se basicamente de um componente principal, o rotor, composto por um eixo rotativo e elementos de acionamento (turbinas ou discos de palhetas), e das estruturas estacionárias de suporte (mancais). A complexa interação entre os movimentos desses componentes pode ser representada por um modelo mecânico através das propriedades de massa, rigidez e amortecimento de cada elemento, além da consideração do efeito giroscópico devido à rotação própria do rotor.

No projeto de hidrogeradores, considerações de desempenho e da rotodinâmica são geralmente conflitantes. Procura-se maximizar a taxa de fluxo volumétrico e pressão e, no entanto, minimizar as perdas de energia do fluido (para aumentar o seu desempenho) através de uma máquina de tamanho e peso limitados (o que pode comprometer a *estabilidade* do

sistema, estudado pela rotodinâmica). Os objetivos ao se projetar um hidrogerador envolvem (Vance,[1]):

- evitar operar nas velocidades críticas, se possível - em que a excitação dos modos de vibração do rotor podem causar falha do sistema por ressonância;
- minimizar a resposta dinâmica na ressonância, no caso de velocidades críticas serem atravessadas durante a operação - o conhecimento do comportamento do rotor permite que sejam fornecidas condições especiais ao sistema nessas velocidades de modo a evitar vibrações potencialmente danosas;
- minimizar carregamentos vibratórios e dinâmicos transmitidos à estrutura da máquina, para a faixa de velocidades de utilização - ao se diminuir a excitação externa, espera-se evitar respostas oscilatórias indesejadas;
- evitar a instabilidade dinâmica - certas condições de operação podem provocar movimentos vibratórios auto-excitados, cuja amplitude pode elevar-se a ponto de danificar o equipamento;
- evitar vibração torsional ressonante ou instabilidade torsional - além das vibrações devido à flexão, respostas nos modos relacionados à torção do eixo, na ressonância, podem ser amplificados a níveis intoleráveis pela estrutura.

Não são raras as situações em que a obtenção de resultados experimentais e a extração de informação útil dos sinais medidos são procedimentos de difícil execução ou alto custo, associados a causas como a dificuldade de acesso ao ponto de medição e as condições em que as mesmas são realizadas. Além disso, o desconhecimento teórico do comportamento do sistema pode levar em muitos casos à escolha indevida dos pontos de medição. A simulação matemático-computacional torna-se, portanto, um recurso indispensável para o engenheiro, permitindo-o ter um melhor conhecimento do sistema quanto às diversas variáveis de estado envolvidas, como também atenuar os comportamentos dinâmicos indesejados. A análise teórica representa uma ferramenta adicional por fornecer uma previsão do comportamento do sistema.

Seguindo essa orientação, o CEPEL (Centro de Pesquisas de Engenharia Elétrica - Grupo de Mecânica Aplicada), tendo em vista a necessidade de análise do comportamento dinâmico de máquinas hidrogeradoras, desenvolveu, em regime de cooperação com o Grupo de Acústica e Vibrações da COPPE/UFRJ - PEM, um sistema computacional visando a

modelagem e análise teórica do comportamento de máquinas rotativas em geral (Rocha,[2]). Na fase de aplicação do mesmo, destaca-se o projeto triangular COPPE-CEPEL-COPEL, iniciado em 1993, cujo objetivo contempla a modelagem e medições de sinais vibratórios para estabelecer um comportamento vibratório de referência de uma nova máquina (Usina de Salto Segredo, PR).

No entanto, a área de dinâmica de rotores constitui-se da combinação de duas diferentes áreas : (a) vibrações ou dinâmica estrutural e (b) análise de mancais hidrodinâmicos. O comportamento dinâmico de tais rotores é significativamente influenciado pelas características físicas e dinâmicas dos mancais. O sistema Rotmef, originalmente desenvolvido como um modelador numérico por Elementos Finitos, representa numericamente os efeitos dinâmicos dos mancais representados por coeficientes constantes de rigidez e de amortecimento associados aos deslocamentos e velocidades transversais no ponto nodal de representação. Desse modo, essas constantes determinadas empiricamente, quando utilizadas no modelo não reproduzem condição de não-linearidade destes fatores com a velocidade de rotação, porque os efeitos hidrodinâmicos envolvidos não são adequadamente representados.

Este trabalho tem por objetivo, utilizando os modelos de elementos finitos para eixos rotativos, estender à análise dinâmica a incorporação dos efeitos hidrodinâmicos dos mancais. Além da modelagem desses mancais, torna-se necessário adaptar a metodologia originalmente empregada na implementação do sistema Rotmef, uma vez que esta foi desenvolvida para a análise linear da dinâmica de rotores. Finalmente, a versão original do sistema Rotmef apresenta sérias limitações quanto à disponibilidade de utilização da memória do computador. A análise dinâmica considerando-se os efeitos dos mancais hidrodinâmicos requer um significativo aumento na demanda por recursos computacionais, implicando na necessidade de migrar-se a implementação do sistema operacional DOS para o ambiente Windows. Neste caso, toda a memória física do computador torna-se disponível para utilização, requerendo, no entanto, a conversão do programa já implementado da linguagem original Turbo Pascal / DOS para a Borland Delphi.

O sistema computacional resultante inclui, assim, os recursos para a modelagem de rotores pelo Método dos Elementos Finitos (vide figura 1.1), a determinação de modos e

frequências naturais (vide figura 1.2), e o cálculo da resposta ao desbalanceamento e ao forçamento síncrono ou assíncrono com a rotação, no transiente e no regime permanente.

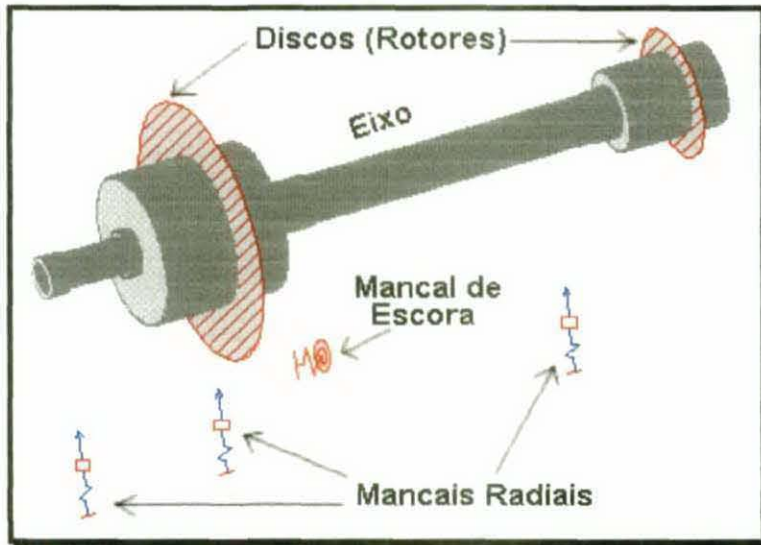


Fig.1.1 - Exemplo de Rotor modelado pelo sistema Rotmef

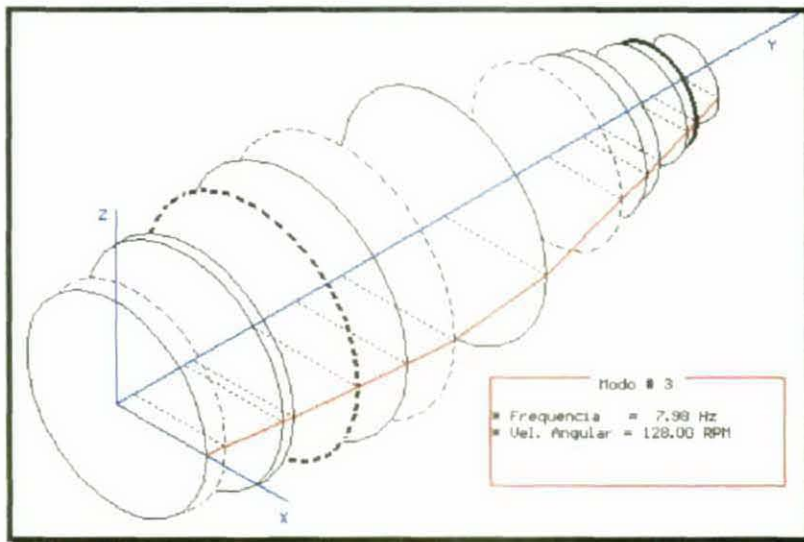


Fig.1.2-Visualização de modo natural de resposta do rotor da Fig.1.1, obtido pelo Rotmef

A influência dos mancais no comportamento de rotores foi analiticamente estudada por Morton [3] e Kirk e Gunter [4], modelando-os através de coeficientes de rigidez assimétricos. Em ambos os estudos utilizou-se um modelo básico de Jeffcott [5], que consiste em um eixo flexível, bi-apoiado em um par de mancais, e com um disco (representado por uma massa

concentrada) fixo ao eixo no ponto médio entre os mancais. Rao [6] também adotou esse modelo para estudar o efeito dos termos de acoplamento presentes na matriz de rigidez associada ao mancal hidrodinâmico na velocidade crítica e na resposta ao desbalanceamento de um sistema rotativo. Rao, Bhat, e Sankar [7] estenderam esse estudo para incluir o amortecimento nos mancais, mostrando que o amortecimento afeta significativamente as velocidades críticas do sistema e sua resposta ao desbalanceamento.

Mancais têm sido representados na literatura por duas propriedades básicas : rigidez e amortecimento. Para elevar as velocidades críticas acima da faixa de operação, poder-se-ia imaginar que os mancais e as estruturas a eles associadas deveriam ter a maior rigidez possível. No entanto, quando isto ocorre o amortecimento do sistema é muito reduzido, pois uma alta rigidez não permite movimento suficiente para a ação desse amortecimento. Além disso, praticamente todo o amortecimento - responsável pela dissipação de energia - na maioria dos sistemas rotor-mancais está nos suportes (Vance, [1]). Assim, nos projetos de rotores modernos são especificados suportes com baixa rigidez, de forma que as duas primeiras velocidades críticas estejam abaixo da faixa de operação, permitindo um efetivo amortecimento nos suportes.

O amortecimento nos suportes é na maioria das aplicações desejável, uma vez que pode reduzir a resposta síncrona ao desbalanceamento próximo de velocidades críticas e suprimir a instabilidade dinâmica.

Assimetria e acoplamento são também importantes aspectos das propriedades dos mancais, uma vez que têm importantes efeitos na estabilidade do sistema. Diferentes valores de rigidez nas direções horizontal e vertical são um exemplo de assimetria. Um exemplo de acoplamento é uma força gerada na direção horizontal por um movimento na direção vertical. Mancais hidrodinâmicos possuem em geral aspectos de assimetria e de acoplamento muito maiores do que os mancais de rolamento.

Mancais hidrodinâmicos proporcionam suporte através da pressão em um fino filme de fluido entre o rotor e o mancal. Este fluido pode ser um líquido (em geral óleo), ou um gás (em geral ar). A pressão em mancais hidrodinâmicos é obtida a partir do movimento de rotação do eixo, obrigando o fluido a um movimento em fina camada. Uma vez que em operação

normal não há contato metal-metal entre o rotor e o mancal, a sua vida útil pode ser extremamente alta.

Devido à presença do filme de óleo, a ocorrência do amortecimento em mancais hidrodinâmicos é mais acentuada do que em mancais de rolamento. Assim é que, quando se deseja aumentar o amortecimento em um mancal de rolamento, este é montado dentro de um fino filme de óleo.

Uma desvantagem inerente dos mancais hidrodinâmicos é o fato de produzirem instabilidade dinâmica em altas velocidades, conhecida como 'oil whirl'. Esse problema pode ser resolvido com o uso de mancais do tipo segmentados, em que o estator adapta-se em posição ao movimento do rotor. A principal desvantagem deste tipo de mancal é diminuir o amortecimento e aumentar os custos de fabricação.

Este trabalho está dividido em 6 capítulos.

No Capítulo 2 apresentam-se os aspectos importantes da modelagem de sistemas rotativos via Método dos Elementos Finitos. As matrizes associadas às características de inércia, rigidez e amortecimento são demonstradas para os principais componentes dos rotores; no Capítulo 3 são feitas a modelagem e análise do comportamento dinâmico de mancais hidrodinâmicos simples e a extensão para mancais segmentados; no Capítulo 4 os métodos numéricos adotados na solução das equações são introduzidos. Aqui consideram-se os algoritmos de integração no tempo para a simulação numérica de sistemas não-lineares no transiente. No Capítulo 5 apresentam-se os resultados numéricos de simulações dos modelos de dois rotores : a) uma das unidades rotativas da usina de Furnas, no Rio de Janeiro, e b) um rotor avaliado experimentalmente nos laboratórios da UNICAMP, em Campinas. Para a validação da teoria utilizada, os resultados das simulações são comparados com os resultados experimentais. Para estudo da influência dos mancais hidrodinâmicos na resposta do sistema são também simuladas várias configurações de rotação e carregamento para um rotor de Jeffcott,. As conclusões do presente trabalho estão expostas no Capítulo 6, e no Apêndice A encontra-se uma breve descrição do novo sistema Rotmef utilizado neste trabalho nas avaliações numéricas.

MODELAGEM VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Ao se projetar uma estrutura deve-se identificar o seu provável comportamento em operação. Com esse objetivo, utilizam-se modelos matemáticos baseados em métodos clássicos de análise estrutural, representando o sistema por seus mecanismos de deformação, relações constitutivas, condições de contorno e forças externas atuantes. Neste capítulo apresentam-se os modelos dos componentes básicos dos rotores empregando-se o Método dos Elementos Finitos. Estes componentes compreendem discos, eixos e mancais. A seguir são descritas as principais características destes modelos.

2.1. O Método dos Elementos Finitos

O método de Elementos Finitos consiste em idealizar-se uma estrutura através de um conjunto de elementos estruturais independentes de forma que cada elemento obedeça às condições de equilíbrio independentemente e condições da compatibilidade geométrica sejam asseguradas.

Uma das formas de expressar-se o equilíbrio estático ou dinâmico de uma estrutura é através da imposição da minimização da Energia Potencial Total. Esta condição considerada para um corpo elástico linear contínuo resulta na equação de equilíbrio global (Bathe, [8]).

O Potencial Total de um corpo deformável de volume \forall , mostrado na figura 2.1, é representado pelo funcional π

$$\pi = \frac{1}{2} \int_{\forall} \{\epsilon\}^T [C] \{\epsilon\} d\forall - \left[\int_{\forall} \{U\}^T (\rho \{\ddot{U}\} - \kappa \{\dot{U}\}) d\forall \right] - \left\{ \int_{\forall} \{U\}^T \{F^B\} d\forall + \int_{\forall} \{U^s\}^T \{F^s\} d\forall + \sum_{i=1}^m \{U^c\}^T \{F^c\} \right\} \quad (2.1)$$

onde :

$\{\epsilon\}$ é o vetor de deformação considerado em ponto genérico do corpo,

$[C]$ é a matriz de elasticidade do material,

$\{U\}$, $\{\dot{U}\}$ e $\{\ddot{U}\}$ são os vetores deslocamento, velocidade e aceleração de um ponto qualquer do corpo na configuração indeformada,

ρ é a densidade de massa em um ponto qualquer,

κ é o parâmetro de amortecimento em um ponto qualquer (não considerado no presente trabalho),

$\{F^B\}$, $\{F^s\}$, $\{F^c\}$ representam todos os esforços externos, forças e reações aplicados ao corpo e são respectivamente classificados em Forças de Corpo, Forças de Superfície e Carregamentos Concentrados.

O primeiro termo da equação (2.1) representa a energia total de deformação do sistema, o segundo termo em colchetes representa o potencial das forças de inércia e de amortecimento do corpo, e os termos restantes representam o potencial de carregamento externo.

Na análise estrutural através do método de Elementos Finitos, o domínio do corpo, mostrado na figura 2.1, é discretizado em sub-domínios (elementos) interconectados por pontos nodais nos contornos dos elementos. Os deslocamentos do elemento, referidos a um sistema local de coordenadas x, y, z , convenientemente escolhido de acordo com a geometria do corpo, são funções dos deslocamentos dos N pontos nodais. Assim, para um elemento (m), a aproximação do campo de deslocamentos é expressa por

$$\{U^{(m)}(x, y, z)\} = [H^{(m)}(x, y, z)] \{\hat{U}^{(m)}\} \quad (2.2)$$

onde $[H^{(m)}]$ é a matriz de interpolação dos deslocamentos e $\{\hat{U}^{(m)}\}$ é um vetor cujas componentes representam as componentes globais do deslocamento.

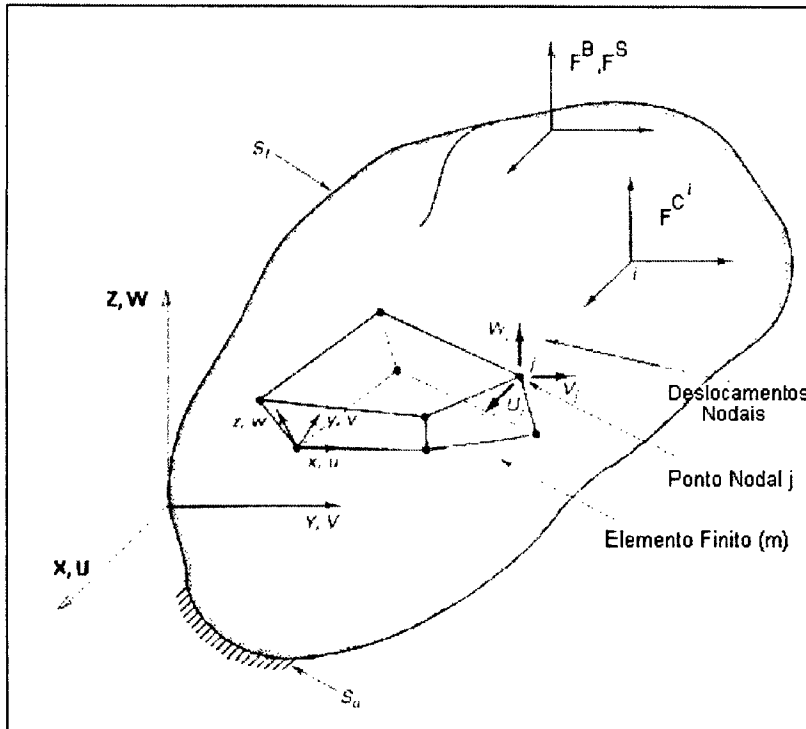


Fig. 2.1 - Corpo geral tridimensional

Utilizando-se o campo de deslocamentos proposto na equação (2.2), as deformações do elemento são obtidas na forma

$$\{\varepsilon^{(m)}\} = [B^{(m)}(x, y, z)]\{\hat{U}^{(m)}\} \quad (2.3)$$

onde $[B^{(m)}]$ é a matriz de transformação deformação-deslocamento, obtida da combinação de derivadas das linhas da matriz $[H^{(m)}]$ de acordo com a relação linear de compatibilidade geométrica.

Impondo-se a condição de estacionaridade do funcional π da equação (2.1), ou seja, $\delta\pi=0$, substituindo-se os campos de deslocamentos e deformações das equações (2.2) e (2.3), e efetuando-se as integrações sobre todo o domínio, obtém-se o sistema linear de equações que governa o comportamento linear elástico da estrutura. Desprezando-se o parâmetro de amortecimento κ , obtém-se o sistema

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = \{R\} \quad (2.4)$$

onde $\{R\}$ e $\{U\}$ são funções do tempo, a matriz de massa $[M]$ da estrutura, representada por N elementos, é expressa por

$$[M] = \sum_{m=1}^N \int_{V(m)} \rho^{(m)} [H^{(m)}]^T [H^{(m)}] dV \quad (2.5)$$

e a matriz de Rigidez Global $[K]$ é definida por

$$[K] = \sum_{m=1}^N \int_{V(m)} [B^{(m)}]^T [C] [B^{(m)}] dV \quad (2.6)$$

Para determinar as equações de movimento do sistema eixo-rotor-mancal, cada componente é tratado separadamente. Desse modo, os elementos acoplados ao eixo (como turbinas ou geradores) são considerados como discos rígidos, o eixo como um sistema elástico discretizado pela aplicação do Método dos Elementos Finitos, e os mancais como elementos de suporte, linearizados com coeficientes de rigidez e amortecimento direcionais.

A formulação é baseada no conhecimento das parcelas de energia cinética e potencial do sistema.

2.2. Elemento de Disco

Na representação da rotação de cada elemento do rotor, em relação a um sistema de coordenadas fixo, utilizam-se os ângulos de Euler (Meriam, [9]) - sendo o vetor rotação total dado pela combinação das rotações: precessão, nutação e giro (vide figura 2.2).

Desse modo, é possível expressar a energia cinética de um disco e a partir das equações de Lagrange extrair a equação do movimento do disco (Meriam, [9]). Considerando-se o eixo de simetria do disco originalmente paralelo ao eixo z , e em movimento com pequenos deslocamentos, chega-se à expressão da energia cinética do disco :

$$T_E = \frac{1}{2} M_D (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2} I (\dot{\alpha}_x^2 + \dot{\alpha}_y^2) + \frac{1}{2} I_0 (\dot{\phi}^2 + 2\dot{\alpha}_y \dot{\phi} \alpha_x) \quad (2.7)$$

onde M_D é a sua massa, I e I_0 são os momentos de inércia de massa diametral e polar, respectivamente, $\dot{\phi}$ a sua rotação própria, e $\dot{u}, \dot{w}, \dot{\alpha}_x, \dot{\alpha}_y$ as velocidades translacionais e rotacionais nas direções x e y , respectivamente. A primeira parcela da energia cinética representa a energia devida ao movimento de translação no plano do disco, a segunda é devida à rotação em torno dos eixos x e y , e a terceira é devida à rotação em torno do eixo z de simetria incluindo-se o efeito do momento giroscópico resultante do acoplamento de $\dot{\alpha}_x$ e $\dot{\alpha}_y$ com $\dot{\phi}$, considerando-se $\alpha_x \cong \alpha_y$.

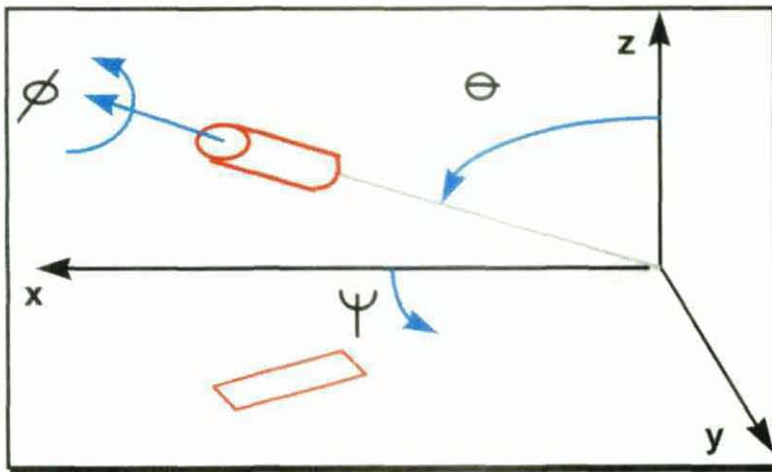


Fig.2.2 - Ângulos de Euler - precessão (ψ), nutação (θ) e giro (ϕ)

Aplicando as equações de Lagrange na expressão da energia cinética, como discutido no item 2.1, obtém-se a equação do movimento do disco:

$$[M_D] \{\ddot{q}(t)\} + [G_D] \{\dot{q}(t)\} = \{F(t)\}$$

$$[M_D] = \begin{bmatrix} M_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad [G_D] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dot{\phi} \cdot I_0 \\ 0 & 0 & -\dot{\phi} \cdot I_0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

onde $[M_D]$ é a matriz de inércia equivalente, e $[G_D]$ é a matriz do efeito giroscópico (anti-simétrica), e $\{q\}^T = [x, y, \alpha_x, \alpha_y]$ é o vetor das incógnitas do sistema.

2.3. Elemento de Eixo

Na modelagem por Elementos Finitos do eixo considera-se a dinâmica de uma viga reta com graus de liberdade de rotação e de deslocamentos transversais independentes (modelo de Timoshenko) com discretização Hermitiana (2 nós por elemento) e quatro graus de liberdade por nó - dois deslocamentos translacionais e duas rotações (vide figura 2.3). A seção reta de cada elemento da viga é considerada uniforme.

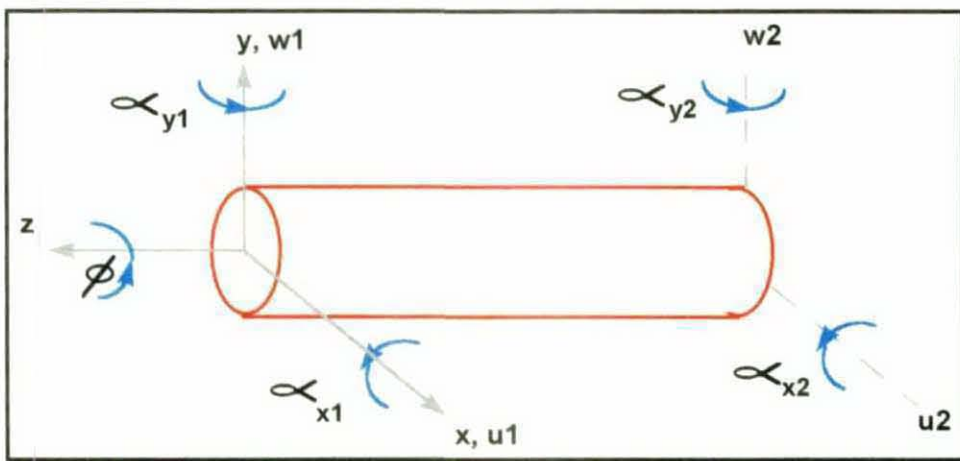


Fig.2.3 - Elemento de Eixo

Considerando-se o método dos elementos finitos, descrito no item 2.1, o funcional π é obtido da diferença entre a energia potencial armazenada no elemento de eixo e a energia cinética, subtraída do trabalho de deformação realizado por forças externas.

A energia cinética armazenada em cada elemento de eixo vale

$$T_E = \frac{1}{2} \rho \int_{z_1}^{z_2} [A(\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + I(\dot{\alpha}_x^2 + \dot{\alpha}_y^2) + I_0(\dot{\phi}^2 + 2\dot{\alpha}_y \dot{\phi} \dot{\alpha}_x)] dz \quad (2.9)$$

onde A é a sua área transversal, I e I_0 os momentos de inércia de área diametral e polar, respectivamente, z_1 e z_2 as abscissas dos nós do elemento, $\dot{\phi}$ a sua rotação própria, e $\dot{u}, \dot{w}, \dot{\alpha}_x, \dot{\alpha}_y$ são as velocidades translacionais e rotacionais nas direções x e y , respectivamente. A primeira parcela na eq.(2.9) representa a energia cinética devida ao

movimento de translação do eixo, a segunda é devida à rotação em torno dos eixos x e y , e a terceira é devida à rotação em torno do eixo z de simetria e devida ao momento giroscópico resultante do acoplamento de $\dot{\alpha}_x$ e $\dot{\alpha}_y$ com $\dot{\phi}$, considerando-se $\alpha_x \cong \alpha_y$.

A energia potencial armazenada, segundo o modelo de viga de Timoshenko, se deve a duas parcelas : uma devida à flexão e outra devida ao cisalhamento. A primeira é dada por :

$$V_F = \frac{1}{2} \int_0^L EI \left[\left(\frac{\partial \alpha_x}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial \alpha_y}{\partial z} \right)^2 \right] dz \quad (2.10)$$

onde E é o módulo de elasticidade do material do eixo, L é o comprimento do elemento, e α_x e α_y os ângulos de rotação da seção reta nas direções dos eixos x e y .

A parcela de cisalhamento é dada por :

$$V_C = \frac{1}{2} \int_0^L kGA^2 \left[\left(\frac{\partial w}{\partial z} - \alpha_x \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \alpha_y \right)^2 \right] dz \quad (2.11)$$

onde k é o fator de forma da seção transversal do elemento, G é o módulo de Coulomb, A é a área da seção transversal e u e w os deslocamentos translacionais nas direções x e y , respectivamente.

Um efeito adicional (Lalanne, [10]) está diretamente ligado à deformação elástica do elemento e, conseqüentemente, à sua energia potencial. Este efeito é derivado da consideração de uma força axial externa, constante, aplicada ao elemento de eixo, e só é ativado quando há precessão. Nesse caso, como ocorre encurtamento do comprimento do eixo, uma força axial provoca um trabalho de deformação em que o deslocamento axial é expresso em função dos deslocamentos transversais u e w . Este efeito é de segunda ordem, notando-se, no entanto, que o grau-de-liberdade associado ao deslocamento axial não é considerado.

Em rotores verticais, essa força é resultado do peso próprio do rotor, e pode-se considerar ainda a superposição de uma força axial trativa (ou até mesmo compressiva) devida à ação da água sobre a turbina, no caso de hidrogeradores.

A parcela de trabalho de deformação é, portanto, para uma força axial externa trativa F

$$W_A = -\frac{F}{2} \int_0^L \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] dz \quad (2.12)$$

Assim, o potencial total do elemento de eixo é representado por

$$\pi = (V_F + V_C - T_E) - W_A \quad (2.13)$$

Para efetuar as integrais ao longo de cada elemento (para em seguida minimizar o funcional π), utilizam-se as funções de forma Hermitianas η_1, η_2, η_3 e η_4 (relacionadas aos deslocamentos translacionais associadas à deformação por flexão e por cisalhamento) e também v_1, v_2, v_3 e v_4 (relacionadas aos deslocamentos rotacionais associados à deformação por flexão e por cisalhamento), apresentadas na eq.(2.14). O vetor de deslocamentos do elemento fica então determinado pelas relações :

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} u(z,t) \\ w(z,t) \\ \alpha_x(z,t) \\ \alpha_y(z,t) \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} \eta_1 & 0 & 0 & \eta_2 & \eta_3 & 0 & 0 & \eta_4 \\ 0 & \eta_1 & -\eta_2 & 0 & 0 & \eta_3 & \eta_4 & 0 \\ 0 & -v_1 & v_2 & 0 & 0 & -v_3 & v_4 & 0 \\ v_1 & 0 & 0 & v_2 & v_3 & 0 & 0 & v_4 \end{bmatrix} \cdot \{q\} \\ \{q\}^T &= \{u_1 \ w_1 \ \alpha_{x1} \ \alpha_{y1} \ u_2 \ w_2 \ \alpha_{x2} \ \alpha_{y2}\} \\ \eta_1 &= 1 - \frac{3z^2}{L^2} + \frac{2z^3}{L^3}, \quad \eta_2 = -z + \frac{2z^2}{L} - \frac{z^3}{L^2} \\ \eta_3 &= \frac{3z^2}{L^2} - \frac{2z^3}{L^3}, \quad \eta_4 = \frac{z^2}{L} - \frac{z^3}{L^2} \\ v_1 &= \frac{6z}{L^2} - \frac{6z^2}{L^3}, \quad v_2 = 1 - \frac{4z}{L} + \frac{3z^2}{L^2} \\ v_3 &= -\frac{6z}{L^2} + \frac{6z^2}{L^3}, \quad v_4 = -\frac{2z}{L} + \frac{3z^2}{L^2} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Assim, as matrizes de massa equivalente $[M]$, de efeito giroscópico $[G]$ e de rigidez equivalente $[K]$ de cada elemento de eixo são obtidas, sendo expressas na forma :

$$\begin{aligned} T_E &= \frac{1}{2} \{\dot{q}(t)\}^T [M] \{\dot{q}(t)\} + \frac{1}{2} \{\dot{q}(t)\}^T [G] \{q(t)\} + \frac{1}{2} \{q(t)\}^T [K_{ST}] \{q(t)\} \\ V &= (V_F + V_C) = \frac{1}{2} \{q(t)\}^T [K_{FC}] \{q(t)\} \\ W &= W_A = -\frac{1}{2} \{q(t)\}^T [K_A] \{q(t)\} \end{aligned} \quad (2.15)$$

onde :

$$\begin{aligned}
 [M] = & \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L & 54 & 0 & 0 & 13L \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 0 & 54 & -13L & 0 \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 0 & 13L & -3L^2 & 0 \\ -22L & 0 & 0 & 4L^2 & -13L & 0 & 0 & -3L^2 \\ 54 & 0 & 0 & -13L & 156 & 0 & 0 & 22L \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 0 & 156 & -22L & 0 \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & 0 & -22L & 4L^2 & 0 \\ 13L & 0 & 0 & -3L^2 & 22L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} + \\
 & + \frac{\rho I}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & -L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.16)
 \end{aligned}$$

é a matriz de massa equivalente devida à energia cinética (simétrica e positivo-definida), sendo o primeiro termo a matriz de massa devido à inércia de translação, e o segundo termo a matriz de massa devido à inércia diametral I do elemento de eixo (matriz de massa de efeito secundário de Rayleigh);

$$[G] = \frac{\dot{\phi} \rho I_0}{30L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 3L & 0 & 0 & -4L^2 & -3L & 0 & 0 & L^2 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 3L & 0 & 0 & L^2 & -3L & 0 & 0 & -4L^2 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

é a matriz de efeito giroscópico do eixo (anti-simétrica), devida à energia cinética, sendo I_0 o momento de inércia polar da seção reta do eixo;

$$[K_{st}] = \frac{\ddot{\phi} \rho I_0}{30L} \begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

é a matriz de rigidez resultante da parcela de energia cinética associada à rotação própria, que é ativada apenas quando há aceleração de giro ($\ddot{\phi} \neq 0$), como se observa da equação (2.15);

$$[K_{FC}] = \frac{EI}{(1+\lambda)L^3} \begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & 6L & (4+\lambda)L^2 & 0 & 0 & -6L & (2-\lambda)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (4+\lambda)L^2 & 6L & 0 & 0 & (2-\lambda)L^2 \\ -12 & 0 & 0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & 6L & (2-\lambda)L^2 & 0 & 0 & -6L & (4+\lambda)L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & (2-\lambda)L^2 & 6L & 0 & 0 & (4+\lambda)L^2 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

é a matriz de rigidez equivalente de flexão e cisalhamento, sendo λ o fator de influência do efeito de cisalhamento, $\lambda = \frac{12EI}{k_1AGL^2}$, onde k_1A é a área equivalente de cisalhamento, e

$$[K_A] = \frac{F}{30L} \begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & -L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

é a matriz de rigidez equivalente relacionada à força axial externa constante no elemento.

No caso de a força axial externa ser "pequena", a matriz $[K_A]$ possui um efeito desprezível se comparada com a matriz $[K_{FC}]$. Para estimar a influência da matriz $[K_A]$, observa-se inicialmente que ambas as matrizes possuem termos nulos nas mesmas posições. Considerando-se um rotor de aço carbono com 1m de diâmetro por 20m de comprimento, e desprezando-se o efeito do cisalhamento ($\lambda=0$), calcula-se as razões máxima e mínima entre os termos da matriz $[K_A]$ e os termos da matriz $[K_{FC}]$:

$$\text{razão}_{\text{máx}} = \frac{[K_A]_{11}}{[K_{FC}]_{11}} = \frac{\frac{36F}{30L}}{\frac{12EI}{L^3}} = \frac{FL^2}{10E \frac{\pi D^4}{64}} = \frac{F(20^2)}{10 \cdot 200 \cdot 10^9 \frac{\pi \cdot 1^4}{64}} = F \cdot 4,07 \cdot 10^{-9}$$

$$\text{razão}_{\min} = \frac{[K_A]_{32}}{[K_{FC}]_{32}} = \frac{\frac{3LF}{6LEI}}{\frac{L^3}{60E \frac{\pi D^4}{64}}} = \frac{FL^2}{60E \frac{\pi D^4}{64}} = \frac{F(20^2)}{60 \cdot 200 \cdot 10^9 \frac{\pi \cdot 1^4}{64}} = F \cdot 6,78 \cdot 10^{-10}$$

sendo F a força axial trativa considerada, em Newtons.

Assim, para uma razão máxima de 10%, seria necessária uma força axial da ordem de 24 MN, equivalente a vinte vezes o peso próprio desse rotor. Assim, nesse exemplo para hidrogeradores verticais, o peso da turbina, somado com o empuxo provocado pelo fluxo de água na turbina, deve ser comparável a vinte vezes o peso do rotor para uma influência de 10% na matriz de rigidez.

Finalmente, obtém-se a equação de movimento do elemento de eixo :

$$[M]\{\ddot{q}(t)\} + [G]\{\dot{q}(t)\} + [K_{FC} + K_A + K_{ST}]\{q(t)\} = \{F(t)\} \quad (2.21)$$

onde $\{F(t)\}$ é o vetor de excitações externas agindo sobre o elemento.

2.4. Mancais

Os mancais são considerados, em uma maneira simplificada, como elementos de suporte, dispostos discretamente ao longo do eixo, e representados por matrizes de rigidez e de amortecimento associadas aos deslocamentos u e w no apoio. O efeito é considerado no modelo numérico adicionando-se ao sistema de equações as condições de vínculo elástico e amortecimento entre o eixo e o apoio rígido. Os mancais são então representados por coeficientes K_{XX} , K_{YY} , K_{XY} , K_{YX} , C_{XX} , C_{YY} , C_{XY} e C_{YX} associados às matrizes de rigidez e amortecimento, respectivamente.

Na modelagem há dois tipos básicos de mancais: os mancais radiais e os mancais de escora. Os mancais de escora objetivam impedir os deslocamentos do rotor em sua direção axial. Uma vez que os elementos aqui adotados não apresentam graus de liberdade na direção axial, estes mancais possuem uma influência que pode ser resumida basicamente por rigidez e amortecimento relacionados à rotação nas direções x e y, no plano perpendicular ao eixo de

simetria do rotor, ou seja, relacionados ao tombamento do rotor em relação ao eixo z (vide figura 2.4).

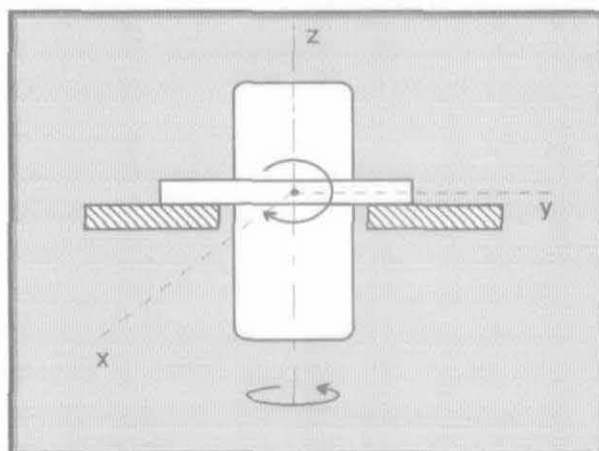


Fig. 2.4 - Esquema de um Mancal de Escora

Os mancais radiais visam reduzir os deslocamentos transversais do eixo. No capítulo 3 serão calculados os coeficientes de rigidez e amortecimento para mancais radiais hidrodinâmicos (simples e segmentados), completando assim os dados necessários para a análise dinâmica do rotor.

2.5. Modelo do Sistema Global

A partir das matrizes elementares do elemento de eixo e dos discos, e modelando-se os mancais por matrizes de rigidez e amortecimento, encontra-se a equação global do movimento do rotor :

$$[M + M_D]\{\ddot{q}(t)\} + [C_M + G + G_D]\{\dot{q}(t)\} + [K_M + K_{FC} + K_A + K_{ST}]\{q(t)\} = \{F(t)\} \quad (2.22)$$

onde :

$[M]$ e $[M_D]$: matriz elementar de inércia do eixo e dos discos (simétrica e positivo-definida)

$[C_M]$: matriz de amortecimento dos mancais

$[G]$ e $[G_D]$: matriz do efeito giroscópico do eixo e dos discos (anti-simétrica)

$[K_M]$: matriz de rigidez dos mancais

$[K_{FC}]$: matriz de rigidez do eixo devido à flexão e ao cisalhamento

$[K_A]$: matriz de rigidez do eixo relacionada à força axial externa

$[K_{ST}]$: matriz de rigidez equivalente do eixo devido à aceleração angular própria do rotor

$\{F(t)\}$: vetor de excitações externas

Observa-se que da presença da matriz de efeito giroscópico (G) na equação (2.22), a velocidade de rotação própria do rotor afeta o valor das frequências naturais do sistema. Esse fato justifica a relação entre as frequências naturais de precessão e a rotação própria do rotor, representada através do Diagrama de Campbell (figura 2.5). A forma anti-simétrica da matriz G implica em $2n$ frequências naturais distintas para cada velocidade de rotação do eixo, uma maior e outra menor do que cada uma das n frequências naturais do sistema sem rotação, correspondendo em geral aos modos de precessão direta e retrógrada, respectivamente.

No caso de um rotor não-simétrico, mesmo para o sistema com velocidade angular nula há duas frequências naturais distintas, de modo que cada par de curvas do Diagrama de Campbell não necessariamente se encontra no ponto onde a rotação do eixo é nula.

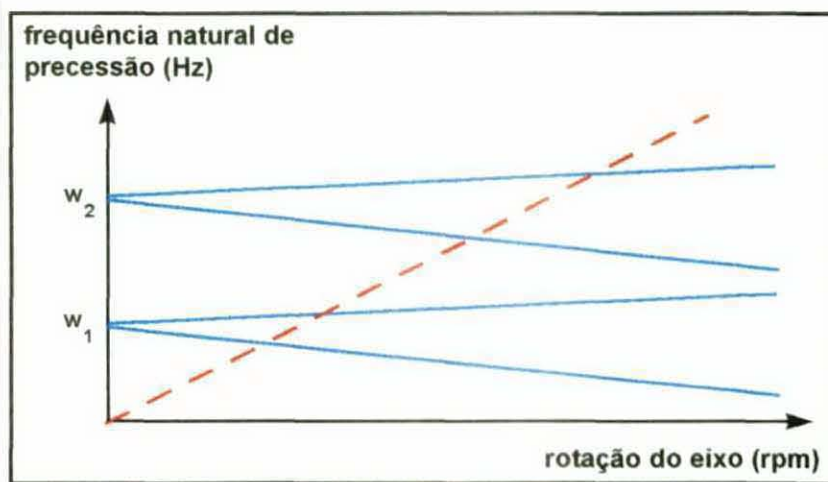


Fig.2.5 - Diagrama de Campbell

No exemplo da figura 2.5, encontra-se o Diagrama de Campbell dos quatro primeiros modos naturais de um rotor simétrico. Quando a rotação própria é nula, as quatro frequências

se reduzem a apenas duas distintas, devido à simetria do rotor. Para o cálculo das velocidades críticas, basta traçar a reta <frequência = rotação>, cujas interseções com as curvas de Campbell definirão os pontos onde a velocidade de rotação própria coincide com uma frequência natural. Nas velocidades de precessão direta, qualquer desbalanceamento do rotor provoca uma excitação síncrona com essa frequência natural, amplificando as amplitudes de oscilação nesse modo de vibração; diz-se assim que o sistema entrou em ressonância.

MANCAIS HIDRODINÂMICOS

Mancais hidrodinâmicos são comumente utilizados em máquinas rotativas de grande porte porque possuem capacidade de carga satisfatória para tais aplicações, além de características associadas à dissipação de energia (amortecimento) vantajosas na condição de estabilidade dinâmica. Quando há lubrificação hidrodinâmica a superfície do mancal suportando o carregamento é separada do eixo por um fino filme de lubrificante, de modo a prevenir o contato metal-a-metal. Essa lubrificação não depende da introdução do fluido sob pressão, apesar de isto poder ocorrer; a pressão no filme é obtida do movimento entre as duas superfícies a uma velocidade suficientemente alta para separá-las em face do carregamento aplicado. Mancais hidrodinâmicos simples, apesar de serem mais fáceis de fabricar quando comparados com outros tipos de mancais, estão sujeitos à instabilidade dinâmica devido a efeitos de precessão auto-excitada, e serão discutidos no item 3.1.2. Por outro lado, mancais hidrodinâmicos segmentados, que possuem sua superfície de contato com o eixo dividida em vários segmentos móveis, são de custo de fabricação bem mais alto, oferecendo porém a vantagem de eliminar o problema de instabilidade gerada pelos suportes.

3.1. Mancais Hidrodinâmicos Simples

3.1.1. Modelagem

Para o estudo da resposta dos mancais hidrodinâmicos, Childs [11] propõe uma versão da Equação de Reynolds, sob as hipóteses

1. óleo é um fluido Newtoniano, incompressível, em regime de escoamento laminar, com forças de corpo nulas e viscosidade constante
2. velocidade do óleo é nula na direção radial
3. espessura da camada de óleo é constante na direção axial (eixo de simetria do mancal paralelo ao eixo de simetria do rotor)

, resultando em

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(h^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + R^2 \frac{\partial}{\partial Z} \left(h^3 \frac{\partial P}{\partial Z} \right) = 12 \mu \left(\frac{R}{C_r} \right)^2 \left(\frac{\omega}{2} \frac{\partial h}{\partial \theta} + \frac{\partial h}{\partial t} \right) \quad (3.1)$$

onde

ω : velocidade de rotação do rotor

e : excentricidade do rotor

C_r : espessura do filme quando $e = 0$

ε : excentricidade normalizada, $= e / C_r$

$H(\theta, t)$: espessura do filme de óleo a cada instante ao longo da circunferência do mancal ($= C_r + e(t)\cos(\theta)$)

$h(\theta, t)$: espessura normalizada, $= H(\theta, t) / C_r$

γ : ângulo entre a direção da excentricidade e a direção da força externa sobre o rotor (seu peso, por exemplo)

μ : viscosidade do óleo

R : raio do rotor

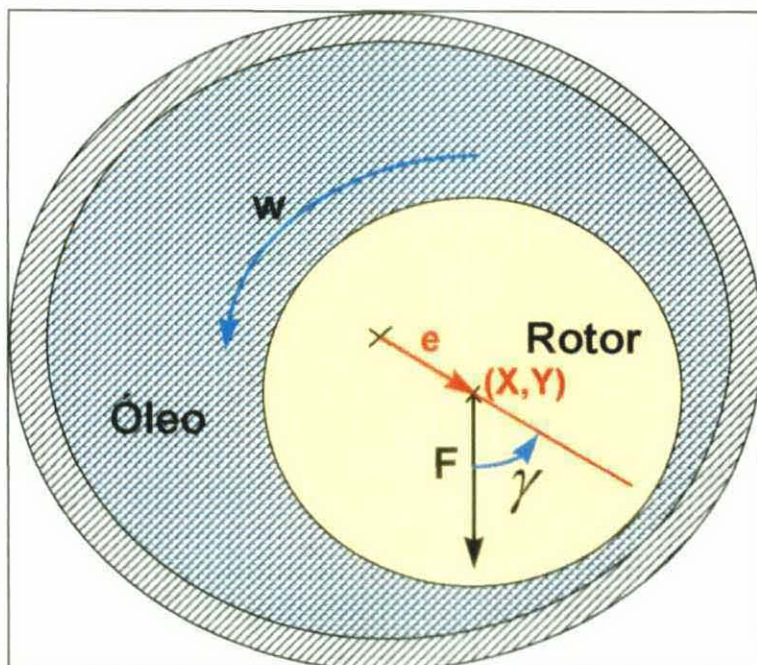


Fig.3.1 - Esquema de um mancal hidrodinâmico simples

Resolvendo-se a eq. (3.1), obtém-se o campo de pressões no rotor do mancal em função do seu movimento. Este campo de tensões, integrado na superfície do eixo do mancal, fornece as forças de reação nos apoios. Desse modo, o campo de pressões no interior do mancal hidrodinâmico apresentado na figura 3.1 é função apenas das coordenadas θ e z .

Manacorda [12] estudou o problema de pequenos desalinhamentos de mancais hidrodinâmicos curtos simples, encontrando o valor do torque produzido pelo filme de óleo. No entanto, ao integrar a pressão no interior do mancal, concluiu que o valor da força resultante produzida pelo mancal hidrodinâmico não se alterou devido a pequenas inclinações (se comparadas à inclinação máxima possível devido à espessura do filme de óleo) do eixo de simetria do rotor no interior do mancal. Com isso, a hipótese 3 se mostra satisfatória para essas pequenas inclinações entre os eixos.

Quanto à solução analítica da equação (3.1), em apenas dois casos de mancais hidrodinâmicos esta é factível (Cardinali [13]):

a) Solução para Mancais Longos (Sommerfeld) :

Nesta condição, o gradiente da pressão na direção axial é muito menor do que o gradiente na direção circunferencial, devido às condições de contorno, de modo que a taxa de variação da pressão na coordenada θ é muito maior que na coordenada axial z , e assim pode-se desprezar o segundo termo à esquerda da equação (3.1). Este caso não será tratado no presente trabalho, uma vez que no caso de hidrogeradores, em geral, a razão entre o comprimento e o diâmetro do mancal é menor que 0,5 (Childs [11]).

b) Solução para Mancais Curtos (Ocvirk) :

Na configuração de mancais curtos, o gradiente da pressão na direção axial z é muito alto em relação ao gradiente na direção circunferencial θ , devido às condições de contorno. Neste caso, pode-se desprezar o primeiro termo à esquerda da equação (3.1) e a aproximação de Ocvirk é aplicável nas situações em que $L / D < 0,5$ e para razões de excentricidade $\varepsilon < 0,7$.

Sob estas condições a equação de Reynolds se reduz a :

$$C_r^2 \frac{\partial}{\partial Z} \left(h^3 \frac{\partial P}{\partial Z} \right) = 12 \mu \left(\frac{\omega}{2} \frac{\partial h}{\partial \theta} + \frac{\partial h}{\partial t} \right) \quad (3.2)$$

onde a solução para a equação (3.2) é obtida, através de integração direta em z :

$$P(z, \theta) = \frac{3}{4} \mu \omega \frac{L^2}{C_r^2} \frac{(x - 2\dot{y}) \sin \theta - (y + 2\dot{x}) \cos \theta}{h^3} (4z^2 - 1) \quad (3.3)$$

definida a partir dos parâmetros adimensionais :

$$\begin{aligned} x &= \frac{X}{C_r} & y &= \frac{Y}{C_r} & z &= \frac{Z}{L} \\ \dot{x} &= \frac{\partial X / \partial t}{\omega C_r} & \dot{y} &= \frac{\partial Y / \partial t}{\omega C_r} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Note-se que esta solução fornece valores da pressão negativos na região de coordenadas $\alpha - \pi < \theta < \alpha$, onde

$$\alpha = \operatorname{tg}^{-1} \frac{(y + 2\dot{x})}{(x - 2\dot{y})} - \frac{\pi}{2} \operatorname{sign} \frac{(y + 2\dot{x})}{(x - 2\dot{y})} - \frac{\pi}{2} \operatorname{sign} (y + 2\dot{x})$$

$$\operatorname{sign} (p) = \begin{cases} -1, & \text{se } p < 0 \\ 0, & \text{se } p = 0 \\ 1, & \text{se } p > 0 \end{cases} \quad (3.5)$$

Considerando-se que a pressão hidrostática no interior do mancal apresenta uma contribuição ao equilíbrio muito menor que a pressão hidrodinâmica, obtém-se que a pressão na faixa $\alpha - \pi < \theta < \alpha$ é nula. Isso ocorre devido ao fato de os efeitos de cavitação vaporizarem a camada de óleo, não permitindo a ocorrência de pressões negativas (vácuo). Essa premissa da fenomenologia envolvida (condição de Gumbel) fornece a solução conhecida como solução para *mancais* π , que considera os efeitos da cavitação. Há três condições de contorno comumente encontradas na literatura para um mancal circular (Cardinali, [13]) : Sommerfeld, Gumbel e Reynolds (vide figura 3.2).

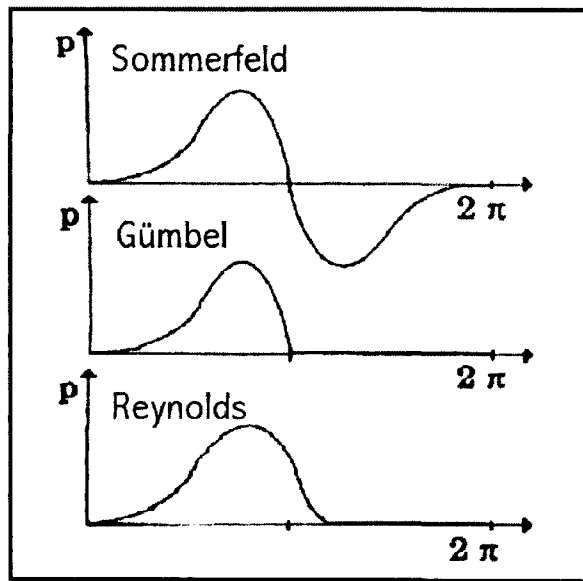


Fig.3.2 - Condições de contorno para um mancal circular

A condição de contorno de Sommerfeld não preconiza a interpretação física do rompimento do filme de óleo, enquanto que a segunda (Gumbel) corrige o problema da ocorrência na solução analítica da pressão negativa, apresentando, no entanto, solução com

derivada não continua no ponto $\theta = \pi$. A condição de contorno de Reynolds preconiza ambas as condições anteriores, implicando no entanto na perda de simplicidade das equações resultantes. Assim, optou-se por utilizar no presente trabalho a c.c. de Gumbel. A distribuição do campo de pressões no mancal, considerando-se a cavitação, encontra-se representada na figura 3.3.

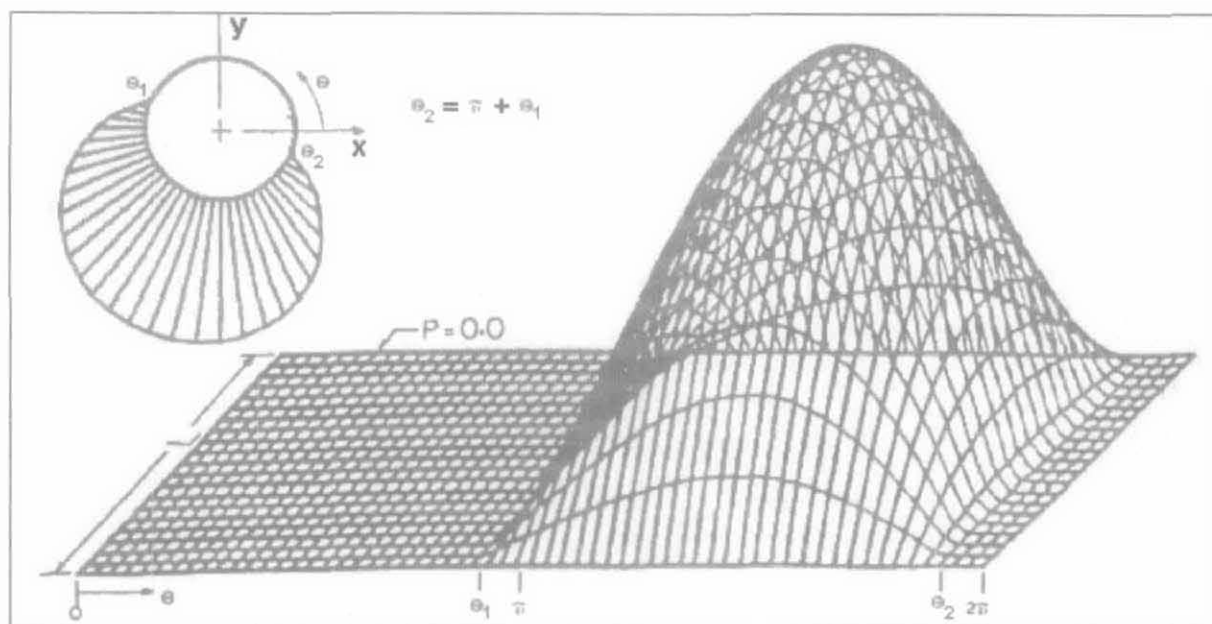


Fig.3.3 - Distribuição de pressões num mancal hidrodinâmico simples

A partir da distribuição de pressão no filme de óleo da eq. (3.3), os coeficientes das matrizes de rigidez e de amortecimento para mancais curtos foram obtidos por Childs [11], sob as seguintes aproximações :

- o cálculo é feito apenas nos pontos de equilíbrio estático do rotor devido à uma força externa constante
- a influência da velocidade de precessão do rotor é desprezada

A posição de equilíbrio do rotor sujeito a uma força constante F_0 (o peso, por exemplo) foi obtida. Considerando-se ϵ_0 a excentricidade do rotor no ponto de equilíbrio e γ_0 o ângulo entre o vetor excentricidade e a força, obtém-se :

$$F_0 = \frac{\mu \omega R L^3 \varepsilon_0 \sqrt{16 \varepsilon_0^2 + \pi^2 (1 - \varepsilon_0)^2}}{4 C_r (1 - \varepsilon_0^2)^2} \quad (3.6)$$

$$\gamma_0 = \tan^{-1} \left(\frac{\pi \sqrt{1 - \varepsilon_0}}{4 \varepsilon_0} \right) \quad (3.7)$$

O lugar geométrico dos pontos de equilíbrio do rotor no plano x-y do mancal está indicado na Figura 3.4.

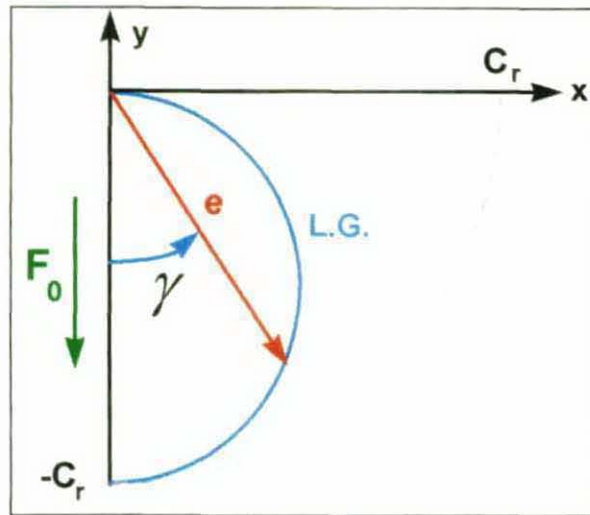


Fig.3.4 - Lugar geométrico do ponto equilíbrio do rotor

Desta figura observa-se que, associada à reação vertical F_0 , tem-se deslocamentos nas duas direções devido ao acoplamento da matriz de rigidez aos deslocamentos nas duas direções no plano do mancal, e que para uma pequena força (módulo da excentricidade próximo de zero) essa não-linearidade é muito acentuada. Este fato é observado do valor da derivada do lugar geométrico (fig. 3.4) na região próxima à origem.

Para as posições de equilíbrio apresentadas na Fig.3.4, as matrizes de rigidez e de amortecimento estão apresentadas em Childs [11]. Observa-se no caso da matriz de rigidez que os elementos extra-diagonais possuem sinais contrários para excentricidades menores do que 0.6, enquanto que a matriz de amortecimento é simétrica. No entanto, as simplificações apresentadas em Childs [11] comprometem a generalidade da solução, pois na análise dinâmica

de rotores os valores das matrizes de rigidez e de amortecimento em qualquer posição e para qualquer velocidade absoluta do rotor são requeridas.

Para contornar esta dificuldade, Capone [14] propôs uma solução que permite o cálculo da força de reação do mancal sobre o rotor, cujas características estão apresentadas a seguir. Tomando-se a equação (3.3) e integrando-se nos intervalos $-0,5 < z < 0,5$ e $\alpha < \theta < \alpha + \pi$ obtém-se as forças hidrodinâmicas de reação

$$\vec{F} = \begin{Bmatrix} F_X \\ F_Y \end{Bmatrix} = - \left[\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{\alpha}^{\alpha + \pi} P(z, \theta) \begin{Bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{Bmatrix} (R \partial \theta) (L \partial z) \right] \quad (3.8)$$

No cálculo em questão, foi definida uma função G, cujas derivadas em x e y resultam nos resultados da integral da equação (3.8). A solução obtida por Capone [14] é :

$$\vec{F} = -k \frac{n}{m} \vec{W} \quad (3.9)$$

onde :

$$\begin{aligned} k &= \mu \omega \frac{RL^3}{4C^2} \\ u &= y + 2\dot{x} & v &= x - 2\dot{y} \\ n &= \sqrt{u^2 + v^2} & m &= 1 - x^2 - y^2 \\ \alpha &= \text{tg}^{-1} \left(\frac{u}{v} \right) - \frac{\pi}{2} \text{sign} \left(\frac{u}{v} \right) - \frac{\pi}{2} \text{sign}(u) \\ p &= y \cdot \cos \alpha - x \cdot \sin \alpha \\ q &= x \cdot \cos \alpha + y \cdot \sin \alpha \\ \vec{W} &= \begin{Bmatrix} 3xV - G \cdot \sin \alpha - 2F \cdot \cos \alpha \\ 3yV + G \cdot \cos \alpha - 2F \cdot \sin \alpha \end{Bmatrix} \\ V &= \frac{2 + p \cdot G}{m} \\ G &= \frac{\pi}{\sqrt{m}} + \frac{2}{\sqrt{m}} \text{tg}^{-1} \left(\frac{p}{\sqrt{m}} \right) \\ F &= \frac{q}{1 - q^2} \end{aligned}$$

A partir das componentes do vetor força definido na equação (3.9), os coeficientes das matrizes de rigidez e amortecimento são obtidos derivando-se em relação a x, y, \dot{x}, \dot{y} , respectivamente. Assim,

$$\begin{aligned}
 -\frac{\partial \bar{F}}{\partial X} &= -\frac{1}{C_r} \frac{\partial \bar{F}}{\partial x} = \left(k \left(\frac{v}{mn} + \frac{2xn}{m^2} \right) \bar{W} + k \frac{n}{m} \frac{\partial \bar{W}}{\partial x} \right) \frac{1}{C_r} \\
 -\frac{\partial \bar{F}}{\partial Y} &= -\frac{1}{C_r} \frac{\partial \bar{F}}{\partial y} = \left(k \left(\frac{u}{mn} + \frac{2yn}{m^2} \right) \bar{W} + k \frac{n}{m} \frac{\partial \bar{W}}{\partial y} \right) \frac{1}{C_r} \\
 -\frac{\partial \bar{F}}{\partial \dot{X}} &= -\frac{1}{\omega C_r} \frac{\partial \bar{F}}{\partial \dot{x}} = \left(k \frac{2u}{mn} \bar{W} + k \frac{n}{m} \frac{\partial \bar{W}}{\partial \dot{x}} \right) \frac{1}{\omega C_r} \\
 -\frac{\partial \bar{F}}{\partial \dot{Y}} &= -\frac{1}{\omega C_r} \frac{\partial \bar{F}}{\partial \dot{y}} = \left(-k \frac{2v}{mn} \bar{W} + k \frac{n}{m} \frac{\partial \bar{W}}{\partial \dot{y}} \right) \frac{1}{\omega C_r}
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

, em que as seguintes definições para as derivadas das componentes do vetor W foram utilizadas:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \bar{W}}{\partial x} &= \left\{ \begin{array}{l} 3V + 3x \frac{\partial V}{\partial x} - G \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial x} - \frac{\partial G}{\partial x} \sin \alpha + 2F \cdot \sin \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial x} - 2 \frac{\partial F}{\partial x} \cos \alpha \\ 3y \frac{\partial V}{\partial x} - G \cdot \sin \alpha \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial x} \cos \alpha - 2F \cdot \cos \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial x} - 2 \frac{\partial F}{\partial x} \sin \alpha \end{array} \right\} \\
 \frac{\partial \bar{W}}{\partial y} &= \left\{ \begin{array}{l} 3x \frac{\partial V}{\partial y} - G \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial y} - \frac{\partial G}{\partial y} \sin \alpha + 2F \cdot \sin \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial y} - 2 \frac{\partial F}{\partial y} \cos \alpha \\ 3V + 3y \frac{\partial V}{\partial y} - G \cdot \sin \alpha \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial y} + \frac{\partial G}{\partial y} \cos \alpha - 2F \cdot \cos \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial y} - 2 \frac{\partial F}{\partial y} \sin \alpha \end{array} \right\} \\
 \frac{\partial \bar{W}}{\partial \dot{x}} &= \left\{ \begin{array}{l} 3x \frac{\partial V}{\partial \dot{x}} - G \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial G}{\partial \dot{x}} \sin \alpha + 2F \cdot \sin \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial \dot{x}} - 2 \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \cos \alpha \\ 3y \frac{\partial V}{\partial \dot{x}} - G \cdot \sin \alpha \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial \dot{x}} + \frac{\partial G}{\partial \dot{x}} \cos \alpha - 2F \cdot \cos \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial \dot{x}} - 2 \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} \sin \alpha \end{array} \right\} \\
 \frac{\partial \bar{W}}{\partial \dot{y}} &= \left\{ \begin{array}{l} 3x \frac{\partial V}{\partial \dot{y}} - G \cdot \cos \alpha \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial \dot{y}} - \frac{\partial G}{\partial \dot{y}} \sin \alpha + 2F \cdot \sin \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial \dot{y}} - 2 \frac{\partial F}{\partial \dot{y}} \cos \alpha \\ 3y \frac{\partial V}{\partial \dot{y}} - G \cdot \sin \alpha \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial \dot{y}} + \frac{\partial G}{\partial \dot{y}} \cos \alpha - 2F \cdot \cos \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial \dot{y}} - 2 \frac{\partial F}{\partial \dot{y}} \sin \alpha \end{array} \right\}
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

cujos parâmetros estão a seguir apresentados:

- Derivadas de α (definido na eq. (3.9)) em relação a x, y, \dot{x}, \dot{y} , resulta em:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial x} = \frac{-u}{u^2 + v^2}, \quad \frac{\partial \alpha}{\partial y} = \frac{v}{u^2 + v^2}, \quad \frac{\partial \alpha}{\partial \dot{x}} = \frac{2v}{u^2 + v^2}, \quad \frac{\partial \alpha}{\partial \dot{y}} = \frac{2u}{u^2 + v^2} \quad (3.12)$$

- Derivadas da função V :

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\left[p \frac{\partial G}{\partial x} - \left(q \frac{\partial \alpha}{\partial x} + \sin \alpha \right) G \right] m + 2x(2 + p \cdot G)}{m^2}$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} = \frac{\left[p \frac{\partial G}{\partial y} - \left(q \frac{\partial \alpha}{\partial y} - \cos \alpha \right) G \right] m + 2y(2 + p \cdot G)}{m^2} \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \dot{x}} = \frac{\left[p \frac{\partial G}{\partial \dot{x}} - q \frac{\partial \alpha}{\partial \dot{x}} G \right]}{m} \quad \frac{\partial V}{\partial \dot{y}} = \frac{\left[p \frac{\partial G}{\partial \dot{y}} - q \frac{\partial \alpha}{\partial \dot{y}} G \right]}{m}$$

- Derivadas da função G :

$$\frac{\partial G}{\partial x} = \frac{x}{m\sqrt{m}} \left(\pi + 2 \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{p}{\sqrt{m}} \right) \right) + 2 \frac{\frac{px}{m} - q \frac{\partial \alpha}{\partial x} - \sin \alpha}{m + p^2}$$

$$\frac{\partial G}{\partial y} = \frac{y}{m\sqrt{m}} \left(\pi + 2 \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{p}{\sqrt{m}} \right) \right) + 2 \frac{\frac{py}{m} - q \frac{\partial \alpha}{\partial x} + \cos \alpha}{m + p^2} \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial G}{\partial \dot{x}} = \frac{-2q}{m + p^2} \frac{\partial \alpha}{\partial \dot{x}} \quad \frac{\partial G}{\partial \dot{y}} = \frac{-2q}{m + p^2} \frac{\partial \alpha}{\partial \dot{y}}$$

- Derivadas da função F :

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \left(p \frac{\partial \alpha}{\partial x} + \cos \alpha \right) \frac{(1 + q^2)}{(1 - q^2)^2} \quad \frac{\partial F}{\partial y} = \left(p \frac{\partial \alpha}{\partial y} + \sin \alpha \right) \frac{(1 + q^2)}{(1 - q^2)^2}$$

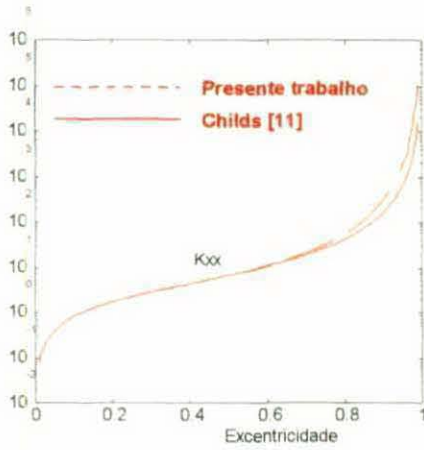
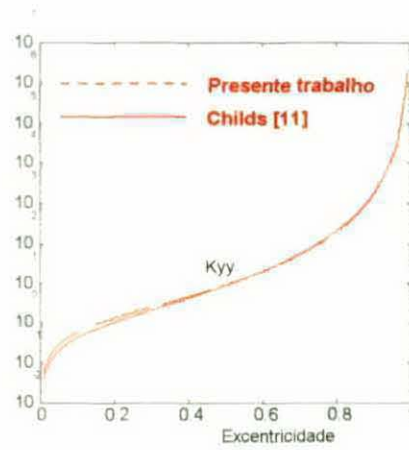
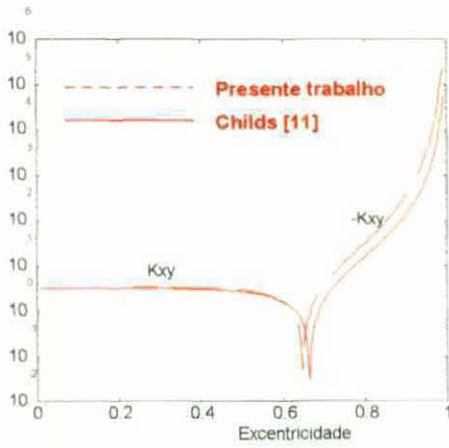
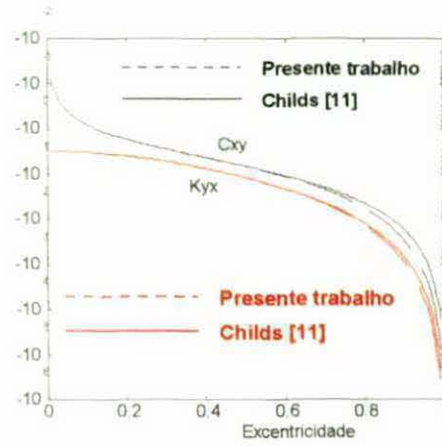
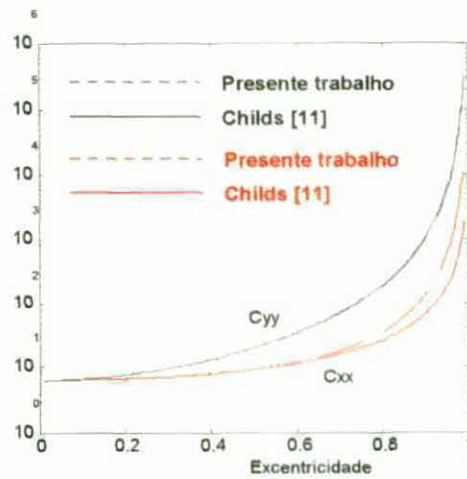
$$\frac{\partial F}{\partial \dot{x}} = p \frac{\partial \alpha}{\partial \dot{x}} \frac{(1 + q^2)}{(1 - q^2)^2} \quad \frac{\partial F}{\partial \dot{y}} = p \frac{\partial \alpha}{\partial \dot{y}} \frac{(1 + q^2)}{(1 - q^2)^2} \quad (3.15)$$

Os coeficientes das matrizes de rigidez e amortecimento de mancais curtos para uma posição e velocidade de precessão quaisquer do rotor são então obtidas das equações (3.9 - 3.15), através das expressões em (3.16).

$$\begin{pmatrix} \mathbf{K}_{XX} \\ \mathbf{K}_{YX} \end{pmatrix} = -\frac{\partial \bar{F}}{\partial X}, \quad \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{XY} \\ \mathbf{K}_{YY} \end{pmatrix} = -\frac{\partial \bar{F}}{\partial Y}, \quad \begin{pmatrix} \mathbf{C}_{XX} \\ \mathbf{C}_{YX} \end{pmatrix} = -\frac{\partial \bar{F}}{\partial \dot{X}}, \quad \begin{pmatrix} \mathbf{C}_{XY} \\ \mathbf{C}_{YY} \end{pmatrix} = -\frac{\partial \bar{F}}{\partial \dot{Y}} \quad (3.16)$$

Os coeficientes de rigidez e amortecimento calculados dessa forma são função das dimensões do mancal, da viscosidade do óleo, da velocidade de rotação (ω), da posição (X, Y) e da velocidade (\dot{X}, \dot{Y}) de precessão do rotor. Assim, os resultados obtidos no presente trabalho são mais gerais do que os valores apresentados em Childs [11], pois a velocidade de precessão do rotor é considerada e as coordenadas X e Y da posição do centro do rotor não são necessariamente as posições de equilíbrio mostradas na fig. 3.4. Portanto, os coeficientes das matrizes podem ser obtidos em qualquer posição do rotor.

As figuras (3.5) a (3.9) ilustram a comparação entre os coeficientes de rigidez e amortecimento resultantes das equações (3.16) e aqueles obtidos por Childs [11] para diversos valores de excentricidade. Nota-se que apesar de alguns coeficientes apresentarem diferenças significativas entre as curvas para excentricidades ϵ maiores que 0,7, para esses valores a solução da equação de Reynolds com as simplificações de Ocvirk é aplicável (eq.(3.2)). Tipicamente, rotores não possuem excentricidade ultrapassando o valor de 0,3; a máxima diferença entre os valores de solução apresentados é de 10% para o coeficiente K_{yy} . É notório observar que as curvas representativas dos coeficientes K_{xx} e K_{yy} não são coincidentes porque estão traçadas segundo a parametrização específica da figura 3.4, que apresenta variações diferentes para as coordenadas X e Y . O mesmo pode-se dizer quanto às curvas C_{xx} e C_{yy} , que só possuem valores coincidentes quando a excentricidade é nula.

Fig.3.5 - K_{xx} Fig.3.6 - K_{yy} Fig.3.7 - K_{xy} Fig.3.8 - K_{yx} e C_{xy} Fig.3.9 - C_{xx} e C_{yy}

As figuras 3.10 a 3.17 representam as linhas de contorno dos coeficientes adimensionalizados de rigidez e amortecimento obtidos no presente estudo em função das coordenadas adimensionalizadas (x,y) do rotor. Os valores foram obtidos das equações (3.9) a (3.15) no caso em que $\dot{x} = \dot{y} = 0$ (velocidades nulas de precessão do rotor).

Os resultados apresentados nas figuras 3.10 e 3.11 indicam que a rigidez aumenta à medida em que aumenta a excentricidade. Note-se que os gráficos das figuras 3.5 a 3.9 reproduzem aqueles das figuras 3.10 a 3.17, porém traçados ao longo do lugar geométrico da figura 3.4.

• **Coefficientes de Rigidez (em função de x e y) :**

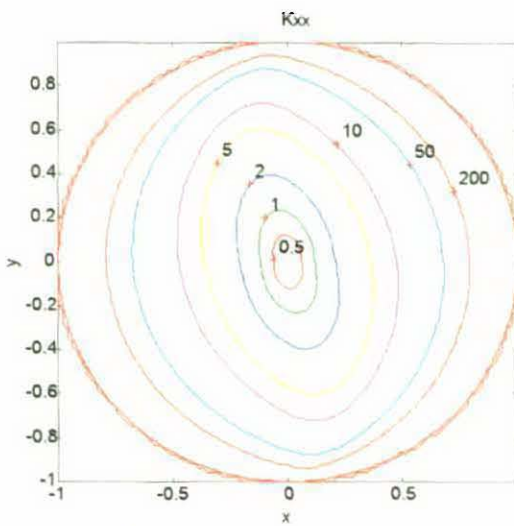


Fig.3.10 - K_{xx}

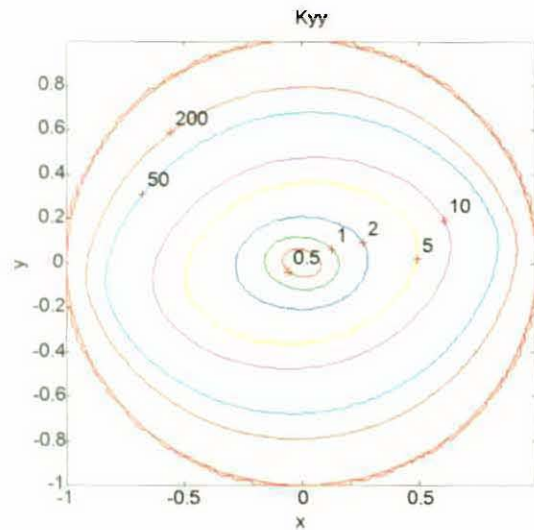


Fig.3.11 - K_{yy}

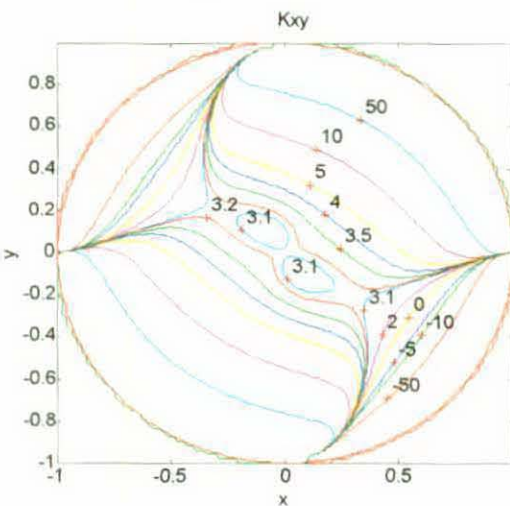


Fig.3.12 - K_{xy}

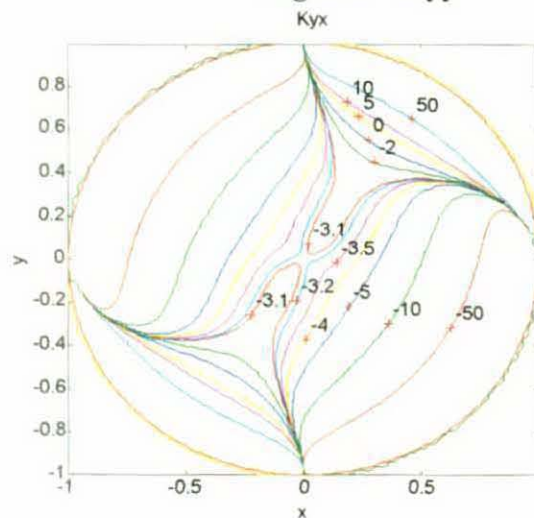


Fig.3.13 - K_{yx}

• **Coefficientes de Amortecimento (em função de x e y) :**

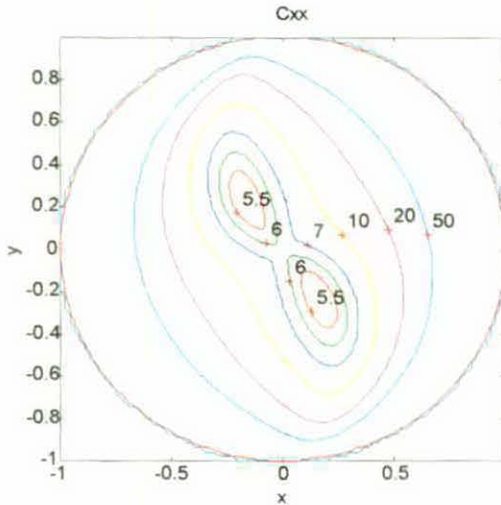


Fig.3.14 - Cxx

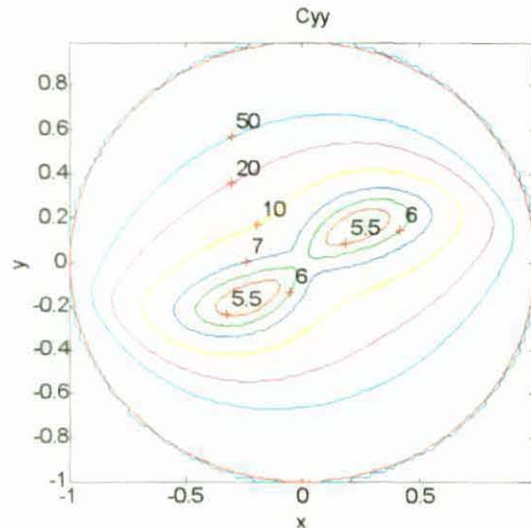


Fig.3.15 - Cyy

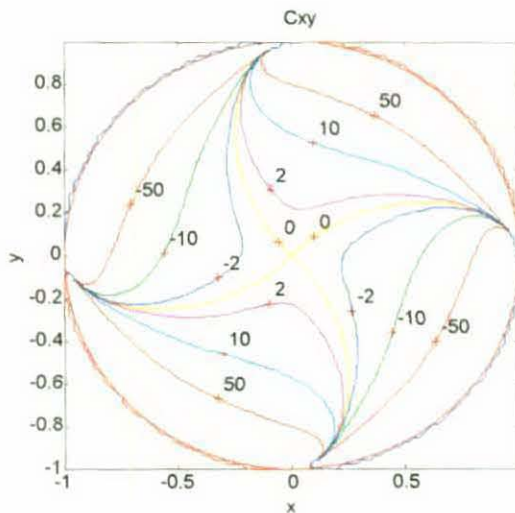


Fig.3.16 - Cxy (=Cyx)

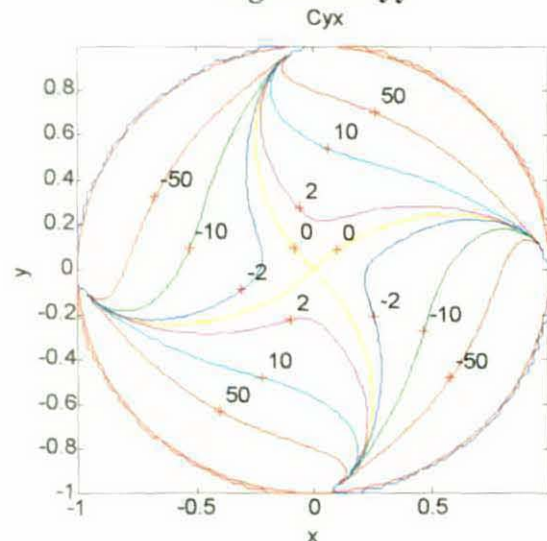


Fig.3.17 - Cyx (=Cxy)

As figuras 3.18 a 3.25 representam as linhas de contorno dos coeficientes adimensionalizados de rigidez e amortecimento em função da coordenada adimensionalizada y do rotor e de sua derivada. Os valores foram obtidos das equações (3.9) a (3.16) no caso em que $\dot{x} = 0$ e $\dot{y} = 0$. Com isso, é possível observar a influência da velocidade de precessão do rotor em diferentes posições, e concluir que para uma modelagem satisfatória é necessário considerar essa velocidade a cada instante.

As figuras 3.18 e 3.19 mostram claramente que para a condição em que a coordenada y e a sua derivada possuem o mesmo sinal, os coeficientes de rigidez tendem a aumentar. Desse modo, nota-se a forte dependência dos valores da rigidez não só em função da posição, mas também da velocidade do rotor em relação ao mancal.

• **Coefficientes de Rigidez (em função de y e \dot{y}):**

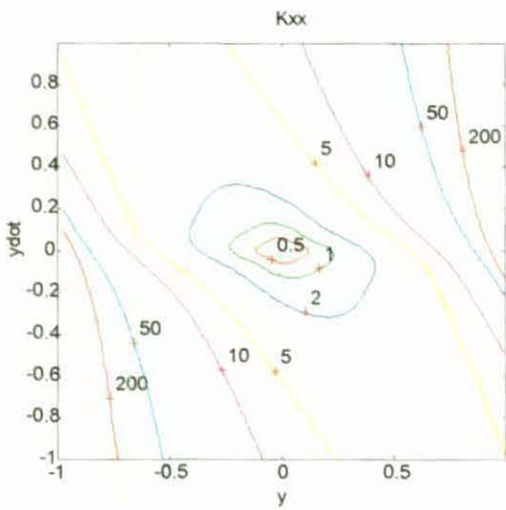


Fig.3.18 - Kxx

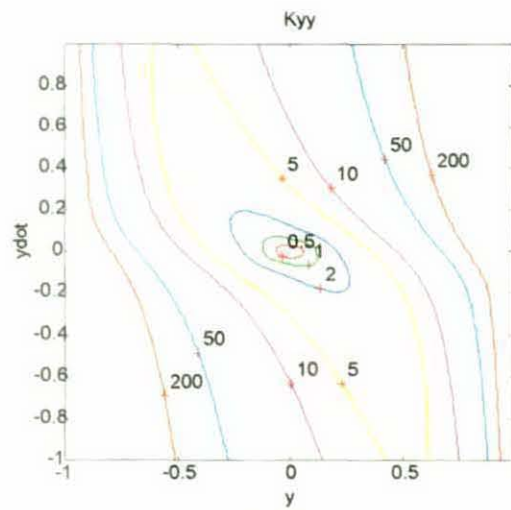


Fig.3.19 - Kyy

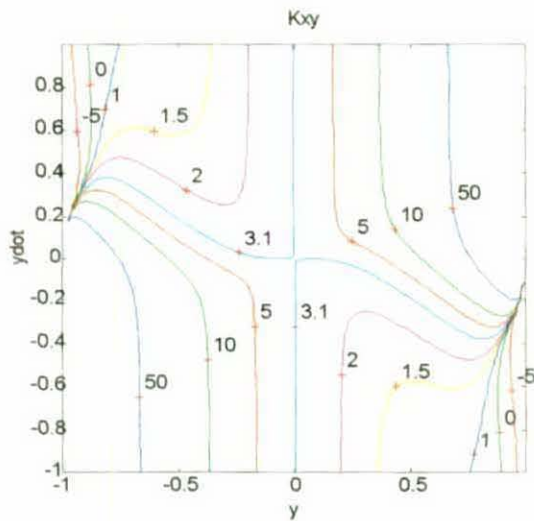


Fig.3.20 - Kxy

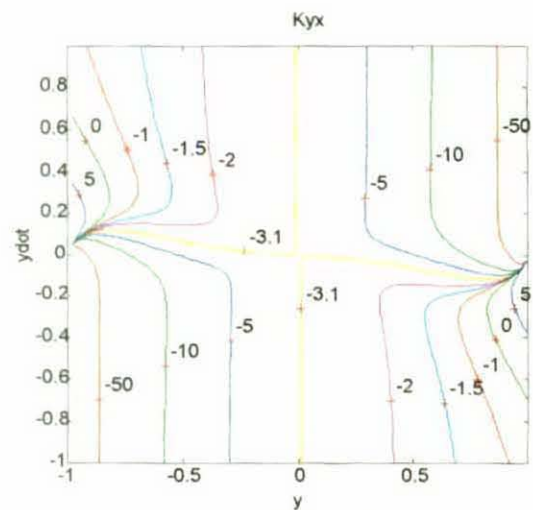


Fig.3.21 - Kyx

• **Coefficientes de Amortecimento (em função de y e \dot{y}) :**

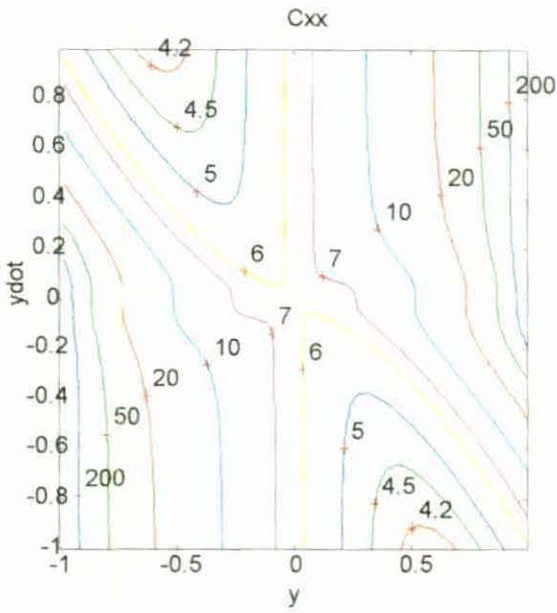


Fig.3.22 - C_{xx}

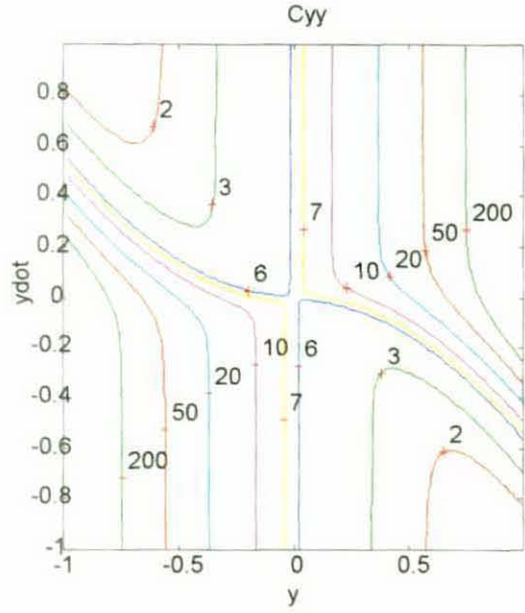


Fig.3.23 - C_{yy}

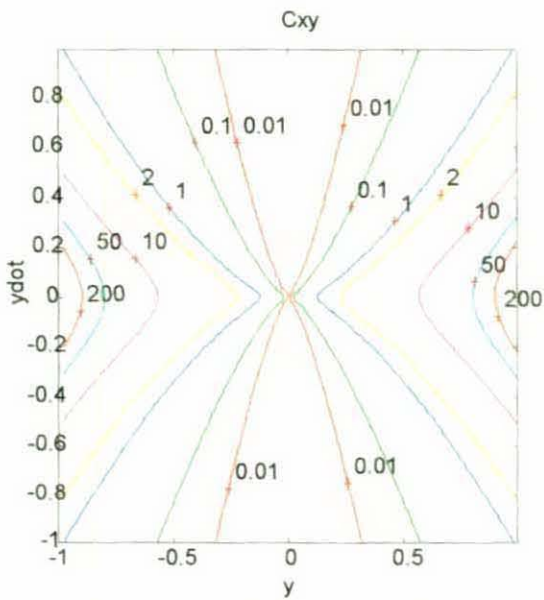


Fig.3.24 - C_{xy} ($=C_{yx}$)

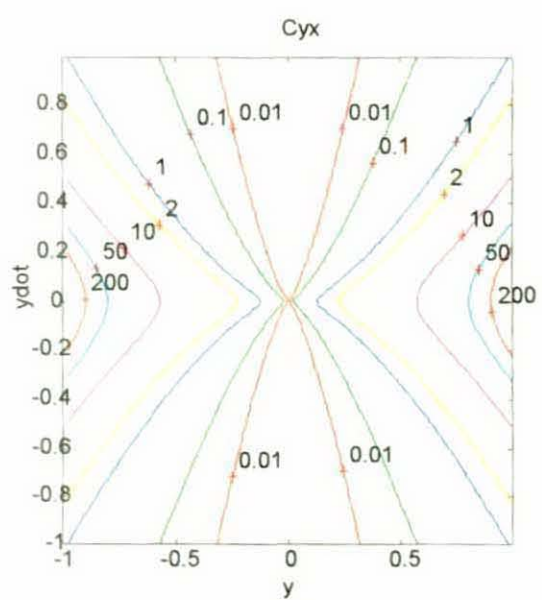


Fig.3.25 - C_{yx} ($=C_{xy}$)

3.1.2. Precessão Auto-Excitada

Movimento de precessão auto-excitado ou assíncrono é definido como o movimento de rotores em que as forças de excitação que induzem a vibração transversal do eixo são controladas pelo próprio movimento de rotação. Em um movimento resultante de vibrações forçadas, onde a excitação é função apenas do tempo, como no caso de vibrações induzidas pelo desbalanceamento do rotor, a resposta é síncrona, ou seja, predominantemente na frequência de operação. Já em um movimento auto-excitado, a frequência de excitação é superposta à frequência de operação, induzindo órbitas não-usuais resultantes da combinação de ambas as frequências na resposta do sistema.

Uma máquina rotativa pode experimentar um movimento auto-excitado a partir da interação de um ou vários mecanismos diferentes. É importante que a ocorrência de movimentos auto-excitados potencialmente perigosos possa ser identificada, requerendo o desligamento da unidade ou a mudança das condições de operação, velocidade ou carregamento. O principal objetivo de se compreender esses movimentos é permitir o projeto de máquinas estáveis para todas as faixas de velocidades de rotação (a partir da velocidade nula até a velocidade de operação) e para as diversas condições de carregamento (desde a condição sem carga até aquela de carregamento máximo de operação).

Um dos principais mecanismos geradores de movimento auto-excitado em rotores é o causado por mancais hidrodinâmicos. Em condições normais de operação, o rotor e o mancal estão separados por um filme de óleo. A rotação própria provoca um perfil de pressão na região convergente do filme de óleo que sustenta o rotor. Quando a distribuição de pressão no filme torna-se menor do que a pressão de vapor do óleo, ocorre cavitação.

As forças induzidas no óleo podem criar uma condição conhecida como "oil whirl", em que o rotor possui um movimento de precessão em uma frequência igual à metade da sua frequência de rotação. Essa condição ocorre principalmente em rotores verticais, onde os carregamentos transversais sofridos pelo rotor são pequenos quando comparados com os dos rotores horizontais, devido ao peso próprio. Ou seja, se a excentricidade e é muito menor do que a folga radial, então tem-se uma configuração similar à da figura 3.26.

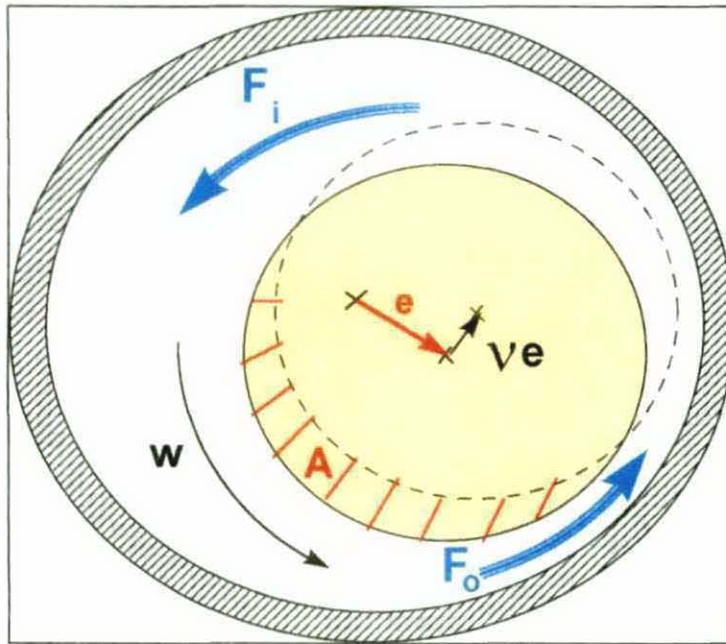


Fig.3.26 - Rotor com pequena excentricidade e

Considerando-se F_i e F_o os fluxos de óleo nas regiões de máxima e mínima espessura do filme, respectivamente, a velocidade do óleo na parede do rotor é igual a ωR , onde ω é a sua velocidade de rotação, e R o seu raio. Os valores dos fluxos são dados pela teoria elementar da mecânica dos fluidos, ao considerar-se distribuição linear de velocidade do óleo ao longo da espessura do filme, obtendo-se :

$$\begin{aligned} F_i &= \frac{\omega R}{2} (C_r + e) L \\ F_o &= \frac{\omega R}{2} (C_r - e) L \end{aligned} \quad (3.17)$$

Como a pressão desenvolvida no filme de óleo é insignificante, uma vez que a excentricidade e é muito pequena, então uma velocidade v_e é induzida no rotor para balancear os fluxos F_i e F_o , onde v_e é a velocidade angular de precessão do rotor. A diferença entre os fluxos é compensada pela área A a ser preenchida pelo óleo, que surge com o deslocamento do rotor (vide figura 3.26). Assim,

$$F_i - F_0 = \frac{\partial A}{\partial t} L = e v (2R) L \Rightarrow v = \frac{\omega}{2} \quad (3.18)$$

e a velocidade angular de precessão v é igual à metade da rotação própria ω do rotor. Assim, esse mecanismo é provocado basicamente do fato do filme de óleo possuir uma velocidade média igual à metade da velocidade de giro do rotor. Na prática, a frequência de precessão é um pouco menor do que a metade da velocidade de rotação própria, tipicamente 0,46 a 0,48 da rotação (Lee, [15]).

No caso de rotores flexíveis, a instabilidade causada pelo fenômeno do "oil whirl" é devido às condições de ressonância geradas por velocidades acima da primeira velocidade crítica. Assim, quando a velocidade própria do rotor atinge o dobro da sua primeira velocidade crítica de precessão direta, ocorre o fenômeno denominado "oil whip", ou chicoteamento. Neste caso, o fenômeno do "oil whirl" atinge uma frequência igual à primeira frequência natural de precessão direta do rotor, e esta condição não se altera mesmo que a velocidade de rotação própria seja aumentada. Nesta situação, o rotor é lançado intermitentemente contra o mancal, e este falha devido a uma massiva fadiga por *pitting*.

Para eliminar os efeitos de "oil whirl" ou de "oil whip" (chicoteamento), as seguintes medidas podem ser tomadas em máquinas rotativas suportadas em mancais hidrodinâmicos (Someya, [16]) :

- aumentar a primeira velocidade crítica, aumentando o diâmetro do eixo ou diminuindo o seu comprimento - desse modo, a rigidez do sistema à flexão é aumentada, elevando assim o valor da primeira frequência natural de vibração
- aumentar a excentricidade e no equilíbrio, pois os efeitos de precessão auto-excitada ocorrem predominantemente para pequenas excentricidades no equilíbrio. Para isso, procura-se diminuir o valor da força de reação do mancal para uma determinada excentricidade. Como resultado da equação (3.9), essa diminuição da força é factível
 - i) diminuindo-se o comprimento L do mancal
 - ii) aumentando-se a folga radial C_r ,
 - iii) diminuindo-se a viscosidade μ do lubrificante

- aumentar o amortecimento do sistema através de amortecedores tipo "squeeze-film", como descrito em Vance [1], o que aumenta a primeira frequência natural de vibração
- instalar mancais multi-lóbulos ou segmentados. Em mancais multi-lóbulos a excentricidade do rotor é aumentada artificialmente, como será discutido no item 3.2.1, aumentando assim a excentricidade no equilíbrio. Em mancais segmentados os efeitos de acoplamento na rigidez são eliminados, como será discutido no item 3.3, estabilizando o sistema.

3.2. Modelos de Mancais Hidrodinâmicos

Conforme mostrado na fig.3.4, quando a força constante aplicada sobre o rotor for de pequena intensidade se comparada com a força de desbalanceamento, a não-linearidade fortemente se evidencia, provocando, em geral, instabilidade no movimento do eixo. Esse é um problema observado na prática em rotores verticais, onde o desbalanceamento é essencialmente a única força externa sobre o rotor, enquanto que nos rotores horizontais o peso próprio do rotor contribui para estabilizá-lo.

Para evitar-se esse tipo de instabilidade, outros tipos de mancais hidrodinâmicos são utilizados na prática. Dentre aqueles apresentados na literatura, destacam-se :

3.2.1. Mancais com Lóbulos Múltiplos (Multilobe Bearings)

Neste caso propõe-se aumentar "artificialmente" a excentricidade do rotor, já que o processo de instabilidade ocorre quando a excentricidade do rotor é muito baixa. Para isso, a geometria da seção reta do mancal é considerada a partir de dois ou mais arcos de círculo cujo raio de curvatura é maior do que o raio do rotor (fig.3.27), aumentando assim a sua excentricidade efetiva.

3.2.2. Mancais com Degrau ou Salto (Step Bearings)

A concepção geométrica deste mancal baseia-se na condição de que uma variação brusca da geometria do filme de óleo produz um aumento de pressão (fig. 3.28), resultando em uma força que desloca o rotor, aumentando a excentricidade no equilíbrio.

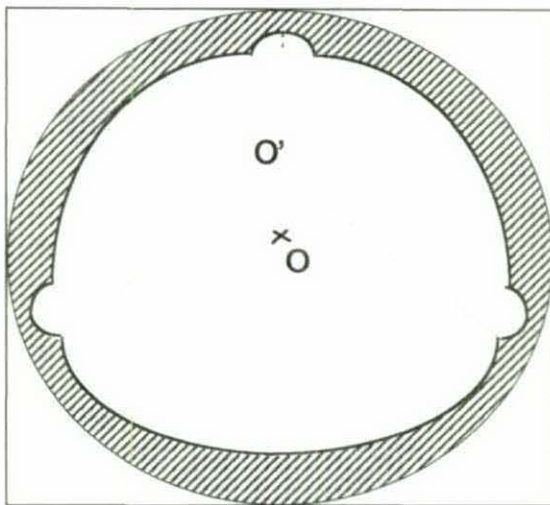


Fig.3.27 - Mancal Multi-lóbulo com 3 lóbulos

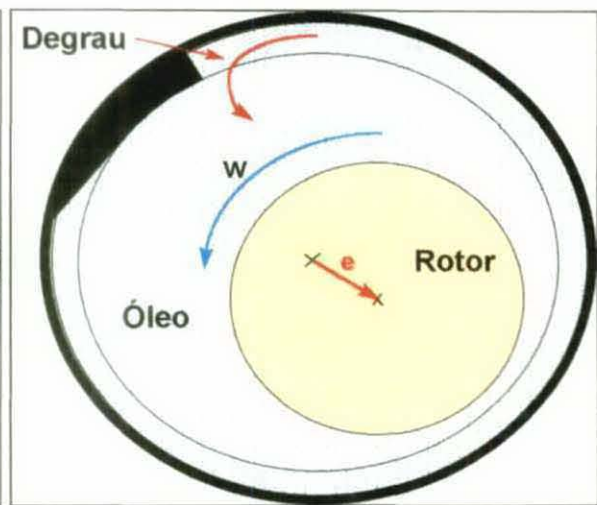


Fig.3.28 - Mancal de Degrau

3.3. Mancais Segmentados (Tilting-Pad Bearings)

Os mancais hidrodinâmicos segmentados são projetados com o objetivo de eliminar-se os efeitos de precessão auto-excitada no movimento do eixo. Construtivamente, estes mancais possuem segmentos circulares pivotados que envolvem o rotor (fig.3.29). Uma vez que a resultante dos momentos nos pinos é nula, a força total exercida pelo rotor sobre um segmento passa necessariamente pelo ponto de pivotamento. Se os pinos estiverem simetricamente dispostos em relação à direção de aplicação da força do rotor, o equilíbrio de momentos implica que a soma das reações dos segmentos do mancal é paralela a essa força. Assim, uma força vertical provoca um deslocamento vertical, tendendo a eliminar o acoplamento na matriz

de rigidez. Caso essa força não possua uma direção preferencial, como por exemplo em rotores verticais, é desejável aumentar-se o número de segmentos no mancal, de modo a aumentar a simetria dos pinos em relação à direção dessa força.

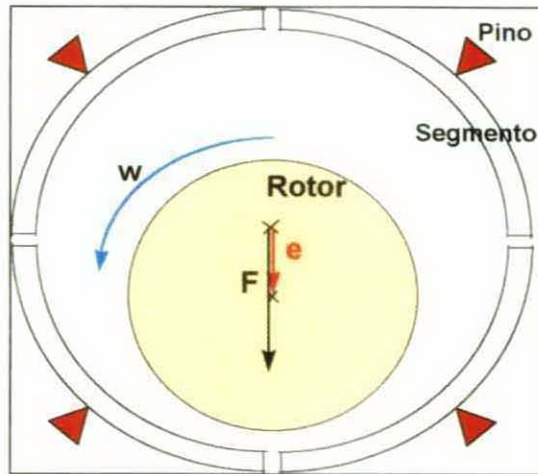


Fig.3.29 - Mancal Segmentado de 4 segmentos

Os mancais segmentados mais comuns são os de 3, 4, 5, 6, 12, 20 ou 24 segmentos. Devido à sua larga utilização em rotores de hidrogeradores, considerações sobre a modelagem desse tipo de mancal serão apresentadas no presente trabalho.

Utilizando-se a teoria para mancais hidrodinâmicos descrita na seção 3.1, são desenvolvidas a seguir as equações referentes aos coeficientes das matrizes de rigidez e amortecimento para mancais segmentados. A figura 3.30 apresenta uma representação esquemática de um segmento pivotado em um ponto de coordenadas (X_0, Y_0) sob um ângulo de rotação ψ . Considerando-se (X, Y) as coordenadas do centro do rotor em relação ao centro do mancal, tem-se que a espessura da camada de óleo pode ser escrita na forma

$$H(\theta, \psi) = C_r - X \cos \theta - Y \sin \theta - \psi \sqrt{X_0^2 + Y_0^2} \sin(\theta - \theta_0) \quad (3.19)$$

onde θ_0 é a posição angular do ponto de pivotamento.

A distribuição de pressões ao longo de cada segmento é expressa pela equação de Reynolds, segundo as condições de Ocvirk (eq. (3.2)), e pela equação (3.19). Similarmente à solução para os mancais hidrodinâmicos simples, definem-se as seguintes variáveis adimensionais :

$$\begin{aligned}
 x_0 &= \frac{X_0}{C_r} & y_0 &= \frac{Y_0}{C_r} \\
 a &= x - \psi y_0 & b &= y + \psi x_0 \\
 \dot{a} &= \dot{x} - \dot{\psi} y_0 & \dot{b} &= \dot{y} + \dot{\psi} x_0 \\
 u &= b + 2\dot{a} & v &= a - 2\dot{b} \\
 m &= 1 - a^2 - b^2
 \end{aligned}
 \tag{3.20}$$

onde considera-se a notação $(\dot{}) \equiv \frac{1}{\omega} \frac{\partial }{\partial t}$

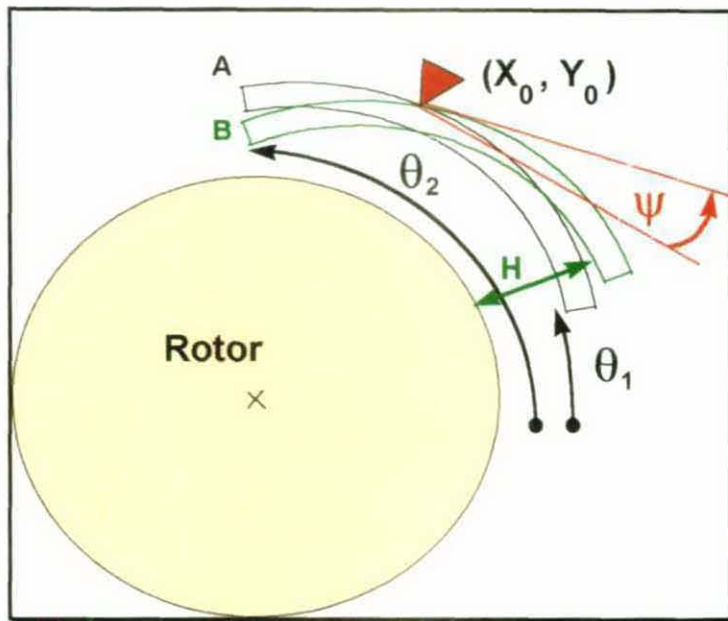


Fig.3.30 - Modelo para o mancal segmentado

Utilizando-se estas variáveis, uma expressão adimensionalizada da espessura da camada de óleo h pode ser escrita :

$$h(\theta, t) = \frac{H(\theta, t)}{C_r} = [1 - a \cdot \cos\theta - b \cdot \sin\theta]
 \tag{3.21}$$

e, assim, a distribuição de pressões fica expressa na forma

$$P(z, \theta) = \frac{3}{4} \mu \omega \frac{L^2}{C_r^2} \frac{(a - 2\dot{b})\sin\theta - (b + 2\dot{a})\cos\theta}{h^3} (4z^2 - 1)
 \tag{3.22}$$

As componentes da força que um segmento do mancal exerce *sobre o rotor* estão descritas na equação

$$\bar{F} = \begin{Bmatrix} F_X \\ F_Y \end{Bmatrix} = - \left[\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \int_{\theta_1}^{\theta_2} P(z, \theta) \begin{Bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{Bmatrix} (R \partial \theta) (L \partial z) \right] \quad (3.23)$$

, obtidas a partir da integração da pressão ao longo de sua superfície. Assim, substituindo (3.22) em (3.23), obtém-se a equação

$$\bar{F} = \begin{Bmatrix} F_X \\ F_Y \end{Bmatrix} = 2k \left\{ \begin{array}{l} v \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\sin \theta \cos \theta d\theta}{h^3} - u \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\cos^2 \theta d\theta}{h^3} \\ v \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\sin^2 \theta d\theta}{h^3} - u \cdot \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\sin \theta \cos \theta d\theta}{h^3} \end{array} \right\} = k \begin{Bmatrix} v \cdot I_2 - u \cdot I_1 \\ v \cdot I_3 - u \cdot I_2 \end{Bmatrix} \quad (3.24)$$

onde θ_1 e θ_2 são os ângulos centrais que definem as extremidades do segmento, $k = \mu\omega \frac{RL^3}{4C_r^2}$,

e I_1 , I_2 e I_3 são as integrais sobre o segmento a serem determinadas, na forma

$$I_1 = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{2 \cos^2 \theta d\theta}{h^3}, \quad I_2 = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{2 \sin \theta \cos \theta d\theta}{h^3}, \quad I_3 = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{2 \sin^2 \theta d\theta}{h^3} \quad (3.25)$$

A solução dessas integrais pode ser obtida a partir da definição de uma função auxiliar G , na forma seguinte :

$$G = \int \frac{d\theta}{h} = \int \frac{d\theta}{(1 - a \cdot \cos \theta - b \cdot \sin \theta)} = \frac{2}{\sqrt{m}} \left(\arctg \frac{p}{\sqrt{m}} + \text{int} \left(\frac{\theta + \pi}{2\pi} \right) \right) \quad (3.26)$$

Na equação (3.26) $\text{int}(x)$ é a função parte inteira de x , utilizada para corrigir a função arco-tangente, e p é definido como $p = (1 + a) \text{tg}(\theta/2) - b$.

Uma vez definida G , expressões para I_1 , I_2 e I_3 podem ser obtidas observando-se as seguintes relações

$$\begin{aligned}
\frac{\partial G}{\partial x} &= \int \frac{\cos \theta}{h^2} d\theta \Rightarrow \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} = \int \frac{2 \cos^2 \theta}{h^3} d\theta = I_1 \\
\frac{\partial G}{\partial x} &= \int \frac{\cos \theta}{h^2} d\theta \Rightarrow \frac{\partial^2 G}{\partial x \partial y} = \int \frac{2 \sin \theta \cos \theta}{h^3} d\theta = I_2 \\
\frac{\partial G}{\partial y} &= \int \frac{\sin \theta}{h^2} d\theta \Rightarrow \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} = \int \frac{2 \sin^2 \theta}{h^3} d\theta = I_3
\end{aligned} \tag{3.27}$$

i.e., bastando apenas derivar a função G em relação às variáveis x e y . Definindo-se $q=m+p^2$, as primeiras derivadas em relação a essas variáveis valem :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial G}{\partial x} &= \frac{a \cdot G}{m} + \frac{2}{m} \frac{m \cdot \operatorname{tg}(\theta/2) + a \cdot p}{q} \\
\frac{\partial G}{\partial y} &= \frac{b \cdot G}{m} + \frac{2}{m} \frac{-m + b \cdot p}{q}
\end{aligned} \tag{3.28}$$

Finalmente, derivando-se as expressões (3.28) em relação a x e y , obtém-se os valores das integrais :

$$\begin{aligned}
I_1 &= \frac{G}{m} + \frac{3a}{m} \frac{\partial G}{\partial x} + \frac{2}{m} \frac{\operatorname{tg}(\theta/2) - b}{q} + 2 \left(\frac{a \cdot G}{m} - \frac{\partial G}{\partial x} \right) \frac{p \cdot \operatorname{tg}(\theta/2) - a}{q} \\
I_2 &= \frac{a}{m} \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{2b}{m} \frac{\partial G}{\partial x} - \frac{2}{m} \frac{2b \cdot \operatorname{tg}(\theta/2) + a}{q} - 2 \left(\frac{a \cdot G}{m} - \frac{\partial G}{\partial x} \right) \frac{p + b}{q} \\
I_3 &= \frac{G}{m} + \frac{3b}{m} \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{2}{m} \frac{p + b}{q} - 2 \left(\frac{b \cdot G}{m} - \frac{\partial G}{\partial y} \right) \frac{p + b}{q}
\end{aligned} \tag{3.29}$$

A força total exercida pelo mancal sobre o eixo é obtida da soma dos valores das forças exercidas por cada segmento, resultando em

$$\bar{F} = \sum_{i=1}^n \bar{F}_i = k \cdot \sum_{i=1}^n \left\{ \begin{array}{l} v \cdot I_2 - u \cdot I_1 \\ v \cdot I_3 - u \cdot I_2 \end{array} \right\}_{\theta_1^i}^{\theta_2^i} \tag{3.30}$$

Na determinação da força exercida pelo mancal, o valor da posição angular ψ de cada segmento precisa ser avaliada, pois como no caso dos mancais hidrodinâmicos simples, esta também depende da posição e velocidade do rotor. Neste procedimento, o momento exercido

pelo filme de óleo sobre cada segmento é obtido integrando-se a pressão multiplicada pelo braço de alavanca ao longo de sua superfície. Com isso,

$$\text{Momento} = \bar{M} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} P(\theta) \cdot (R \cdot \sin(\theta - \alpha)) \cdot (R \cdot d\theta) \quad (3.31)$$

onde α é o ângulo onde se encontra o pivô. Desenvolvendo essa expressão, chega-se a

$$\bar{M} = R \cdot \left(\int_{\theta_1}^{\theta_2} P(\theta) \cdot R \cdot \sin\theta \cdot \cos\alpha \cdot d\theta - \int_{\theta_1}^{\theta_2} P(\theta) \cdot R \cdot \cos\theta \cdot \sin\alpha \cdot d\theta \right) = R \cdot (-F_y \cos\alpha + F_x \sin\alpha) \quad (3.32)$$

Assim, para calcular o momento sobre um segmento é necessária a posição do pivô, o raio do mancal e as componentes da força exercida pelo segmento sobre o eixo nas direções x e y , e o momento exercido pelo filme de óleo sobre o segmento é nulo na situação em que as forças que atuam sobre o rotor tiverem a direção definida pelo centro do mancal e pelo pivô, como descrito por Cardinali [13]. Nesta condição tem-se

$$\frac{F_y}{F_x} = \text{tg}\alpha = \text{cte.} \quad (3.33)$$

Analogamente ao procedimento com os mancais hidrodinâmicos simples, as equações das forças exercidas pelos segmentos são escritas em função de x , y , \dot{x} , \dot{y} de forma a obter-se os coeficientes das matrizes de rigidez e amortecimento do mancal segmentado. Como as integrais I_1 , I_2 e I_3 (eq. (3.29)) são independentes dos parâmetros \dot{x} e \dot{y} , as derivadas em relação a essas variáveis são nulas, e a contribuição de cada segmento nos coeficientes de rigidez e amortecimento é expressa por

$$\begin{aligned} K_{xx} &= -\frac{\partial F_x}{\partial X} = -\frac{\partial F_x}{\partial x} \frac{1}{C_r} = -\frac{k}{C_r} \left(v \cdot \frac{\partial I_2}{\partial x} - u \cdot \frac{\partial I_1}{\partial x} + I_2 \right) \\ K_{xy} &= -\frac{\partial F_x}{\partial Y} = -\frac{\partial F_x}{\partial y} \frac{1}{C_r} = -\frac{k}{C_r} \left(v \cdot \frac{\partial I_2}{\partial y} - u \cdot \frac{\partial I_1}{\partial y} - I_1 \right) \\ K_{yx} &= -\frac{\partial F_y}{\partial X} = -\frac{\partial F_y}{\partial x} \frac{1}{C_r} = -\frac{k}{C_r} \left(v \cdot \frac{\partial I_3}{\partial x} - u \cdot \frac{\partial I_2}{\partial x} + I_3 \right) \\ K_{yy} &= -\frac{\partial F_y}{\partial Y} = -\frac{\partial F_y}{\partial y} \frac{1}{C_r} = -\frac{k}{C_r} \left(v \cdot \frac{\partial I_3}{\partial y} - u \cdot \frac{\partial I_2}{\partial y} - I_2 \right) \end{aligned} \quad (3.34)$$

$$\begin{aligned}
C_{xx} &= -\frac{\partial F_x}{\partial \dot{X}} = -\frac{1}{\omega C_r} \frac{\partial F_x}{\partial \dot{x}} = \frac{2k}{\omega C_r} I_1 \\
C_{xy} &= -\frac{\partial F_x}{\partial \dot{Y}} = -\frac{1}{\omega C_r} \frac{\partial F_x}{\partial \dot{y}} = \frac{2k}{\omega C_r} I_2 \\
C_{yx} &= -\frac{\partial F_y}{\partial \dot{X}} = -\frac{1}{\omega C_r} \frac{\partial F_y}{\partial \dot{x}} = \frac{2k}{\omega C_r} I_2 \\
C_{yy} &= -\frac{\partial F_y}{\partial \dot{Y}} = -\frac{1}{\omega C_r} \frac{\partial F_y}{\partial \dot{y}} = \frac{2k}{\omega C_r} I_3
\end{aligned} \tag{3.35}$$

Das equações (3.35), nota-se que, analogamente aos mancais hidrodinâmicos simples, os coeficientes de amortecimento C_{xy} e C_{yx} são neste caso também iguais.

Na avaliação dos coeficientes das equações (3.34) e (3.35) é necessário calcular-se as derivadas de I_1 , I_2 e I_3 em relação a x e y . Utilizando-se as equações (3.29), obtém-se :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial I_1}{\partial x} &= \frac{1}{m} \left\{ 5aI_1 + 4 \frac{\partial G}{\partial x} - \frac{2}{q^2} \left[\operatorname{tg}\left(\frac{\theta}{2}\right) - b \right] \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{2}{q} \left(G + 3a \frac{\partial G}{\partial x} - mI_1 \right) \left(p \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\theta}{2}\right) - a \right) + \right. \\
&\quad \left. + 2 \left(aG - m \frac{\partial G}{\partial x} \right) \left(\frac{\operatorname{tg}^2(\theta/2) - 1}{q} - \frac{p \cdot \operatorname{tg}(\theta/2) - a}{q^2} \frac{\partial q}{\partial x} \right) \right\} \\
\frac{\partial I_1}{\partial y} &= \frac{1}{m} \left\{ 2bI_1 + 3aI_2 + \frac{\partial G}{\partial y} - \frac{2}{q} - \frac{2}{q^2} \left[\operatorname{tg}\left(\frac{\theta}{2}\right) - b \right] \frac{\partial q}{\partial y} + \frac{2}{q} \left(a \frac{\partial G}{\partial y} + 2b \frac{\partial G}{\partial x} - mI_2 \right) \left(p \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\theta}{2}\right) - a \right) + \right. \\
&\quad \left. + 2 \left(aG - m \frac{\partial G}{\partial x} \right) \left(-\frac{\operatorname{tg}(\theta/2)}{q} - \frac{p \cdot \operatorname{tg}(\theta/2) - a}{q^2} \frac{\partial q}{\partial y} \right) \right\} \\
\frac{\partial I_2}{\partial x} &= \frac{1}{m} \left\{ 3aI_2 + 2bI_1 + \frac{\partial G}{\partial y} - \frac{2}{q} + \frac{2}{q^2} \left[2b \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\theta}{2}\right) + a \right] \frac{\partial q}{\partial x} - \frac{2}{q} \left(G + 3a \frac{\partial G}{\partial x} - mI_1 \right) (p + b) + \right. \\
&\quad \left. - 2 \left(aG - m \frac{\partial G}{\partial x} \right) \left(\frac{\operatorname{tg}(\theta/2)}{q} - \frac{p + b}{q^2} \frac{\partial q}{\partial x} \right) \right\} \\
\frac{\partial I_2}{\partial y} &= \frac{1}{m} \left\{ 4bI_2 + aI_3 + 2 \frac{\partial G}{\partial x} - \frac{4 \operatorname{tg}(\theta/2)}{q} + \frac{2}{q^2} \left[2b \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\theta}{2}\right) + a \right] \frac{\partial q}{\partial y} - \frac{2}{q} \left(a \frac{\partial G}{\partial y} + 2b \frac{\partial G}{\partial x} - mI_2 \right) (p + b) + \right. \\
&\quad \left. - 2 \left(aG - m \frac{\partial G}{\partial x} \right) \left(-\frac{p + b}{q^2} \frac{\partial q}{\partial y} \right) \right\}
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial I_3}{\partial x} = \frac{1}{m} \left\{ 2aI_3 + 3bI_2 + \frac{\partial G}{\partial x} + \frac{2\text{tg}(\theta/2)}{q} - \frac{2(p+b)}{q^2} \frac{\partial q}{\partial x} - \frac{2}{q} \left(b \frac{\partial G}{\partial x} + 2a \frac{\partial G}{\partial y} - mI_2 \right) (p+b) + \right. \\ \left. - 2 \left(bG - m \frac{\partial G}{\partial y} \right) \left(\frac{\text{tg}(\theta/2)}{q} - \frac{p+b}{q^2} \frac{\partial q}{\partial x} \right) \right\}$$

$$\frac{\partial I_3}{\partial y} = \frac{1}{m} \left\{ 5bI_3 + 4 \frac{\partial G}{\partial y} - \frac{2(p+b)}{q^2} \frac{\partial q}{\partial y} - \frac{2}{q} \left(G + 3b \frac{\partial G}{\partial y} - mI_3 \right) (p+b) + \right. \\ \left. - 2 \left(bG - m \frac{\partial G}{\partial y} \right) \left(- \frac{p+b}{q^2} \frac{\partial q}{\partial y} \right) \right\}$$

$$\frac{\partial I_1}{\partial \dot{x}} = \frac{\partial I_1}{\partial \dot{y}} = \frac{\partial I_2}{\partial \dot{x}} = \frac{\partial I_2}{\partial \dot{y}} = \frac{\partial I_3}{\partial \dot{x}} = \frac{\partial I_3}{\partial \dot{y}} = 0$$

onde

$$\frac{\partial q}{\partial x} = -2a + 2p \cdot \text{tg} \left(\frac{\theta}{2} \right) \\ \frac{\partial q}{\partial y} = -2b - 2p \quad (3.36)$$

As equações (3.34-3.36) fornecem os coeficientes das matrizes de rigidez e amortecimento de mancais curtos segmentados para qualquer posição e velocidade de precessão quaisquer do rotor. Para isso, os termos das equações (3.34) e (3.35) são avaliados no domínio de θ , entre θ_1 e θ_2 , e em seguida somadas as contribuições de cada segmento i ($1 \leq i \leq n$). Assim, os termos das matrizes de rigidez e amortecimento do mancal hidrodinâmico segmentado, calculados pelas equações em (3.34) e (3.35) fornecem

$$\begin{pmatrix} K_{XX} \\ K_{YX} \end{pmatrix} = - \sum_{i=1}^n \frac{\partial \bar{F}}{\partial X} \Big|_{\theta_i}^{\theta_i^1}, \quad \begin{pmatrix} K_{XY} \\ K_{YY} \end{pmatrix} = - \sum_{i=1}^n \frac{\partial \bar{F}}{\partial Y} \Big|_{\theta_i}^{\theta_i^1} \\ \begin{pmatrix} C_{XX} \\ C_{YX} \end{pmatrix} = - \sum_{i=1}^n \frac{\partial \bar{F}}{\partial \dot{X}} \Big|_{\theta_i}^{\theta_i^1}, \quad \begin{pmatrix} C_{XY} \\ C_{YY} \end{pmatrix} = - \sum_{i=1}^n \frac{\partial \bar{F}}{\partial \dot{Y}} \Big|_{\theta_i}^{\theta_i^1} \quad (3.37)$$

Os coeficientes à eq. (3.37) dependem das dimensões do mancal, da viscosidade do óleo, da velocidade de rotação do rotor (ω), da posição (X, Y) e velocidade (\dot{X}, \dot{Y}) de

precessão do rotor, e da posição e velocidade angulares ($\psi_i, \dot{\psi}_i$) de cada segmento do mancal.

Nota-se, no entanto, que na região onde a pressão do filme de óleo deveria ser negativa ocorre o fenômeno da cavitação. Assim, como na representação dos mancais hidrodinâmicos simples, deve-se considerar nestes pontos uma pressão nula. Os coeficientes de rigidez e amortecimento corrigidos são então calculados através do valor da pressão do óleo (através da equação (3.22)) nos pontos inicial e final (θ_1 e θ_2) de cada segmento.

Devido à hipótese de mancais curtos, onde os gradientes da pressão ao longo da coordenada θ são desprezados em relação aos gradientes da pressão ao longo do comprimento (z), a pressão do óleo descrita na equação (3.22) inverte o sinal no máximo uma vez em um intervalo angular θ menor que π radianos. Na prática, os mancais segmentados possuem 3 ou mais segmentos, garantindo assim que havendo inversão do sinal da pressão ela ocorrerá no máximo uma vez ao longo de cada segmento. Assim, na avaliação da contribuição do segmento I na equação (3.37) considera-se apenas a região do segmento em que a pressão é positiva. No caso de haver a troca do sinal da pressão na região do segmento, o ponto de ruptura do filme de óleo, definido pela posição θ_R , deve ser avaliado da equação

$$\operatorname{tg}\theta_R = \frac{(b + 2\dot{a})}{(a - 2\dot{b})}, \quad \text{com } \theta_1 < \theta_R < \theta_2 \quad (3.38)$$

Em geral a massa das sapatas (segmentos) dos mancais é desprezível se comparada com a massa da estrutura global (Cardinali, [13]). Desse modo, considera-se que os segmentos passam à posição de equilíbrio, em que o momento total agindo sobre os mesmos é nulo, de forma instantânea. Essa consideração parte do fato de que os segmentos consistem num sistema de inércia rotacional desprezível, cuja resposta ao momento provocado pela distribuição de pressões do filme de óleo sobre a sapata é quasi-estática. Como consequência, caso a dinâmica do segmento fosse incorporada ao sistema global, o passo de integração temporal da análise numérica teria que ser drasticamente reduzido, aumentando excessivamente o esforço computacional. Assim, é razoável considerar-se as sapatas indeformáveis e com inércia desprezível. Consequentemente, no cálculo da dinâmica do rotor, é avaliada a posição de equilíbrio de cada sapata de cada mancal segmentado, e a cada passo

de integração. Na condição de haver um elemento de rigidez à variação angular da sapata no pivotamento, a nova posição é obtida a partir da solução da equação (3.39) :

$$k_T \psi = \overline{M}(\psi, \dot{\psi}) \quad (3.39)$$

onde o termo do lado direito de (3.39) é descrito pela equação (3.32).

Os métodos numéricos empregados para a obtenção das soluções das equações de equilíbrio do sistema estão apresentados e discutidos no capítulo 4.

MÉTODOS NUMÉRICOS

Neste capítulo os métodos numéricos adotados para a avaliação do comportamento dinâmico de máquinas rotativas modeladas nos capítulos 2 e 3 são apresentadas. Os métodos utilizados na obtenção da resposta natural do sistema (no caso linear), assim como as técnicas empregadas para a determinação da resposta dinâmica (incluindo mancais hidrodinâmicos) quando submetido a perturbações externas arbitrárias estão discutidos à luz dos procedimentos de integração passo-a-passo.

4.1. Frequências e Modos Naturais do Sistema

A análise modal é o processo de extração de informações a respeito das configurações no tempo de um sistema estrutural, constituindo o chamado Modelo Modal. Esta é uma forma complementar de caracterizar a dinâmica do sistema, se comparada ao Modelo Físico ou Espacial.

A vantagem da técnica de solução empregando a superposição modal em relação à integração direta das equações de movimento está na possibilidade de se prever a resposta a qualquer excitação através da combinação de respostas associadas ao sistema (Meirovitch [17]). No entanto, para a utilização da análise modal é necessário que o sistema seja :

- causal - é necessária alguma excitação para provocar resposta
- linear - a resposta a um sistema de forças deve ser igual à soma das respostas a cada força individualmente
- estável - a resposta precisa ser finita
- invariante com o tempo - as características dinâmicas do sistema devem ser invariantes com o tempo

Quando se considera os sistemas rotativos apoiados em mancais hidrodinâmicos, **todas** as condições acima são em geral violadas. Assim é que,

- no caso de rotores verticais com mancais hidrodinâmicos simples e com desbalanceamento desprezível, ocorre uma resposta auto-excitada, "oil whirl", a qual viola a condição de causalidade;
- para a mesma situação acima descrita, um pequeno desbalanceamento no rotor altera totalmente a resposta do sistema, podendo inclusive estabilizá-lo, devido à não-linearidade da resposta em relação à excitação. Assim, a condição de linearidade também é violada;
- o efeito de "oil whirl" pode levar à instabilidade do sistema, violando a terceira condição;
- e finalmente, ao considerar-se por exemplo as características de rigidez do mancal hidrodinâmico, estas variam no tempo por serem função da posição e velocidade do rotor, contrariando a última condição.

Assim, a obtenção da resposta no transiente de um sistema com mancais hidrodinâmicos requer que as equações diferenciais que descrevem o movimento sejam integradas diretamente no tempo. Neste caso o Modelo Modal não faz mais sentido, e o cálculo da resposta natural do sistema não é também aplicável, pois os autovalores e autovetores serão modificados a cada instante, a menos que os coeficientes de rigidez e amortecimento dos mancais hidrodinâmicos sejam linearizados. Assim, apenas no cálculo da resposta natural do sistema com modelos simplificados para mancais hidrodinâmicos com coeficientes constantes, o modelo modal deve ser aplicado.

4.1.1. Formulação do Problema de Autovalor

A equação global de movimento do rotor, eq. (2.22), obtida na seção 2.4, pode ser compactadamente escrita na forma :

$$[M]\{\ddot{q}(t)\} + [C + \dot{\phi}G]\{\dot{q}(t)\} + [K + \ddot{\phi}K_{ST}]\{q(t)\} = \{F(t)\} \quad (4.1)$$

ou como uma equação de espaço-estado (Rocha, [2]) :

$$\begin{bmatrix} [M] & 0 \\ 0 & [M] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}(t) \\ \dot{q}(t) \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} -[C + \dot{\phi}G] & -[K + \ddot{\phi}K_{ST}] \\ [M] & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}(t) \\ q(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F(t) \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.2)$$

Denominando-se por $[M^*]$ a primeira matriz (simétrica) e por $[K^*]$ a segunda matriz (não-simétrica), e ainda definindo-se $\{\xi(t)\} = \begin{Bmatrix} \dot{q}(t) \\ q(t) \end{Bmatrix}$, chega-se à seguinte para a solução da resposta livre ($\{F(t)\} = \{0\}$) :

$$[M^*]\{\dot{\xi}(t)\} = [K^*]\{\xi(t)\} \quad (4.3)$$

Considerando soluções na forma de exponenciais, $\{\xi(t)\} = \{U\}e^{\lambda t}$, obtém-se o problema de autovalor

$$[K^*]\{U\} = \lambda[M^*]\{U\} \quad (4.4)$$

que deve ser resolvido para cada velocidade de rotação própria do rotor $\dot{\phi}$. Assim, para cada valor de $\dot{\phi}$ calcula-se os autovalores e os autovetores correspondentes. A influência da rotação própria nas frequências naturais do sistema. Pode então ser avaliada pelo Diagrama de Campbell.

No estudo da resposta natural do sistema rotativo submetido a diversas rotações, a matriz de rigidez $[K_{ST}]$ devida à aceleração é desprezada diante da matriz de rigidez $[K]$, pois a aceleração angular $\ddot{\phi}$ é considerada nula.

4.1.2. Solução do Problema de Autovalor

No problema definido na equação (4.4) a matriz de rigidez $[K^*]$ não é simétrica, e a condição de ortonormalidade dos autovetores em relação à matriz $[M^*]$ não é verificada. No entanto, uma condição de bi-ortogonalidade pode ser encontrada ao considerar-se o *problema adjunto associado* ao problema da equação (4.4):

$$[K^*]^T \{V\} = \lambda [M^*]^T \{V\} \quad (4.5)$$

Os autovalores λ de ambos os problemas são os mesmos, pois possuem os mesmos polinômios característicos, porém os autovetores são distintos (Bathe, [8]). Sendo $\{U\}_i$ e $\{V\}_j$ os autovetores associados aos autovalores λ_i e λ_j , respectivamente, tem-se então que

$$\begin{aligned} \{V\}_j^T [M^*] \{U\}_i &= \begin{cases} 0, & \text{se } i \neq j \\ 1, & \text{se } i = j \end{cases} \\ \{V\}_j^T [K^*] \{U\}_i &= \begin{cases} 0, & \text{se } i \neq j \\ \lambda_i, & \text{se } i = j \end{cases} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Os resultados à equação (4.6) indicam que o autovetor $\{U\}_i$ do problema original é $[M^*]$ -ortonormal ao autovetor $\{V\}_j$ do problema adjunto. Os autovetores $\{V\}_j$ e $\{U\}_i$ são vetores recíprocos ou autovetores à esquerda e à direita das matrizes $[K^*]$ e $[M^*]$. No caso em que as matrizes são simétricas, os autovetores recíprocos são iguais, representando o problema auto-adjunto.

Para a solução do problema de autovalor definido acima, os métodos disponíveis na literatura classificam-se em (Rocha, [2]) :

- Métodos de Iteração Vetorial
 - ⇒ Método de Iteração Inversa
 - ⇒ Método de Iteração Direta
- Métodos de Transformação
 - ⇒ Método de Jacobi
 - ⇒ Método QR
 - ⇒ Método de Iteração por Subespaços
 - ⇒ Método QZ

Devido à não-simetria da matriz $[K^*]$, o método implementado no sistema computacional Rotmef foi o método QZ, que consiste de quatro etapas (Wilkinson e Peters, [18] e Stewart, [19]):

1. Redução da matriz $[K^*]$ para uma forma Hessemberg superior e de $[M^*]$ para uma forma triangular superior (Redução Generalizada de Householder)
2. Redução da matriz $[K^*]$ para uma forma quasi-triangular, mantendo $[M^*]$ triangular superior
3. Redução de $[K^*]$ para uma forma triangular superior, extraíndo em seguida os autovalores pelo quociente entre os elementos das diagonais de $[K^*]$ e $[M^*]$
4. Obtenção dos autovetores das matrizes triangulares e transformação nos autovetores do problema original através da sua pré-multiplicação pela matriz $[Z]$, onde $[Q][K^*][Z]$ e $[Q][M^*][Z]$ são as matrizes triangulares superiores obtidas ao final da etapa 3.

4.2. Método Pseudo-Modal

Um ponto crítico na análise pelo Método dos Elementos Finitos está no fato de lidar-se com matrizes de grandes dimensões, as quais elevam demasiadamente o tempo de processamento e consomem memória do computador.

Uma vez que os sistemas estruturais possuem em geral uma resposta predominantemente representada pelos modos naturais de vibração de menores frequências (Childs, [11]), considerar apenas os primeiros modos pode não alterar significativamente a precisão dos resultados. Além disso, a ordem do sistema pode ser reduzida consideravelmente, reduzindo bastante o custo computacional.

Lalanne [10] propôs uma técnica de redução do sistema, denominada de *método pseudo-modal*. Esta consiste em aproximar a resposta como a combinação dos modos naturais do sistema não rotativo, simétrico e não amortecido, associado ao problema completo da equação (2.22) do capítulo 2. Assim, ao ignorar-se a matriz $[C_M]$ de amortecimento dos

mancais, ao desprezar-se os termos extra-digonais da matriz $[K_M]$ de rigidez dos mancais, e ao considerar-se o sistema não rotativo (ou seja, $\dot{\phi} = \ddot{\phi} = 0$), obtém-se a equação (4.7).

$$[M + M_D]\{\ddot{q}(t)\} + [K_M + K_{FC} + K_A]\{q(t)\} = \{0\} \quad (4.7)$$

Ao substituir soluções exponenciais para $q(t)$, chega-se ao problema reduzido de autovalor :

$$[K^{**}] = \lambda^2 [M^{**}] \quad (4.8)$$

sendo as matrizes $[K^{**}]$ e $[M^{**}]$ simétricas. Com isso, obtém-se os autovalores e autovetores do problema da equação (4.8), obtendo assim a matriz modal $[\Gamma]_{n \times n}$.

Para a redução da base modal, gera-se uma matriz $[Z]_{n \times m}$ a partir das m primeiras colunas da matriz $[\Gamma]_{n \times n}$ (ou seja, dos autovetores associados aos m primeiros autovalores). Essa matriz $[Z]_{n \times m}$ pode ser utilizada tanto para o cálculo da resposta natural do sistema completo (rotativo), quanto para a redução da equação global do movimento para a análise da resposta no transiente. A equação de ordem n :

$$[M]_{n \times n} \{\ddot{q}(t)\}_{n \times 1} + [C]_{n \times n} \{\dot{q}(t)\}_{n \times 1} + [K]_{n \times n} \{q(t)\}_{n \times 1} = \{F(t)\}_{n \times 1} \quad (4.9)$$

pode ser reduzida para uma ordem m ($m < n$) :

$$[\bar{M}]_{m \times m} \{\ddot{p}(t)\}_{m \times 1} + [\bar{C}]_{m \times m} \{\dot{p}(t)\}_{m \times 1} + [\bar{K}]_{m \times m} \{p(t)\}_{m \times 1} = [Z]_{m \times n}^T \{F(t)\}_{n \times 1} \quad (4.10)$$

onde

$$[\bar{M}]_{m \times m} = [Z]_{m \times n}^T [M]_{n \times n} [Z]_{n \times m}, \quad [\bar{C}]_{m \times m} = [Z]_{m \times n}^T [C]_{n \times n} [Z]_{n \times m}, \quad [\bar{K}]_{m \times m} = [Z]_{m \times n}^T [K]_{n \times n} [Z]_{n \times m}$$

$$\{\ddot{q}(t)\}_{n \times 1} = [Z]_{n \times m} \{\ddot{p}(t)\}_{m \times 1}, \quad \{\dot{q}(t)\}_{n \times 1} = [Z]_{n \times m} \{\dot{p}(t)\}_{m \times 1}, \quad \{q(t)\}_{n \times 1} = [Z]_{n \times m} \{p(t)\}_{m \times 1}$$

Uma descrição completa sobre o Método Pseudo-Modal pode ser encontrada em Lalanne, [10].

Ao considerar-se a dinâmica de sistemas rotativos com a introdução dos mancais hidrodinâmicos, torna-se necessário considerar constantes os coeficientes de rigidez e amortecimento dos mancais no cálculo dos modos e frequências naturais. O método pseudo-

modal permite simular satisfatoriamente sistemas com mancais hidrodinâmicos, com pequenas perdas de precisão, desde que se obtenha a média dos coeficientes de rigidez e amortecimento na velocidade de rotação que se deseja simular. Assim, a primeira simulação deve ser efetuada utilizando-se o sistema completo, para a avaliação dos coeficientes médios de rigidez e amortecimento dos mancais, e possibilitar a obtenção da matriz modal.

Note-se que as simulações seguintes, utilizando-se a redução da base modal, devem ser efetuadas com a *mesma* velocidade de rotação própria do rotor e sob condições de carregamento / desbalanceamento *similares* às que foram impostas no cálculo da matriz modal. No capítulo 5 será avaliada a aplicabilidade do método pseudo-modal em sistemas rotativos não-lineares.

4.3. Resposta Dinâmica do Sistema

Nesta seção as técnicas empregadas na determinação da resposta temporal do sistema rotativo quando submetido a excitações externas arbitrárias, sejam elas síncronas (como o efeito de um desbalanceamento) como assíncronas (peso próprio, cargas concentradas, etc.) são apresentadas.

Duas são as abordagens disponíveis na literatura para a determinação da resposta de sistemas dinâmicos (Rocha,[2]):

- *Superposição Modal*, em que a resposta do sistema é obtida da combinação linear dos modos naturais de vibração, e
- *Integração direta* das equações de movimento, em que a solução é obtida através de algoritmos de integração numérica, em incrementos temporais em um certo domínio de integração - solução passo-a-passo.

Uma vez que a não-linearidade dos mancais hidrodinâmicos inviabiliza a análise modal, a abordagem escolhida no presente trabalho foi a integração direta. A técnica de solução das equações de movimento por integração direta tem como característica principal a integração dessas equações sem que haja nenhuma transformação inicial de sua base de coordenadas.

Esta técnica numérica consiste em obter a solução do problema em intervalos discretos de tempo Δt a partir de hipóteses cinemáticas quanto à variação dos deslocamentos, velocidades e acelerações do sistema. Durante o processo de integração temporal, são consideradas as condições iniciais de deslocamento, velocidade e aceleração, em que o período de observação é subdividido em intervalos fixos de tempo de forma que a solução em um instante $t + \Delta t$ seja calculada a partir dos resultados obtidos no instante anterior t .

O incremento temporal Δt é o parâmetro crítico no uso de cada algoritmo, e deve ser selecionado de forma a garantir precisão aos resultados e estabilidade ao processo numérico de integração.

Os métodos de solução disponíveis na literatura classificam-se em *métodos explícitos* e *implícitos*, dependendo do instante de discretização considerado na formação da lei de recorrência.

Em análise dinâmica estrutural classificam-se os problemas em problemas do tipo propagação de ondas e problemas inerciais.

- em problemas do tipo propagação de ondas são aqueles em que o comportamento dinâmico da estrutura é influenciado predominantemente pelos seus modos de média e alta frequência durante o período de observação. Dentre os problemas desse tipo estão os de resposta a carregamentos de impacto ou de curta duração, em que o comportamento na frente de onda é o de maior relevância, sendo os métodos explícitos empregados para solução dos mesmos. Sua principal vantagem é o baixo custo computacional associado aos cálculos de integração, porém há a desvantagem dos métodos serem condicionalmente estáveis. Um exemplo de método explícito é o Método da Diferença Central.
- os problemas inerciais são aqueles em que a resposta é governada predominantemente por um pequeno número de baixas frequências, sendo empregados na sua análise os métodos implícitos. Apesar de representarem um maior custo computacional do que os métodos explícitos, estes possuem a vantagem de serem incondicionalmente estáveis e de alcançarem boa precisão.

No presente trabalho serão apenas apresentados os métodos implícitos, porque os problemas associados às vibrações de sistemas rotativos são predominantemente problemas inerciais.

4.3.1 - Métodos Implícitos

Os métodos implícitos se caracterizam por utilizar a equação de movimento do sistema no instante $t+\Delta t$ para obter-se a lei de recorrência dos deslocamentos na solução passo-a-passo. Estes métodos possuem como vantagem em relação aos métodos explícitos a estabilidade numérica condicional, sendo o máximo passo de tempo função apenas da precisão desejada. Assim, o método pode ser empregado na análise de problemas do tipo inercial, onde a resposta é governada principalmente pelos modos mais baixos.

Como a resposta dinâmica de um sistema estrutural é governada predominantemente pelos modos de mais baixa frequência, a escolha do passo é baseada principalmente no critério de estabilidade e não na precisão em relação à contribuição dos modos mais altos.

Dessa forma, o procedimento comumente utilizado é o de definir-se o passo de integração a partir da mais alta frequência a ser considerada na resposta, adotando-se um valor da ordem $T/10$, onde T é o período natural correspondente a este modo.

A seguir são apresentadas as características dos métodos de integração de Newmark e de Wilson- θ , empregados na análise dinâmica de rotores com o sistema Rotmef.

a) Método de Newmark

É baseado na aproximação da aceleração do sistema por uma aceleração constante, média ponderada dos valores nos instantes t e $t+\Delta t$.

$$\{\ddot{q}\} = (1 - \gamma) \{\ddot{q}\}_t + \gamma \{\ddot{q}\}_{t+\Delta t} \quad (4.11)$$

As seguintes relações são adotadas :

$$\{\dot{q}\}_{t+\Delta t} = \{\dot{q}\}_t + \left[(1 - \gamma) \{\ddot{q}\}_t + \gamma \{\ddot{q}\}_{t+\Delta t} \right] \Delta t \quad (4.12)$$

$$\{q\}_{t+\Delta t} = \{q\}_t + \{\dot{q}\}_t \Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \{\ddot{q}\}_t + \beta \{\ddot{q}\}_{t+\Delta t} \right] \Delta t^2.$$

Newmark propôs originariamente um algoritmo incondicionalmente estável considerando a aceleração constante durante todo o intervalo Δt e igual à média das

acelerações nos extremos deste intervalo, sendo neste caso feitas as seguintes definições: $\gamma = 1/2$ e $\beta = 1/4$.

As equações de movimento consideradas no instante $t+\Delta t$ de acordo com as características de um método implícito para o problema da rotodinâmica são as seguintes:

$$[M]\{\ddot{q}\}_{t+\Delta t} + [C + \phi G]\{\dot{q}\}_{t+\Delta t} + [K]\{q\}_{t+\Delta t} = \{F\}_{t+\Delta t}. \quad (4.13)$$

Deve-se obter as expressões de $\{\ddot{q}\}_{t+\Delta t}$ e $\{\dot{q}\}_{t+\Delta t}$ em função dos deslocamentos desconhecidos $\{q\}_{t+\Delta t}$. Para isso escreve-se a equação de $\{q\}_{t+\Delta t}$ em termos de $\{\ddot{q}\}_{t+\Delta t}$, obtendo-se a aceleração em função do deslocamento $\{q\}_{t+\Delta t}$.

Substitui-se este resultado em (4.12), obtendo-se também a expressão da velocidade em função de $\{q\}_{t+\Delta t}$.

Pode-se agora substituir estas expressões de $\{\dot{q}\}_{t+\Delta t}$ e $\{\ddot{q}\}_{t+\Delta t}$ na equação de movimento, obtendo-se o seguinte sistema de equações lineares:

$$[\hat{K}]\{q\}_{t+\Delta t} = \{\hat{F}\}_{t+\Delta t} \quad (4.14)$$

que é resolvido para $\{q\}_{t+\Delta t}$, sendo a matriz $[\hat{K}]$ usualmente conhecida como matriz de rigidez efetiva do problema.

b) Método de Wilson- θ

Como no caso anterior, este método baseia-se também na imposição de uma condição de variação da aceleração do sistema para determinação das relações de deslocamento e velocidade em cada intervalo de tempo.

No método anterior, as expressões de deslocamento e velocidade do sistema continham dois parâmetros cujas variações caracterizavam o tipo de aceleração que o sistema estava submetido durante o intervalo considerado. Neste método é assumida uma forma de variação linear da aceleração durante um intervalo de tempo cuja duração é função de um parâmetro único θ relacionado à estabilidade e à precisão do método.

Assim, considera-se a aceleração variando linearmente no intervalo t a $t+\theta \Delta t$ com $\theta \geq 1$. Quando $\theta = 1$, o método se reduz ao método de aceleração linear, passando a ser condicionalmente estável (Bathe, [8]). Este parâmetro é considerado maior ou igual a 1,37 para que seja garantida a estabilidade incondicional do mesmo, sendo usado normalmente 1,40.

$$\{\ddot{q}\} = \frac{1}{2}(\{\ddot{q}\}_t + \{\ddot{q}\}_{t+\theta\Delta t}) \quad (4.15)$$

No instante $t+\theta \Delta t$, obtém-se as seguintes relações:

$$\{\dot{q}\}_{t+\theta\Delta t} = \{\dot{q}\}_t + \left(\theta \frac{\Delta t}{2}\right)(\{\ddot{q}\}_{t+\theta\Delta t} + \{\ddot{q}\}_t) \quad (4.16)$$

$$\{q\}_{t+\theta\Delta t} = \{q\}_t + \theta\Delta t\{\dot{q}\}_t + \left(\frac{(\theta\Delta t)^2}{6}\right)(\{\ddot{q}\}_{t+\theta\Delta t} + 2\{\ddot{q}\}_t).$$

Para obter-se os deslocamentos, velocidades e acelerações no instante $t+\Delta t$, as equações de movimento são consideradas no instante $t+\theta \Delta t$. Isto requer a projeção do vetor de força sobre este instante, sendo esta projeção feita por extrapolação linear da forma :

$$\{F\}_{t+\theta\Delta t} = \{F\}_t + \theta(\{F\}_{t+\Delta t} - \{F\}_t). \quad (4.17)$$

A equação de movimento do sistema é, portanto, escrita da forma :

$$[M]\{\ddot{q}\}_{t+\theta\Delta t} + [C + \phi G]\{\dot{q}\}_{t+\theta\Delta t} + [K]\{q\}_{t+\theta\Delta t} = \{F\}_{t+\theta\Delta t} \quad (4.18)$$

O seguinte sistema de equações lineares é obtido a partir das expressões do deslocamento, velocidade e aceleração no instante $t+\Delta t$:

$$[\hat{K}]\{q\}_{t+\theta\Delta t} = \{\hat{F}\}_{t+\theta\Delta t} \quad (4.19)$$

Resolvendo-se este sistema de equações, encontra-se o deslocamento no instante $t+\theta \Delta t$, sendo o mesmo usado para se obter o deslocamento em $t+\Delta t$, a partir das equações anteriores.

4.3.2 - Iterações no Intervalo de Tempo

Como as matrizes de rigidez e amortecimento do sistema eixo-discos-mancais não são constantes no tempo, devido à não-linearidade dos mancais hidrodinâmicos, torna-se necessário efetuar iterações no cálculo dos deslocamentos *dentro de cada intervalo de tempo*. Assim, na resolução do sistema de equações

$$[\hat{K}(\{q\}_{t+\Delta t})] \cdot \{q\}_{t+\Delta t} = \{\hat{F}\}_{t+\Delta t} \quad (4.20)$$

a matriz $[\hat{K}]$ não é conhecida no instante $t + \Delta t$. O sistema da equação (4.20) é então resolvido decompondo-se a matriz $[\hat{K}]$, avaliada no instante t , no produto de duas matrizes L e U , sendo L matriz banda inferior e U matriz banda superior. Obtém-se assim o vetor $\{q\}_t^1$, e efetua-se iterações para o cálculo dos vetores $\{q\}_t^{i+1}$, através do cálculo dos incrementos de $\{q\}_t^i$:

$$\begin{aligned} [\hat{K}(\{q\}_t)] \cdot \{\Delta q\}_t^{i+1} &= \{\hat{F}\}_{t+\Delta t} - [\hat{K}(\{q\}_t)] \cdot \{q\}_t^i \\ \{q\}_t^{i+1} &= \{q\}_t^i + \{\Delta q\}_t^{i+1} \quad , \quad i \geq 1 \end{aligned} \quad (4.21)$$

Note-se que o termo à esquerda da primeira equação em (4.21) utiliza o valor da matriz $[\hat{K}]$ avaliada pelo vetor $\{q\}_t$, ao invés do vetor $\{q\}_t^i$. Desse modo a convergência da solução requer um número maior de iterações, pois utiliza-se o método de Newton-Raphson modificado. No entanto, através desse procedimento não é necessário decompor a matriz $[\hat{K}]$ em matrizes L e U a cada iteração, resultando na diminuição do custo computacional e consequentemente no tempo de cálculo.

As iterações são interrompidas quando $\frac{\{\Delta q\}_t^{i+1}}{\{q\}_t^i} < 10^{-6}$ ou $\frac{\{\Delta q\}_t^{i+1}}{\{q\}_t^{i+1}} < 10^{-6}$, caso a precisão adotada seja 10^{-6} . Nessa situação, o valor de $\{q\}_t^i$ tende ao valor de $\{q\}_{t+\Delta t}$, solução da equação (4.20).

Esse mesmo procedimento pode ser utilizado tanto para o método de integração de Newmark quanto para o de Wilson- θ , bastando expressar na forma da equação (4.20) as equações (4.14) e (4.19), respectivamente.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo os modelos de mancais hidrodinâmicos são avaliados através da comparação da resposta dinâmica calculada numericamente com outros resultados analíticos numéricos disponíveis na literatura, ou ainda com resultados experimentais obtidos dos rotores de usina hidrogeradora fornecidos pelo CEPEL. O rotor idealizado de Jeffcott é empregado no estudo de casos, e críticas são feitas aos modelos apresentados.

5.1. Validação dos Modelos

No item 5.1.1 o modelo de mancais hidrodinâmicos simples é utilizado no cálculo da resposta dinâmica de máquina rotativa instrumentada nos laboratórios da UNICAMP, e simulada numericamente em Lima [20]. No item 5.1.2 são validados os modelo de mancais hidrodinâmicos segmentados através do rotor número 8 da Usina Hidrogeradora de Furnas, no Rio de Janeiro.

5.1.1. Mancais Hidrodinâmicos Simples

A palavra rotor é a denominação utilizada para descrever o eixo e todos os elementos a ele acoplados, como discos, acionadores, pás, selos mecânicos, mancais e outros. No caso em estudo, propõe-se um modelo matemático que represente um rotor flexível vertical, acionado

na parte superior por um conjunto motor-acionador, e na parte inferior acoplado um disco rígido. O eixo é interligado à estrutura de montagem, considerada rígida, por meio de um mancal hidrodinâmico simples. A figura 5.1 ilustra o esquema representativo do rotor.

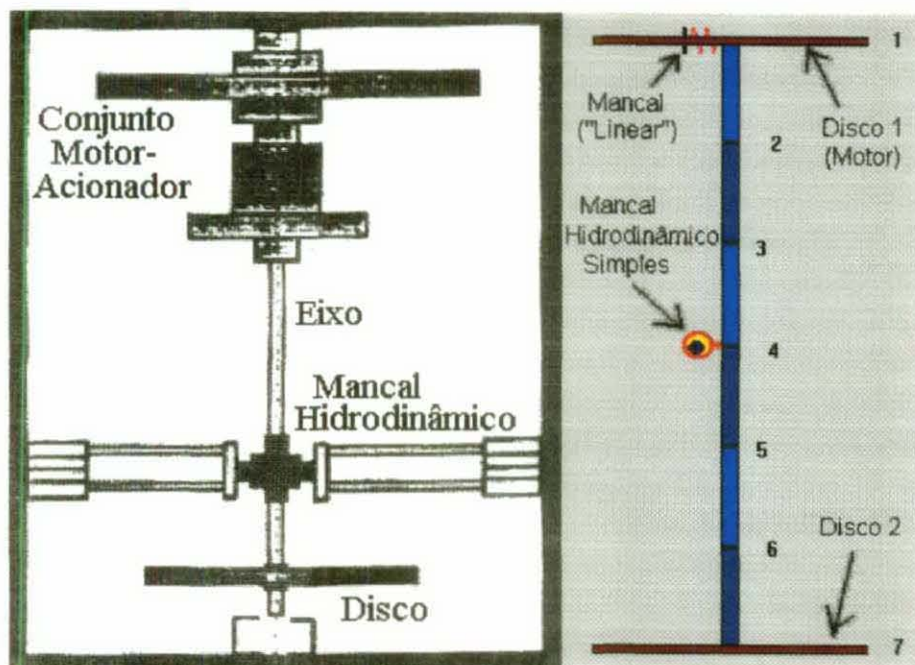


Fig. 5.1 - Esquema representativo do rotor

Considera-se um eixo flexível de aço carbono, seção circular uniforme e densidade de massa constante. Os dados e parâmetros físicos foram retirados do trabalho de Lima [20], cujos valores são mostrados na tabela 5.1.

Nesta seção, o comportamento dinâmico do modelo de rotor flexível vertical é estudado considerando-se a excitação do movimento vibratório de flexão devido a um desbalanceamento de 10^{-5} kg.m sobre o disco rígido (nó 7). As trajetórias descritas pelo centro do eixo com relação ao centro do mancal, fixo no sistema de referência, são denominadas "órbitas".

As órbitas no nó 4, onde se encontra o mancal hidrodinâmico, são apresentadas nas figuras 5.2 a 5.4 para diversas rotações próprias do rotor. Nas figuras 5.2 a 5.4, as órbitas à esquerda são as calculadas numericamente em Lima [20] utilizando o modelo por elementos finitos e representando os mancais por reações nodais externas equivalentes, enquanto que as órbitas à direita foram obtidas com o modelo numérico descrito no presente trabalho, e obtidas

através da integração da equação global do movimento (eq. (2.22), capítulo 2) pelo método de Newmark, conforme descrito no capítulo 4.

Elementos de Eixo (1 ao 6)	Diâmetro Externo	0,02 m
	Massa Específica	7800 kg/m ³
	Módulo de Young	210 Gpa
	Módulo de Coulomb	83 GPa
Elemento de Disco (Nó 1 - Motor-Acionador)	Diâmetro	0,30 m
	Inércia Polar	1,70 kg.m ²
	Inércia Diametral	0,88 kg.m ²
	Massa	80 kg
Elemento de Disco (Nó 7 - Disco Inferior)	Diâmetro	0,30 m
	Inércia Polar	0,1 kg.m ²
	Inércia Diametral	0,062 kg.m ²
	Massa	11,38 kg
Rigidez do Motor-Acionador (Nó 1)	Kxx	5,4x10 ⁵ N/m
	Kyy	6,0x10 ⁵ N/m
Mancal Hidrodinâmico Simples (Nó 4)	Viscosidade do Óleo	1,99x10 ⁻² N.s/m ²
	Raio	0,02 m
	Comprimento	0,02 m
	Folga Radial	10 ⁻⁴ m
Coordenada Axial dos Nós	Nó 1	0,000 m
	Nó 2	0,111 m
	Nó 3	0,223 m
	Nó 4	0,334 m
	Nó 5	0,446 m
	Nó 6	0,557 m
	Nó 7	0,668 m

Tabela 5.1 - Descrição física dos componentes do rotor

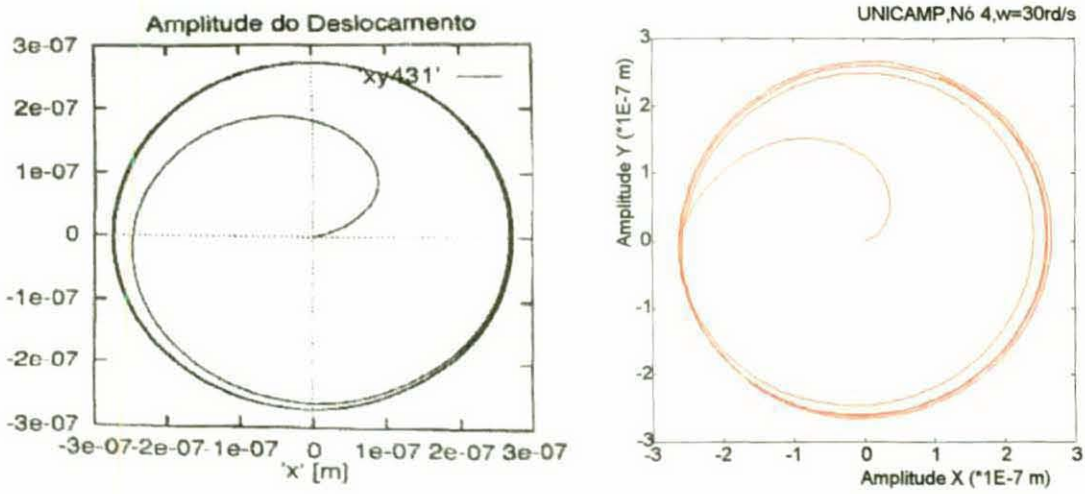


Fig. 5.2 - Órbitas obtidas por Lima [20] e no presente trabalho, para $\omega=30\text{rd/s}$ (nó 4)

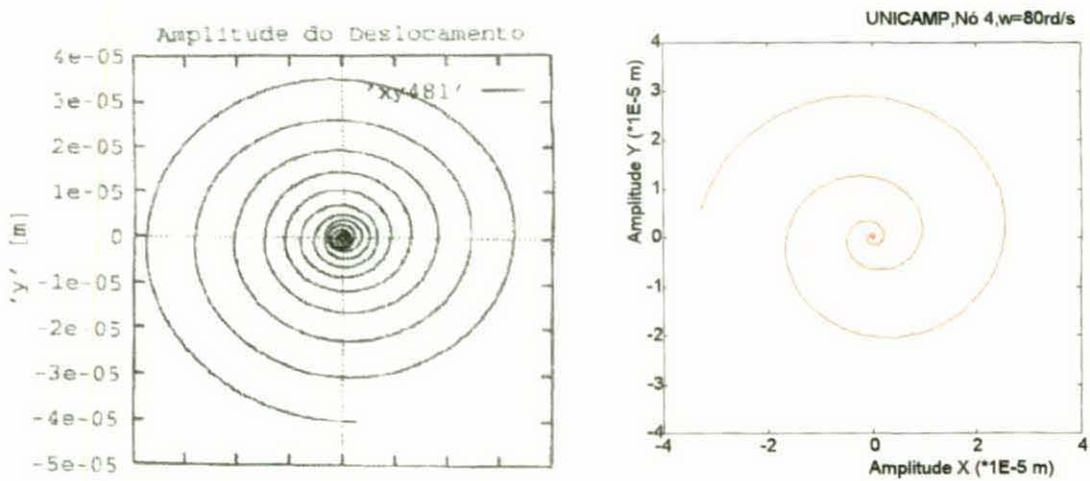


Fig. 5.3 - Órbitas obtidas por Lima [20] e no presente trabalho, para $\omega=80\text{rd/s}$ (nó 4)

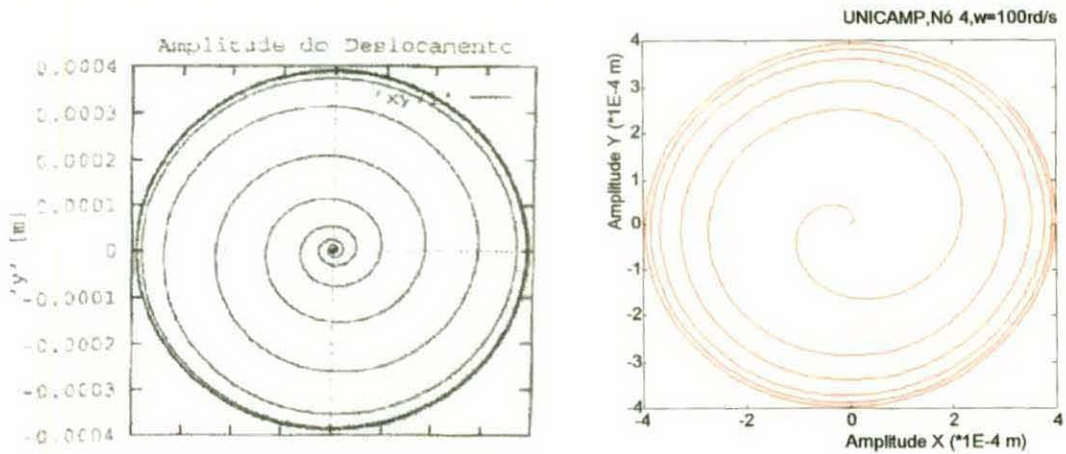


Fig. 5.4 - Órbitas obtidas por Lima [20] e no presente trabalho, para $\omega=100\text{rd/s}$ (nó 4)

O passo temporal utilizado na integração numérica para o cálculo das órbitas das figuras 5.2 a 5.4, com o modelo descrito no presente trabalho, foi de $1,0 \times 10^{-3}$ s, consideravelmente maior do que o valor $2,0 \times 10^{-5}$ s adotado na análise apresentada por Lima em [20]. Esta redução do número de passos da análise numérica está associada ao fato de que no modelo empregado no presente trabalho a representação dos mancais hidrodinâmicos está incorporada no modelo de elementos finitos na forma de matrizes de rigidez e amortecimento, enquanto que em [20] os mancais são representados por reações nodais externas equivalentes. Dessa forma, ao utilizar-se ainda os procedimentos de iteração para a obtenção da solução a cada intervalo de tempo, descritos na seção 4.3.2, a influência dos mancais na resposta dinâmica do sistema é implicitamente avaliada, permitindo assim o emprego de um maior passo de integração.

Em todas as simulações, condições iniciais de deslocamentos e velocidades transversais nulos são consideradas, com rotação própria inicial igual à rotação de operação do rotor.

Note-se que as trajetórias solução obtidas por Lima [20] e as calculadas com o presente modelo não são coincidentes no período de transição entre o início da simulação e a órbita final quasi-periódica. Na simulação a força excitadora provocada pelo desbalanceamento não é instantaneamente introduzida no modelo, mas sim gradativamente através de um fator de crescimento exponencial, evitando-se a resposta do sistema a um carregamento súbito (impacto). A forma das órbitas dos pontos nodais do rotor até atingirem a trajetória final depende desse fator de crescimento adotado, somente havendo sentido físico a comparação das órbitas finais calculadas. No presente trabalho, o fator de crescimento adotado é $(1-e^{-t})$, onde t é o instante considerado expresso em segundos.

5.1.2. Mancais Hidrodinâmicos Segmentados

No caso em estudo, considerou-se o modelo matemático do rotor flexível vertical da unidade número 8 da usina hidrogeradora de Furnas, mostrada no desenho em corte da fig.5.5, instrumentada pelo CEPTEL. A fixação do eixo à estrutura, considerada rígida, é feita através de um mancal hidrodinâmico segmentado posicionado na região inferior do eixo e por um

medições foram realizadas para uma velocidade de rotação própria de 150 RPM (2,5 Hz), a uma frequência de aquisição de 128 Hz, e com o rotor operando em uma potência nominal de 160 MW. A figura 5.7 apresenta o filtro digital utilizado no tratamento dos dados experimentais fornecidos. O filtro é do tipo elíptico (vide Parks e Burrus, [21]), de quarta ordem (4 pólos), com banda de passagem entre 2,3 e 2,7 Hz com 0,01 decibéis de suavização na crista, e com banda de corte 100 decibéis inferior.

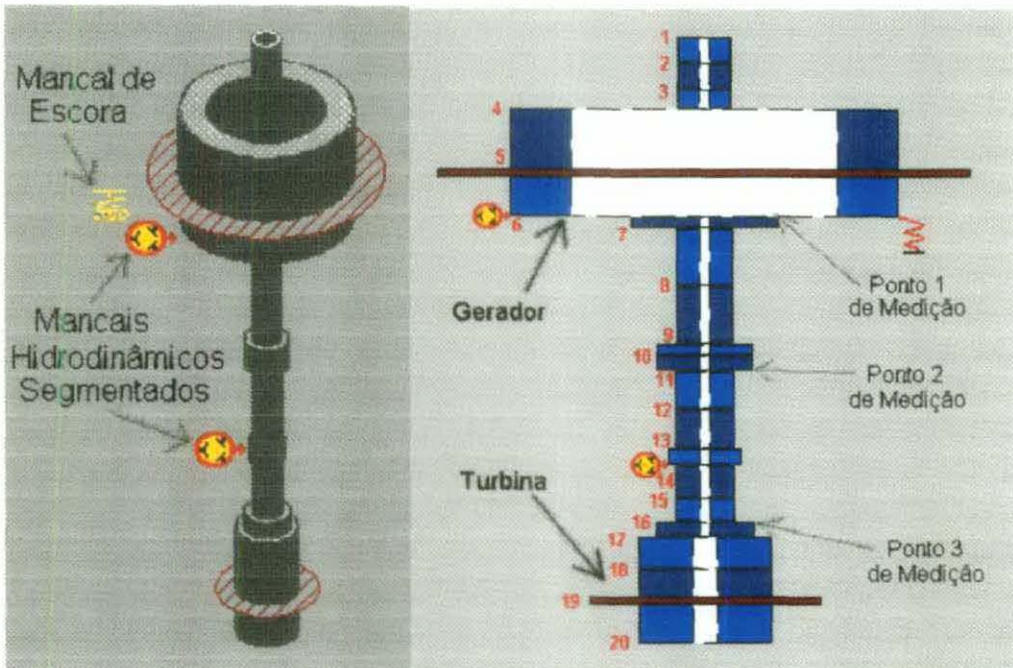


Fig. 5.6 - Esquema representativo do rotor número 8 da usina de Furnas

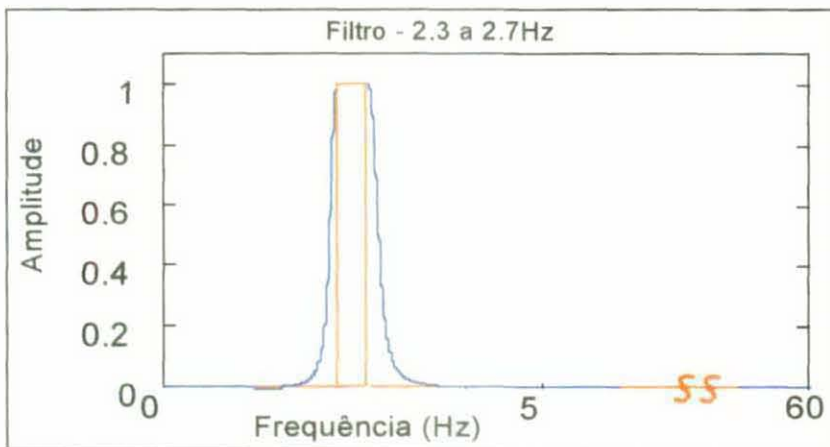


Fig. 5.7 - Filtro elíptico utilizado na filtragem dos resultados experimentais

Elementos de Eixo (1 ao 19)																	Massa Específica		7800 kg/m ³	
(Peso Total : 346 ton)																	Módulo de Young		200 Gpa	
																	Módulo de Coulomb		80 GPa	
Elemento	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
Diâmetro Interno (m)	0,25	0,25	0,25	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,25	0,5	0,5	0,5	
Diâmetro Externo (m)	1,1	1,1	1,1	7,2	7,2	2,6	1,1	1,1	1,8	1,8	1,1	1,1	1,4	1,1	1,1	1,9	2,5	2,5	2,5	
Elemento de Disco (Nó 5 - Gerador)										Diâmetro		10,0 m								
										Inércia Polar		2,3x10 ⁷ kg.m ²								
										Inércia Diametral		1,2x10 ⁷ kg.m ²								
Elemento de Disco (Nó 19 - Turbina (48 pólos))										Diâmetro		4,30 m								
										Inércia Polar		3,7 x10 ⁵ kg.m ²								
										Inércia Diametral		3,9x10 ⁵ kg.m ²								
Mancal de Escora (Nó 6)										Rigidez à Flexão em x		5,4x10 ⁵ N/m								
										Rigidez à Flexão em y		6,0x10 ⁵ N/m								
Mancal Hidrodinâmico Segmentado (Nó 6)										Viscosidade do Óleo		5,18x10 ⁻² N.s/m ²								
										Raio		1,299 m								
										Comprimento		0,178 m								
										Folga Radial		5,588x10 ⁻⁴ m								
										Número de Segmentos		12								
										Ângulo Central		30°								
										Ângulo do Pivot		18°								
Mancal Hidrodinâmico Segmentado (Nó 14)										Viscosidade do Óleo		5,03x10 ⁻² N.s/m ²								
										Raio		0,705 m								
										Comprimento		0,300 m								
										Folga Radial		4,710x10 ⁻⁴ m								
										Número de Segmentos		12								
										Ângulo Central		30°								
										Ângulo do Pivot		18°								
Nó	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Coordenada Axial (m)	0,0	0,5	1,0	1,35	2,58	3,39	3,61	4,70	5,77	5,99	6,26	6,99	7,73	8,05	8,65	9,10	9,39	10,0	10,6	11,4

Tabela 5.2 - Descrição física dos componentes do rotor número 8 da usina de Furnas

As órbitas e as densidades espectrais dos deslocamentos transversais X e Y nos pontos 1, 2 e 3 de medição (nós 6, 11 e 16 do modelo por elementos finitos, respectivamente) antes e após a filtragem digital do sinal adquirido são apresentados às figuras 5.8 a 5.13. Observa-se que após a utilização do filtro elíptico da fig. 5.7, apenas as componentes dos sinais para frequências próximas de 2,5 Hz predominaram. Esta frequência corresponde à rotação própria do rotor, correspondendo à frequência da excitação provocada pelo desbalanceamento.

Para a simulação numérica do comportamento dinâmico do rotor da usina de Furnas utilizou-se o método de integração de Newmark, com um incremento temporal igual a 5 ms. Algumas simulações numéricas foram realizadas para a obtenção de órbitas compatíveis com os resultados medidos, já que o desbalanceamento do rotor instrumentado é desconhecido.

Devido à complexidade da montagem do sistema e o elevado número de componentes presentes, técnicos do CEPEL estimam que a principal fonte de desbalanceamento do conjunto esteja no gerador. Dessa forma, um desbalanceamento de 15 kg.m foi imposto no nó número 5 do modelo de elementos finitos, onde o gerador é montado. Assim, para a simulação deste desbalanceamento, introduziu-se no modelo uma força de excitação transversal síncrona com a rotação própria (15,7 rd/s, equivalente à frequência de 2,5 Hz), e de intensidade $15 \text{ kg.m} \times (15,7 \text{ rd/s})^2 \cong 3700 \text{ N}$.

Como mostrado no capítulo 3, a simulação numérica da dinâmica de rotores com mancais segmentados requer, a cada instante, a avaliação dos ângulos de rotação do pivotamento de cada segmento. A figura 5.14 apresenta um exemplo do aspecto do gráfico do momento aplicado pelo filme de óleo a um segmento pivotado em seu ponto central em função do ângulo de rotação ψ , obtido da equação (3.32) do capítulo 3. Para um ângulo ψ inferior ao valor representado pelo ponto A do gráfico (fig. 5.14), a modelagem de mancais segmentados apresentada no presente trabalho prevê uma distribuição de pressão negativa ao longo de todo o segmento. Considerando-se na modelagem os efeitos da cavitação no filme de óleo, esta condição implica em uma pressão nula ao longo de todo o segmento, a qual não contribui na força total de reação do mancal sobre o eixo.

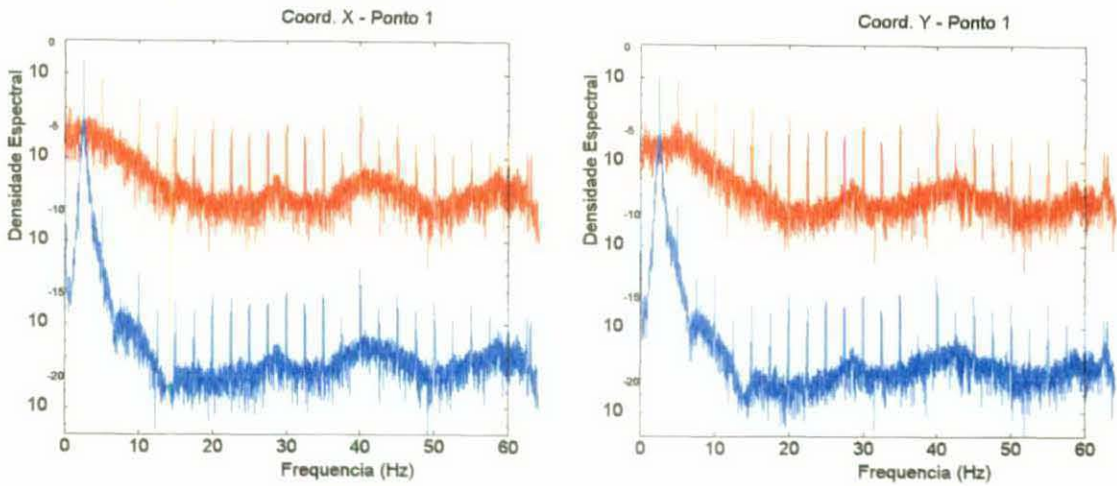


Fig. 5.8 - Densidade espectral das amplitudes X e Y do ponto 1 antes e após a filtragem

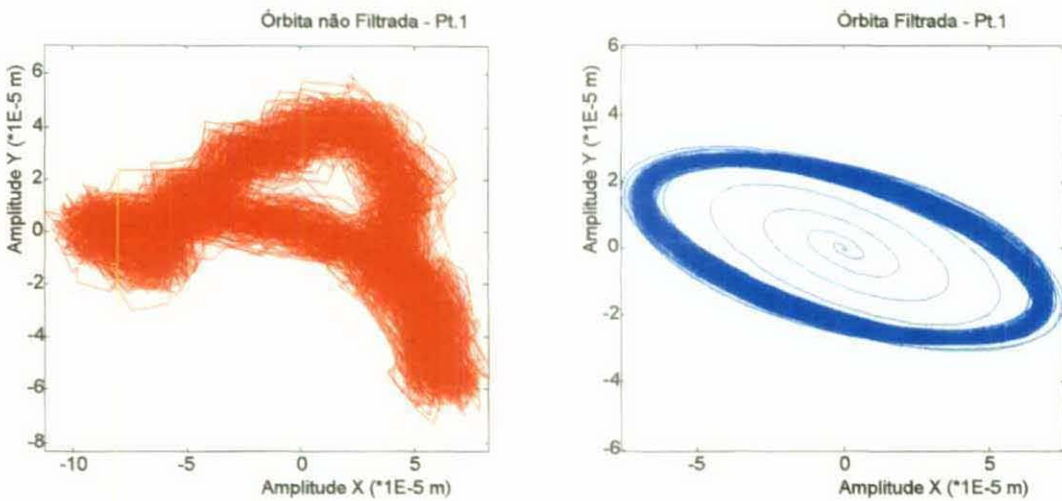


Fig. 5.9 - Órbitas medidas no ponto 1 antes e após a filtragem

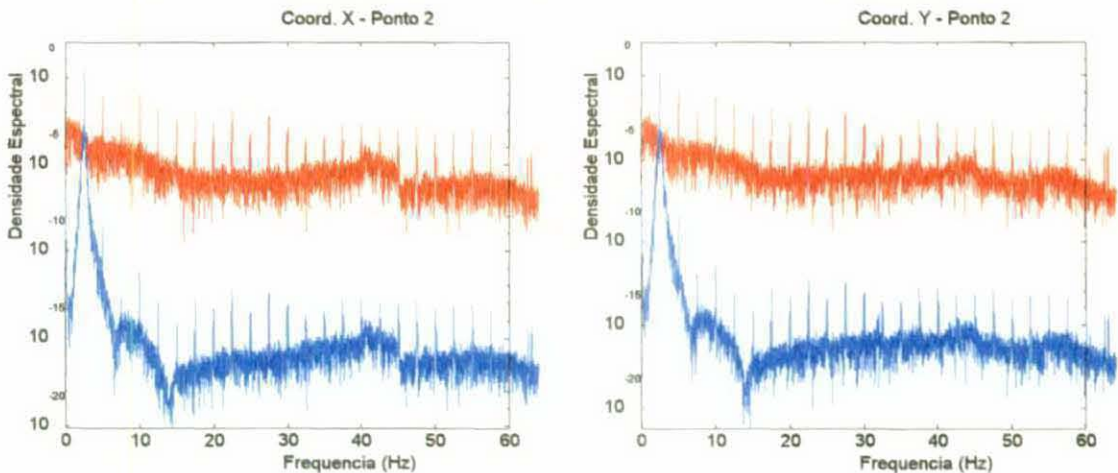


Fig. 5.10 - Densidade espectral das amplitudes X e Y do ponto 2 antes e após a filtragem

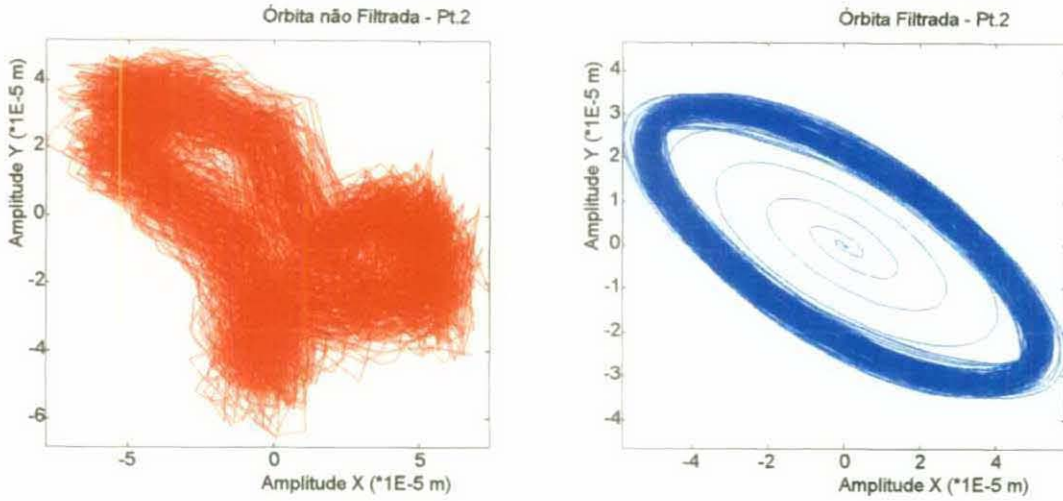


Fig. 5.11 - Órbitas medidas no ponto 2 antes e após a filtragem

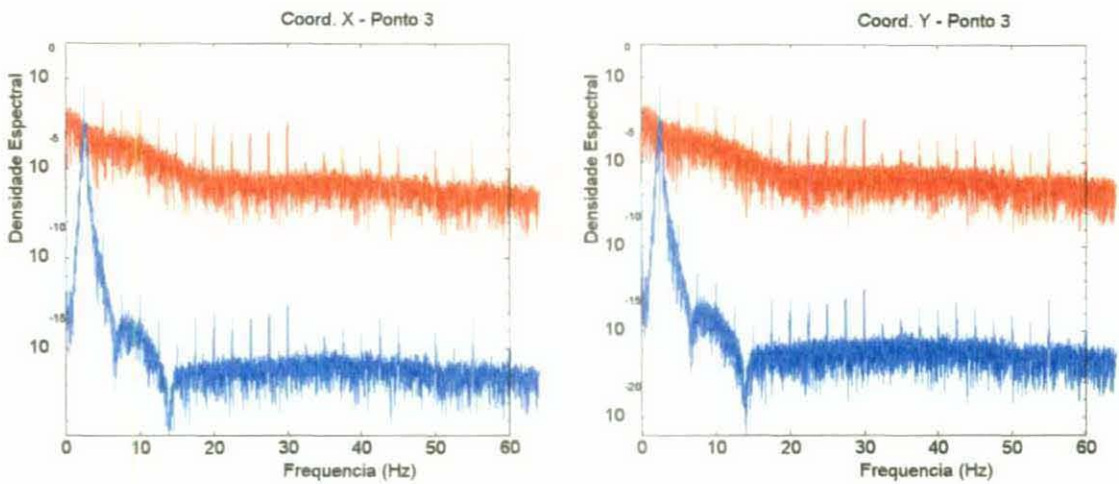


Fig. 5.12 - Densidade espectral das amplitudes X e Y do ponto 3 antes e após a filtragem

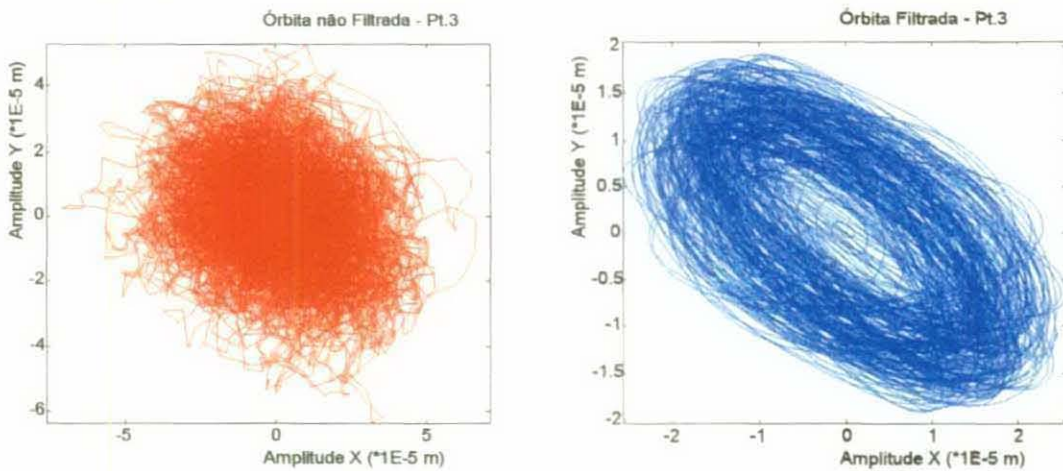


Fig. 5.13 - Órbitas medidas no ponto 3 antes e após a filtragem

O ponto B da fig. 5.14 representa a situação em que o filme de óleo rompe ao longo do segmento, como representado na fig. 5.15, enquanto que a situação C representa a situação limite em que não mais ocorre cavitação.

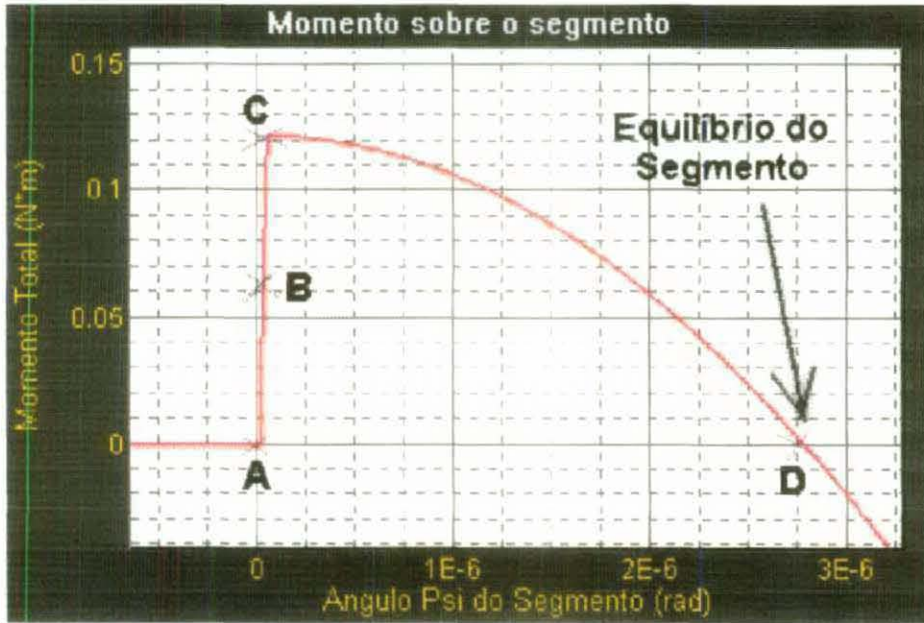


Fig. 5.14 - Momento sobre o segmento versus Ângulo de rotação ψ

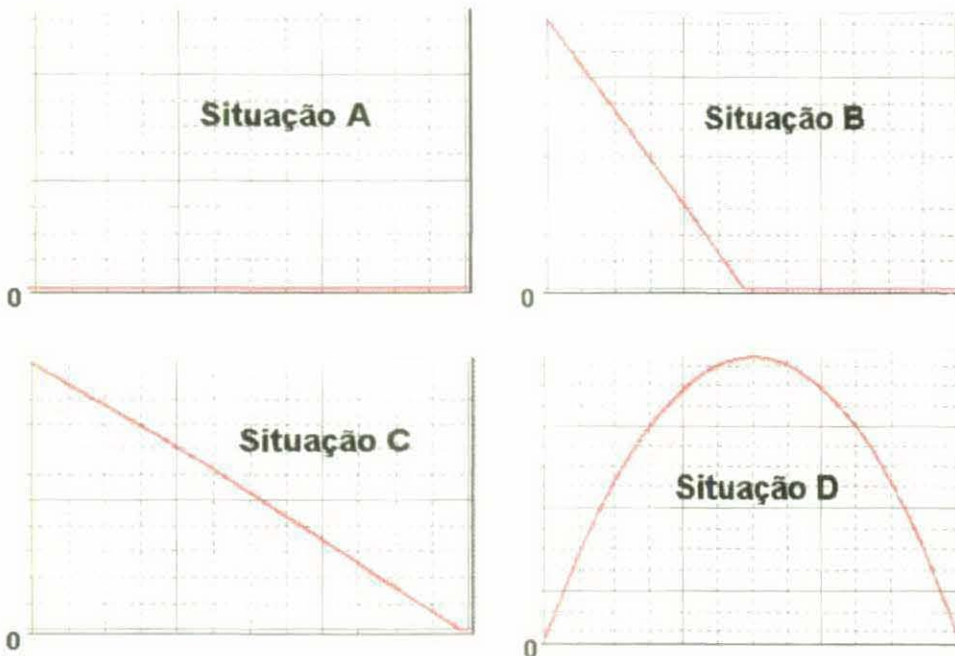


Fig. 5.15 - Distribuição Qualitativa de Pressão ao longo de um Segmento com ângulo de rotação ψ correspondente às situações A, B, C e D da Fig. 5.14

A posição angular de pivotamento para o equilíbrio quasi-estático do segmento é obtida igualando-se a zero o momento provocado pela distribuição de pressão do filme de óleo. Assim, através da combinação dos métodos de solução de Newton-Raphson e de bisseções sucessivas, obtém-se numericamente o valor do ângulo correspondente ao ponto D da fig. 5.14. A distribuição da pressão sobre o segmento resulta em um momento nulo, e o perfil é o apresentado na fig. 5.15.

Na situação em que o momento exercido pelo filme de óleo sobre o segmento é nulo, representado pelo ponto D da fig. 5.14, a força de reação de cada segmento sobre o rotor situa-se na direção definida pelo ponto de pivotamento e pelo centro do eixo, como visto no capítulo 3. Essa condição resulta no modelo numérico em coeficientes de acoplamento da matriz de rigidez dos mancais muito menores do que os coeficientes da diagonal principal, especialmente no caso em que os pivotamentos estão simetricamente dispostos em relação à direção instantânea da força externa sobre o eixo. Os coeficientes de rigidez e amortecimento do mancal hidrodinâmico segmentado são então calculados através do somatório das contribuições de cada um de seus segmentos, computadas para cada ângulo ψ de pivotamento no equilíbrio, referidas às direções globais de deslocamentos e velocidades do ponto nodal.

Além dos mancais hidrodinâmicos com segmentos pivotados, estão disponíveis no mercado mancais com segmentos fixos a apoios flexíveis, comercializados pela empresa KMC Inc. (fig. 5.16). Esses mancais permitem o movimento de rotação dos segmentos através da flexibilidade dos elementos de fixação, e apresentam como principal vantagem a redução das tensões de contato, responsável pela corrosão por fretagem, eliminando assim o desgaste e o engripamento do pivotamento (De Choudhury, Hill e Paquette, [23]).

No caso destes últimos, é necessário para a solução da equação (3.9) do capítulo 3 calcular-se a rigidez rotacional do pivô, obtendo-se assim a posição angular de equilíbrio ψ de cada segmento. O momento resultante da distribuição de pressão do filme de óleo sobre o segmento está neste caso associado diretamente ao ângulo de rotação do segmento, e a propriedade de estabilização do sistema ainda assim é alcançada. A geometria adequada do apoio provê ao mancal uma rigidez suficiente no pivotamento e limitando e garantindo a existência de uma posição angular de equilíbrio do segmento (figura 5.17), independentemente

da distribuição de pressão do filme de óleo, evitando desta forma choques dos segmentos contra a superfície interna do mancal.

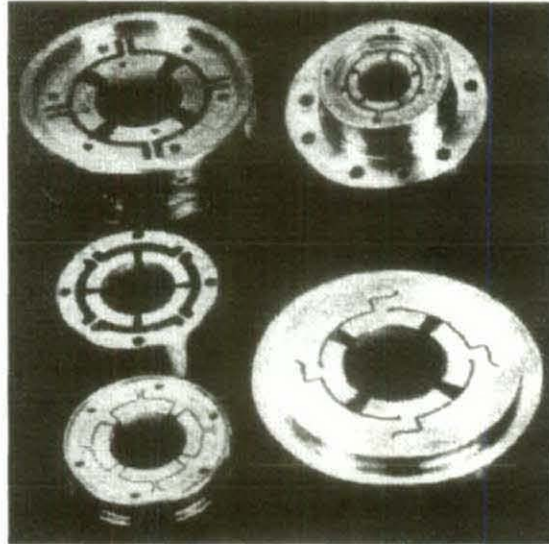


Fig. 5.16 - Mancais Segmentados com Flexão no Pivotamento

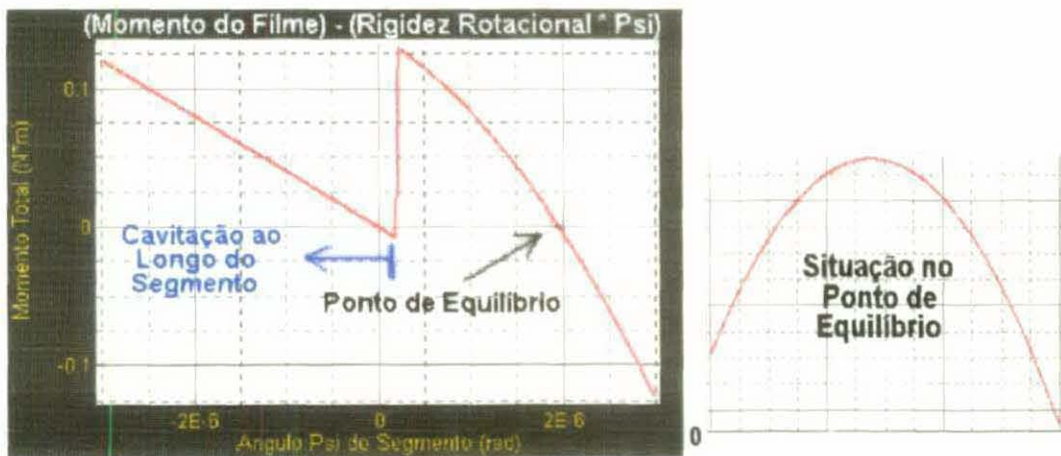


Fig. 5.17 - Momento resultante sobre o segmento versus Ângulo de rotação ψ e Distribuição qualitativa de pressão ao longo do segmento com Pivotamento Engastado

Os resultados das simulações numéricas para o modelo por Elementos Finitos da unidade número 8 da usina de Furnas estão apresentados nas figuras 5.18 a 5.20, considerando-se um desbalanceamento do rotor de 15 kg.m imposto no gerador (nó 5). As órbitas e a densidade espectral das amplitudes dos deslocamentos nas direções X e Y foram obtidas numericamente nos nós 6, 11 e 16 e apresentadas nas figuras 5.8 a 5.13, correspondentes aos 3 pontos de avaliação experimental.

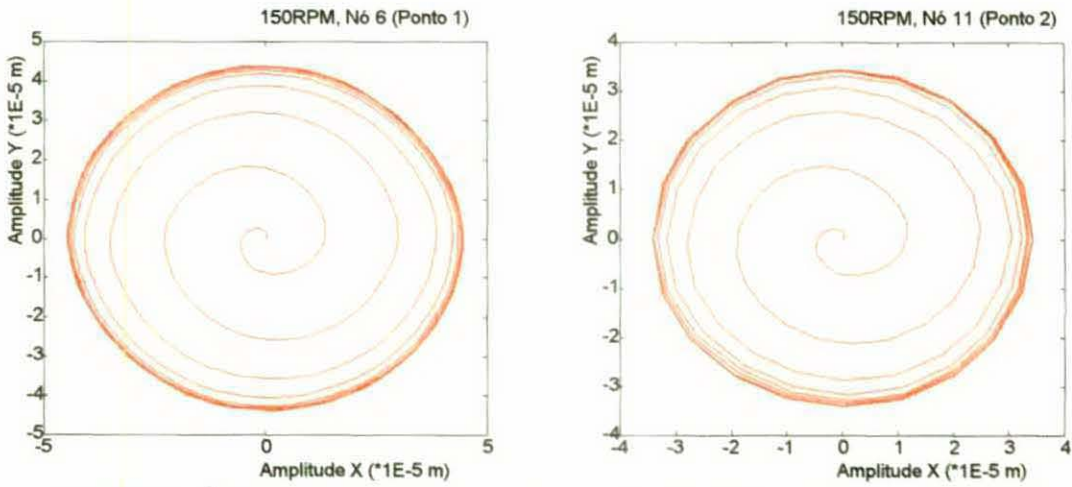


Fig. 5.18 - Órbitas calculadas para os pontos 1 e 2 (mancal segmentado)

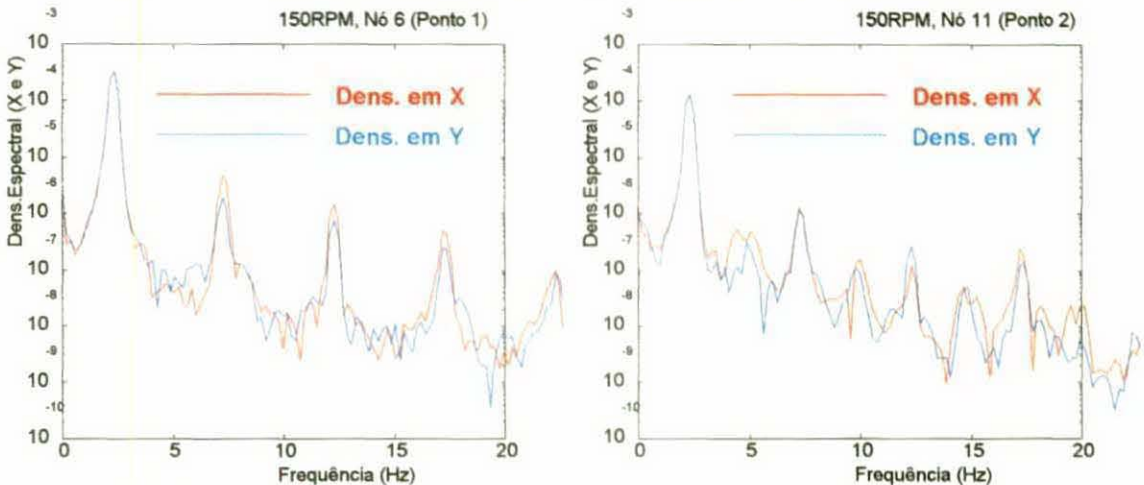


Fig. 5.19 - Densidade espectral dos deslocamentos nas direções X e Y calculadas para os pontos 1 e 2 (mancal segmentado)

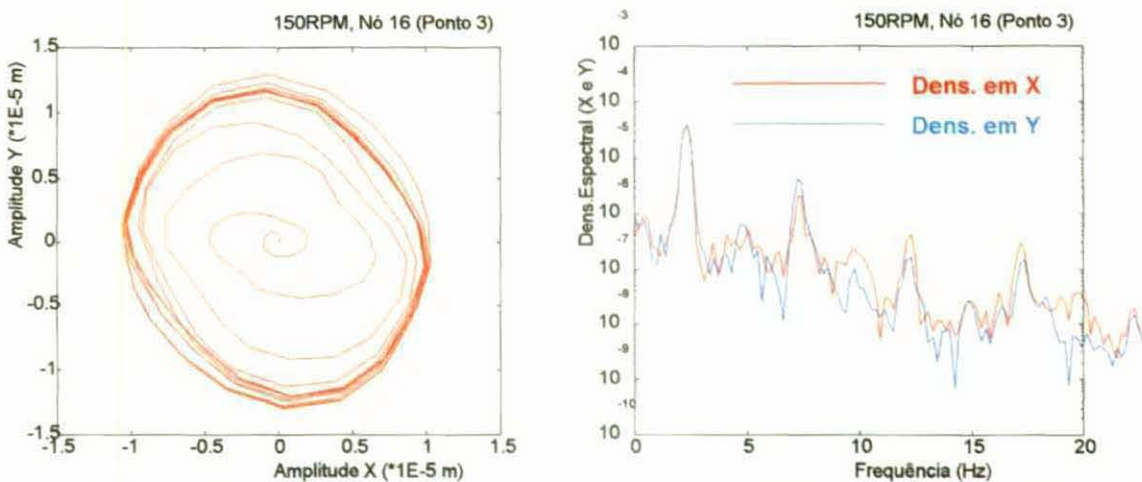


Fig. 5.20 - Órbita e densidade espectral calculadas para o ponto 3 (mancal segmentado)

O modelo do rotor de Furnas foi também analisado numericamente considerando-se mancais hidrodinâmicos simples, com o mesmo raio, comprimento, folga radial e fluido lubrificante que os considerados para os mancais segmentados existentes. As órbitas resultantes dessa simulação apresentam amplitudes até quatro vezes maiores do que aquelas obtidas utilizando-se mancais segmentados. A principal fonte de vibrações nesse caso provém do efeito de "oil whirl", como se pode observar nas órbitas descritas pelo eixo e nas correspondentes densidades espectrais dos deslocamentos nas direções X e Y para os pontos de avaliação 1, 2 e 3 (fig. 5.21 a 5.23). Observe-se que os valores de amplitude máxima dos deslocamentos encontram-se na faixa de 1,25 Hz, metade da frequência de rotação própria do rotor.

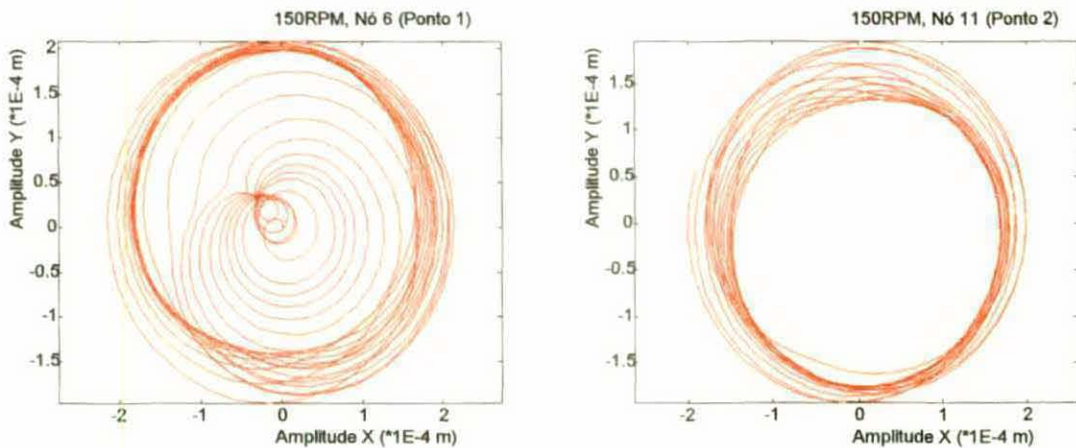


Fig. 5.21 - Órbitas calculadas para os pontos 1 e 2 (mancal hidrodinâmico simples)

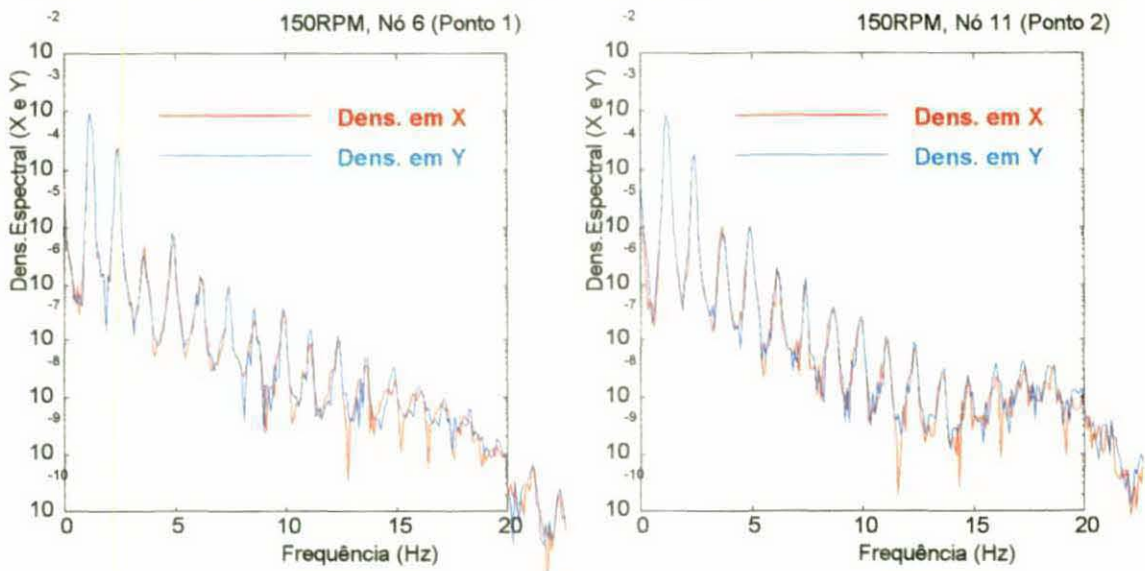


Fig. 5.22 - Densidade espectral dos deslocamentos nas direções X e Y calculadas para os pontos 1 e 2 (mancal hidrodinâmico simples)

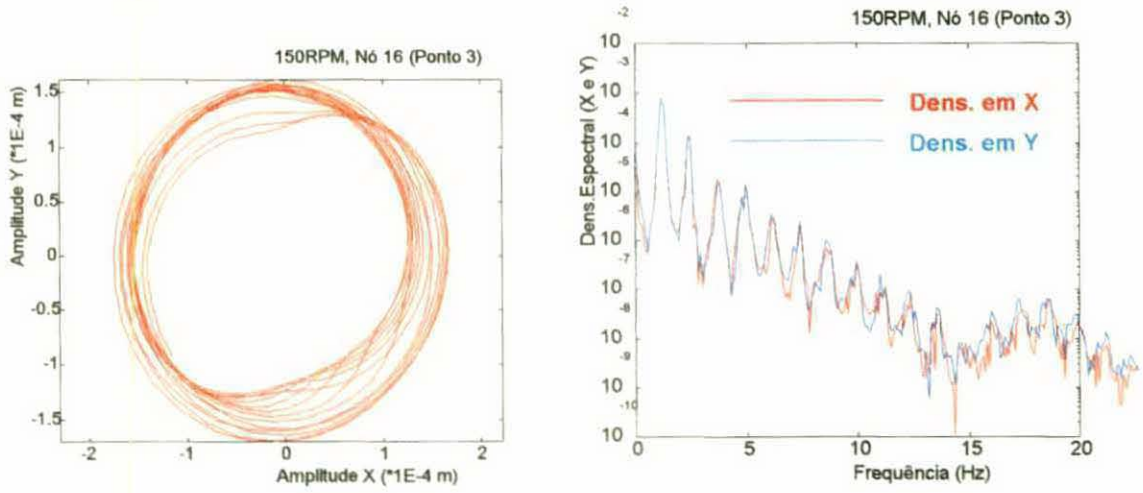


Fig. 5.23 - Órbita e densidade espectral calculadas para o ponto 3 (mancal simples)

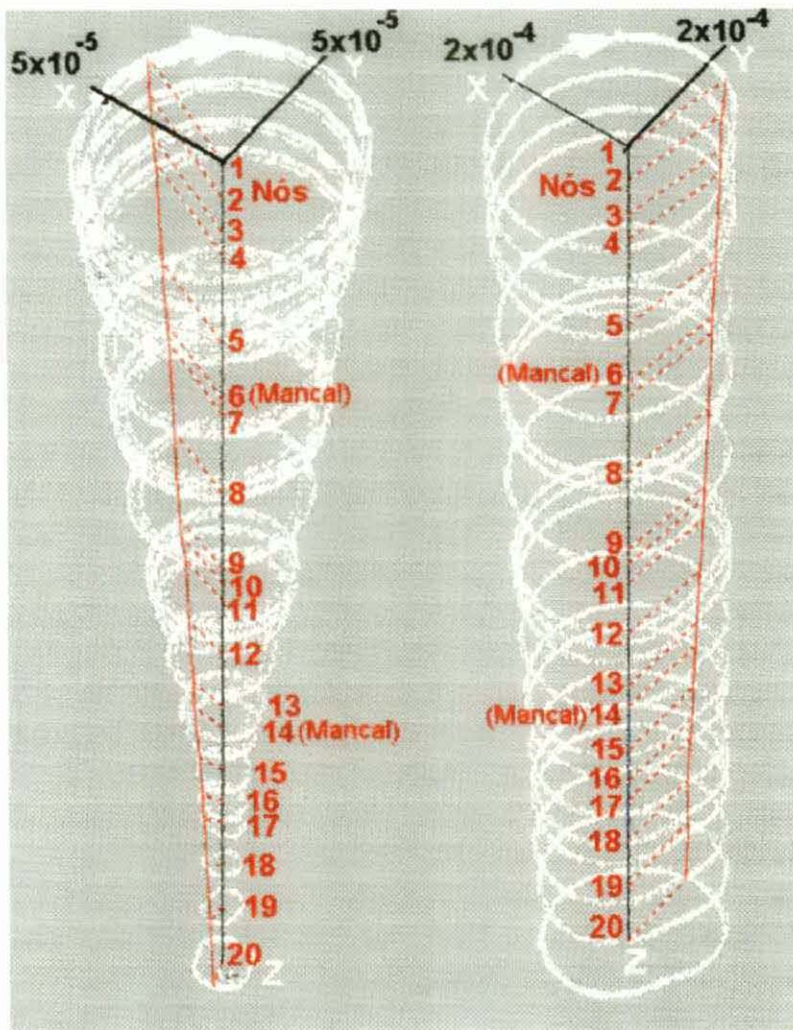


Fig. 5.24- Órbitas calculadas considerando Mancais Hidrodinâmicos Segmentados (esquerda) ou Simples (direita)

Na figura 5.24 estão apresentadas as órbitas descritas pelo eixo nos diversos pontos nodais do modelo de elementos finitos considerando-se as configurações com mancais hidrodinâmicos segmentados e simples. As órbitas resultantes da simulação com mancais segmentados resultou em amplitudes máxima e mínima com valores $4,9 \times 10^{-5}$ m e $1,1 \times 10^{-5}$ m nos nós 1 e 18, respectivamente. As órbitas dos nós 1 e 20, posicionadas nas extremidades do eixo, estão fora de fase, estando a primeira adiantada de um ângulo de torção de 120° . As órbitas resultantes da simulação com mancais hidrodinâmicos simples resultou em amplitudes máxima e mínima com valores $2,1 \times 10^{-5}$ m e $1,5 \times 10^{-5}$ m nos nós 1 e 17, respectivamente. As órbitas dos nós 1 e 20, posicionadas nas extremidades do eixo, também estão fora de fase neste caso, estando a primeira adiantada de um ângulo de torção de 20° .

5.2. Resultados para Mancal Hidrodinâmico Simples

Nesta seção é efetuada a análise numérica da amplitude da órbita descrita pelo centro de um rotor idealizado de Jeffcott, sujeito a diversas condições de desbalanceamento. O rotor de Jeffcott em estudo consiste em um eixo vertical flexível bi-apoiado em um par de mancais hidrodinâmicos simples, e com um disco fixo ao eixo no ponto médio entre os mancais. O sistema é modelado segundo o Método dos Elementos Finitos por 2 elementos de eixo e 1 elemento de disco, situado no nó central (fig.5.25).

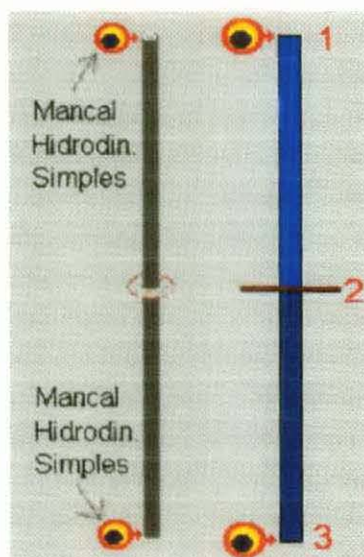


Fig.5.25 - Modelagem do Rotor de Jeffcott pelo Método de Elementos Finitos

O eixo do rotor idealizado possui diâmetro externo constante igual a 1m, massa específica igual a 7800 kg/m^3 e módulo de Young igual a $8,0 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$. O elemento de disco possui diâmetro igual a 4m, inércia polar $2,0 \times 10^5 \text{ m}^4$, inércia diametral $1,0 \times 10^5 \text{ m}^4$ e massa igual a $1,0 \times 10^5 \text{ kg}$. Os mancais hidrodinâmicos possuem raio interno igual a 0,5m, comprimento 0,5m e folga radial $2,0 \times 10^{-4} \text{ m}$. O fluido considerado na lubrificação dos mancais possui viscosidade igual a $0,02 \text{ N.s/m}^2$. Na modelagem do rotor nenhum mancal de escora foi considerado e o peso do conjunto foi desprezado. Como consequência, a matriz de rigidez $[K_A]$ devida a forças axiais externas (eq.(2.20)) não foi utilizada na formação da rigidez total da estrutura. O método de integração de Newmark foi utilizado em todas as análises numéricas com iterações no intervalo de tempo, conforme descrito no capítulo 4.

Na seção 5.2.1 as órbitas do centro do rotor nas posições do mancal superior (nó 1) e do ponto médio entre os mancais (nó 2) para diversas velocidades de rotação própria estão apresentadas e os resultados numéricos analisados. A influência do efeito de "oil-whirl" para diversos valores de desbalanceamento é discutida na seção 5.2.2, enquanto que a influência do método Pseudo-Modal na solução numérica da dinâmica do rotor e a influência de uma força transversal externa constante na estabilidade do sistema são apresentadas nas sessões 5.2.3 e 5.2.4, respectivamente. Finalmente, as amplitudes de vibração do rotor sujeito a aceleração na rotação própria são apresentadas em 5.2.5.

5.2.1. Influência da Rotação Própria

A análise numérica da amplitude da órbita para diversas velocidades de rotação própria do eixo é considerada nesta seção. Todas as simulações numéricas incluem um desbalanceamento de $11,25 \text{ kg.m}$ presente no disco central. Os passos de integração temporal para cada análise estão apresentados a seguir. As figuras 5.26 a 5.52 apresentam as órbitas no mancal superior e no disco (nós 1 e 2 do modelo numérico, respectivamente), assim como a densidade espectral das amplitudes de deslocamentos nas direções X e Y.

• **Resultados para $\omega=11,25$ RPM (0,1875 Hz) - passo temporal $1,0 \times 10^{-2}$ s**

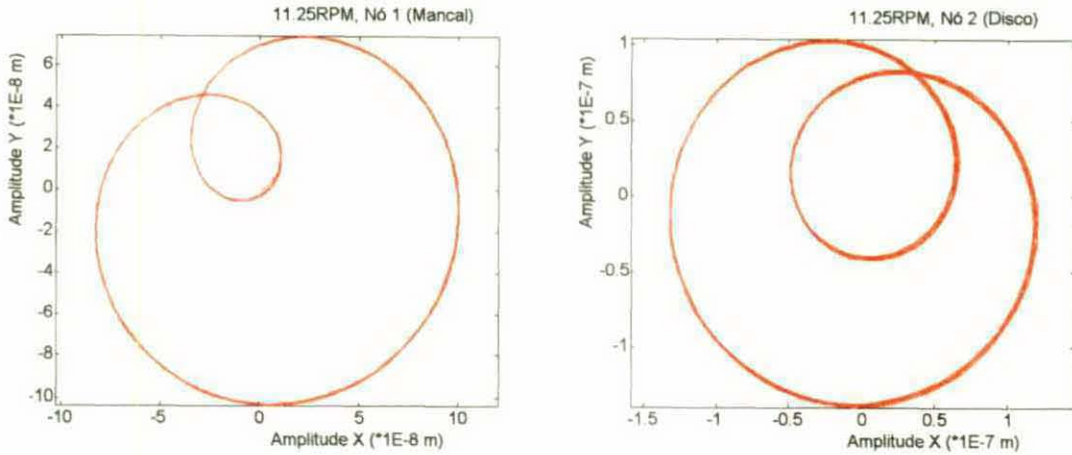


Fig. 5.26 - Órbitas calculadas para $\omega=11,25$ RPM nos nós 1 e 2

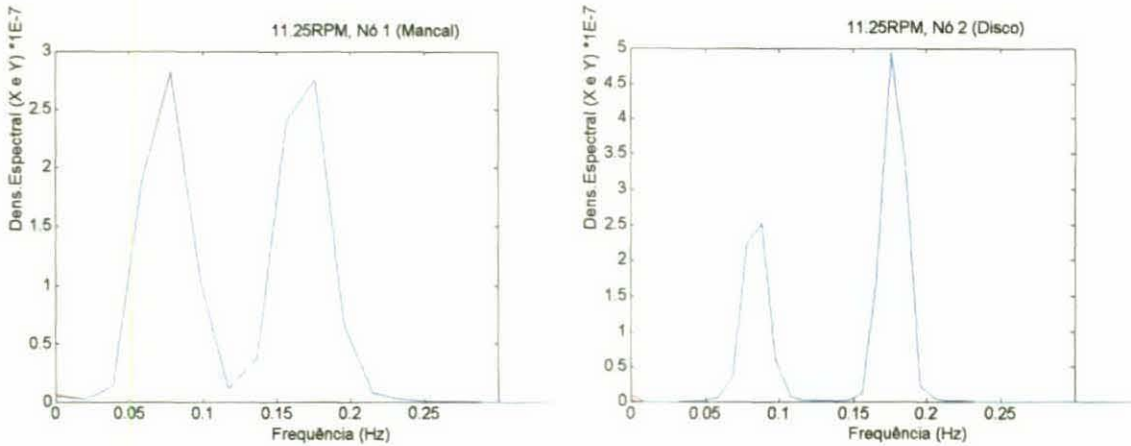


Fig. 5.27 - Densidade Espectral das Amplitudes X e Y para $\omega=11,25$ RPM nos nós 1 e 2

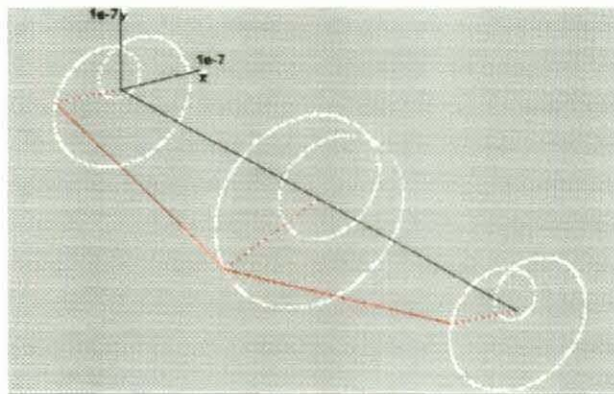


Fig. 5.28 - Órbitas calculadas para $\omega=11,25$ RPM

• Resultados para $\omega=22,5$ RPM (0,375 Hz) - passo temporal $1,0 \times 10^{-2}$ s

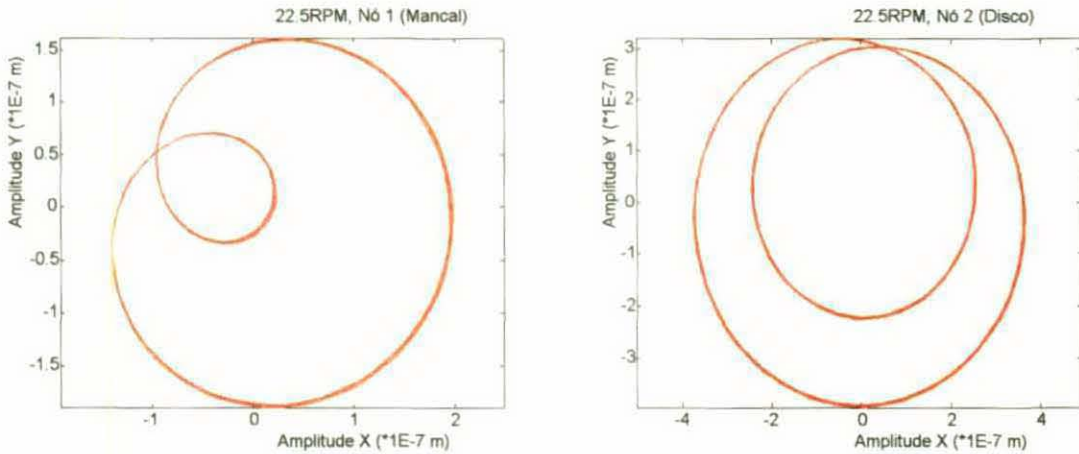


Fig. 5.29 - Órbitas calculadas para $\omega=22,5$ RPM nos nós 1 e 2

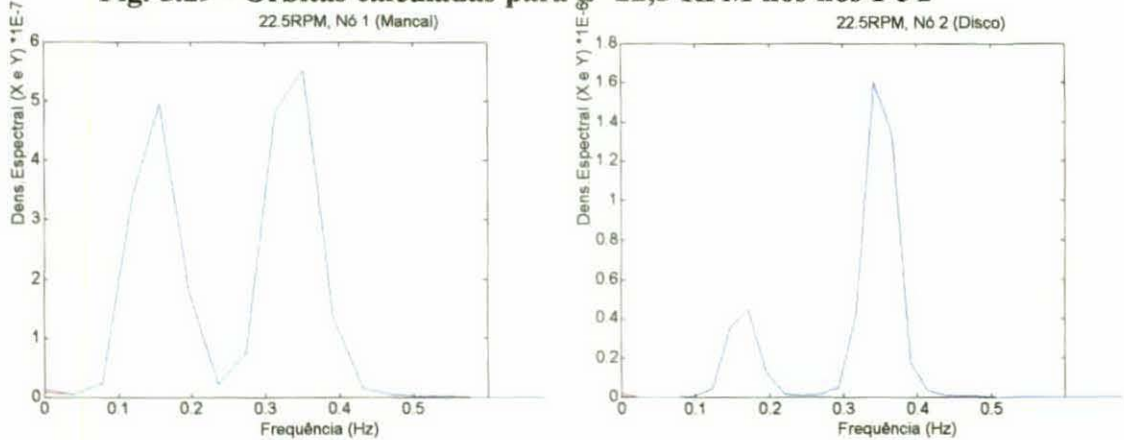


Fig. 5.30 - Densidade Espectral das Amplitudes X e Y para $\omega=22,5$ RPM nos nós 1 e 2

• Resultados para $\omega=45$ RPM (0,75 Hz) - passo temporal $1,0 \times 10^{-2}$ s

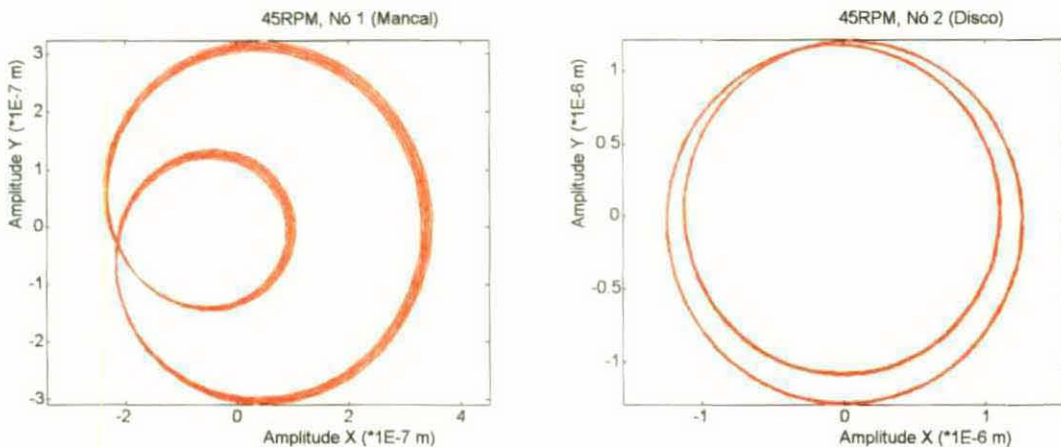


Fig. 5.31 - Órbitas calculadas para $\omega=45$ RPM nos nós 1 e 2

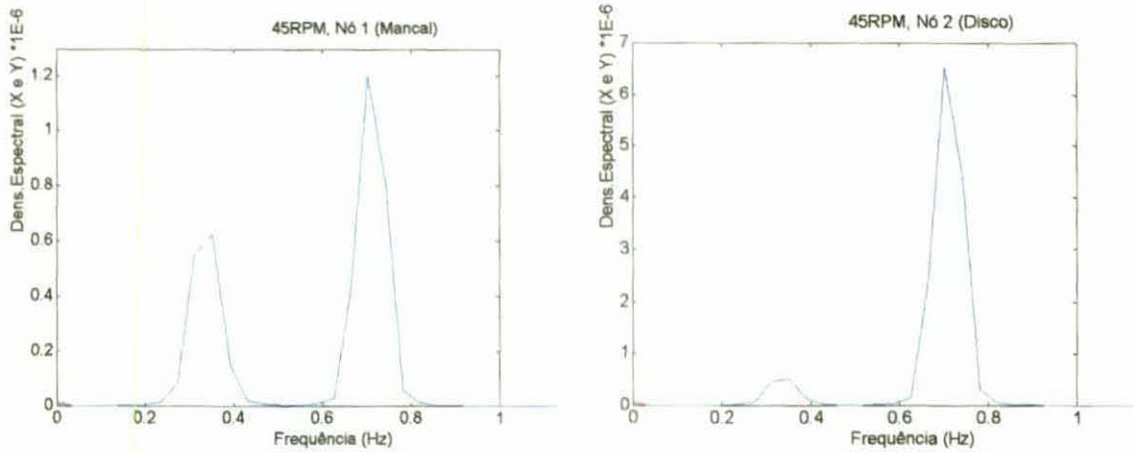


Fig. 5.32 - Densidade Espectral das Amplitudes X e Y para $\omega=45$ RPM nos nós 1 e 2

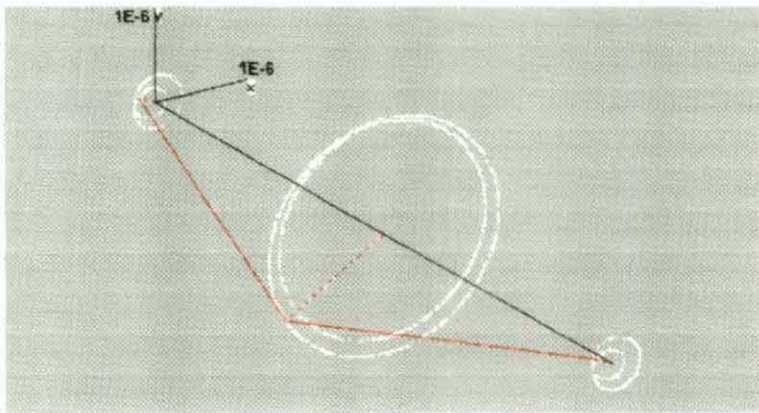


Fig. 5.33 - Órbitas calculadas para $\omega=45$ RPM

• Resultados para $\omega=90$ RPM (1,5 Hz) - passo temporal $1,0 \times 10^{-2}$ s

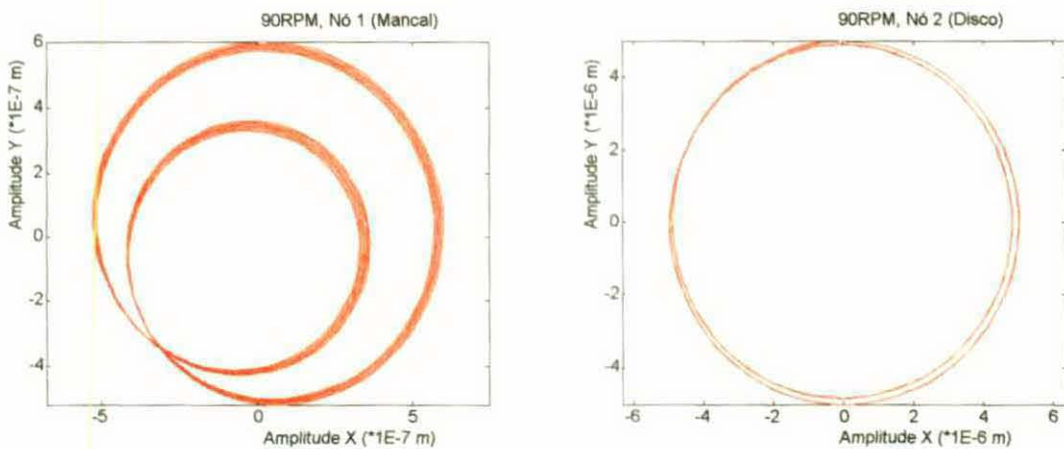


Fig. 5.34 - Órbitas calculadas para $\omega=90$ RPM nos nós 1 e 2

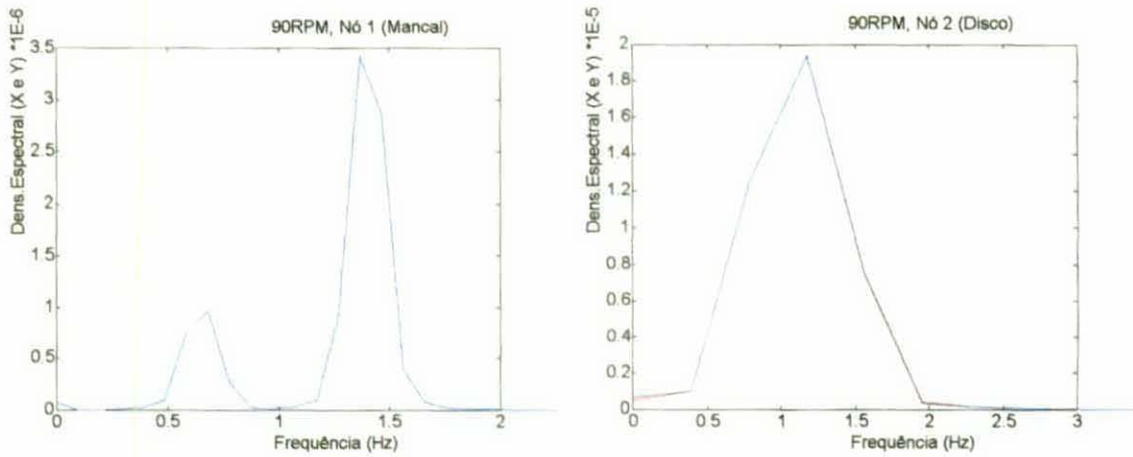


Fig. 5.35 - Densidade Espectral das Amplitudes X e Y para $\omega=90$ RPM nos nós 1 e 2

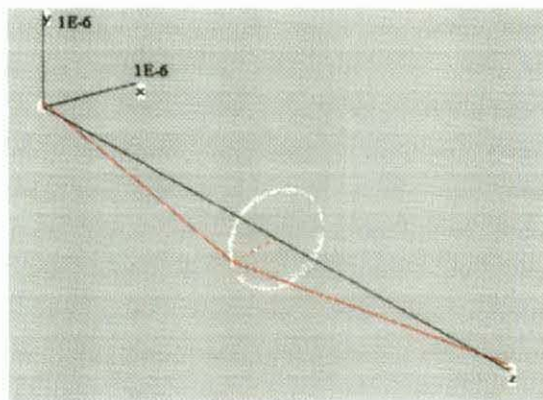


Fig. 5.36 - Órbitas calculadas para $\omega=90$ RPM

• **Resultados para $\omega=180$ RPM (3 Hz) - passo temporal $5,0 \times 10^{-3}$ s**

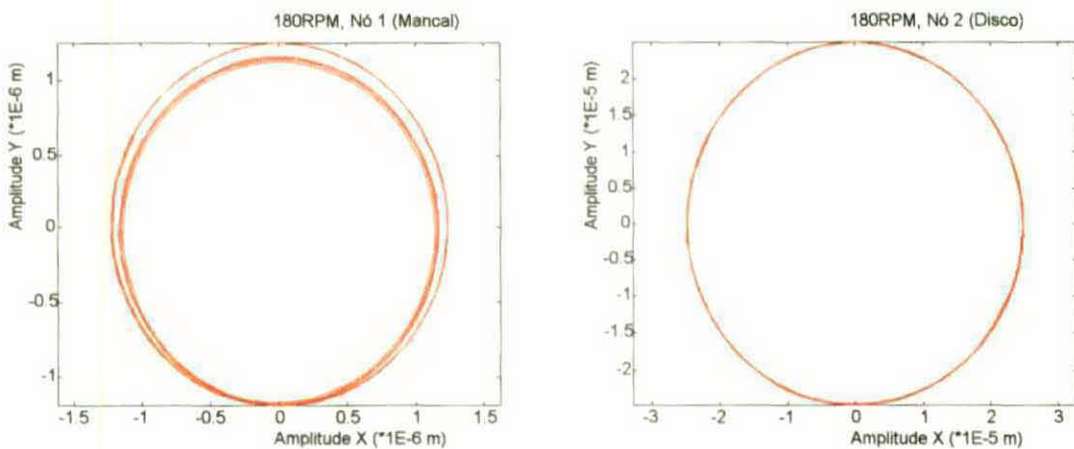


Fig. 5.37 - Órbitas calculadas para $\omega=180$ RPM nos nós 1 e 2

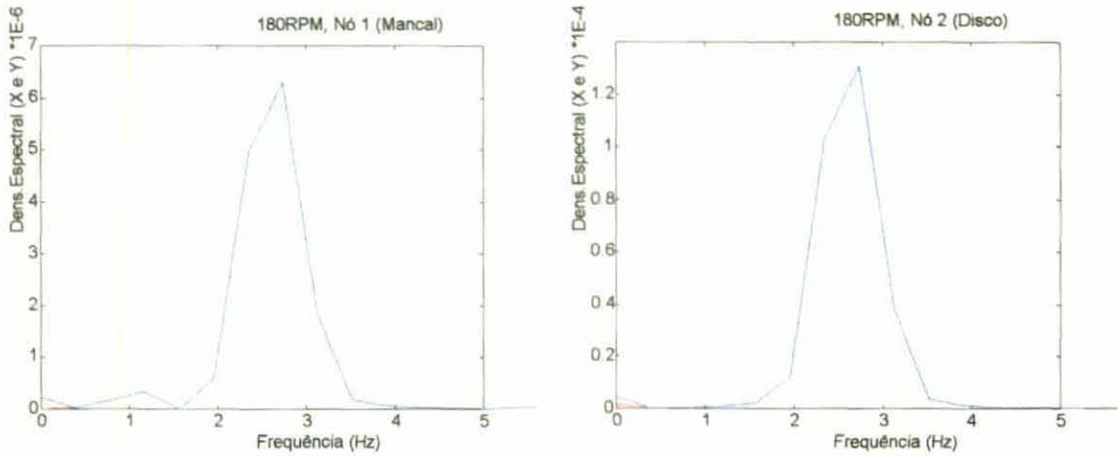


Fig. 5.38 - Densidade Espectral das Amplitudes X e Y para $\omega=180$ RPM nos nós 1 e 2

• Resultados para $\omega=270$ RPM (4,5 Hz) - passo temporal $1,0 \times 10^{-3}$ s

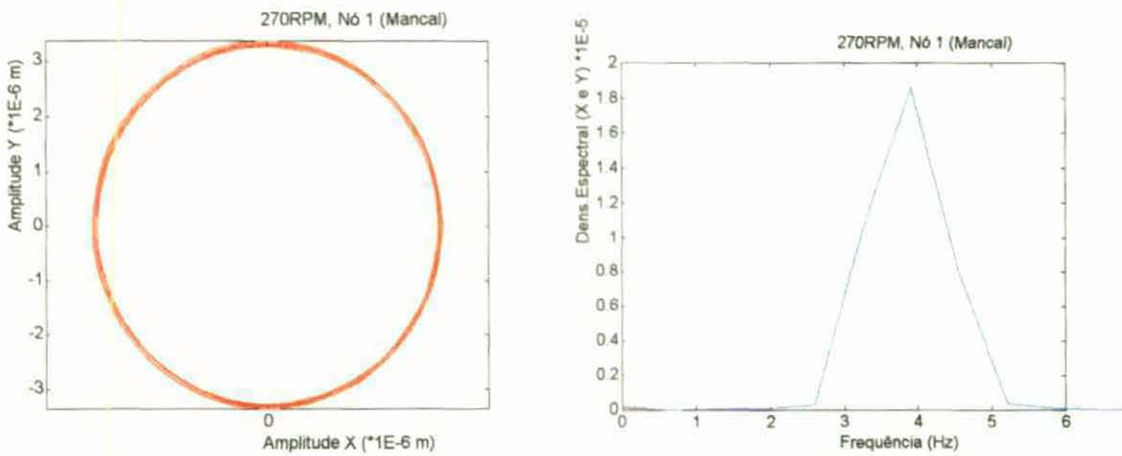


Fig. 5.39 - Órbitas calculadas para $\omega=270$ RPM nos nós 1 e 2

• Resultados para $\omega=354$ RPM (5,9 Hz) - passo temporal $5,0 \times 10^{-4}$ s

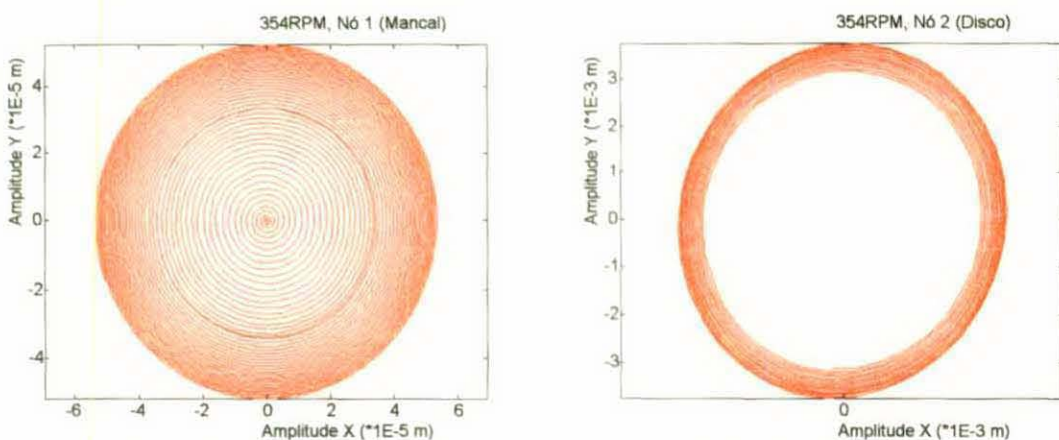


Fig. 5.40 - Órbitas calculadas para $\omega=354$ RPM nos nós 1 e 2

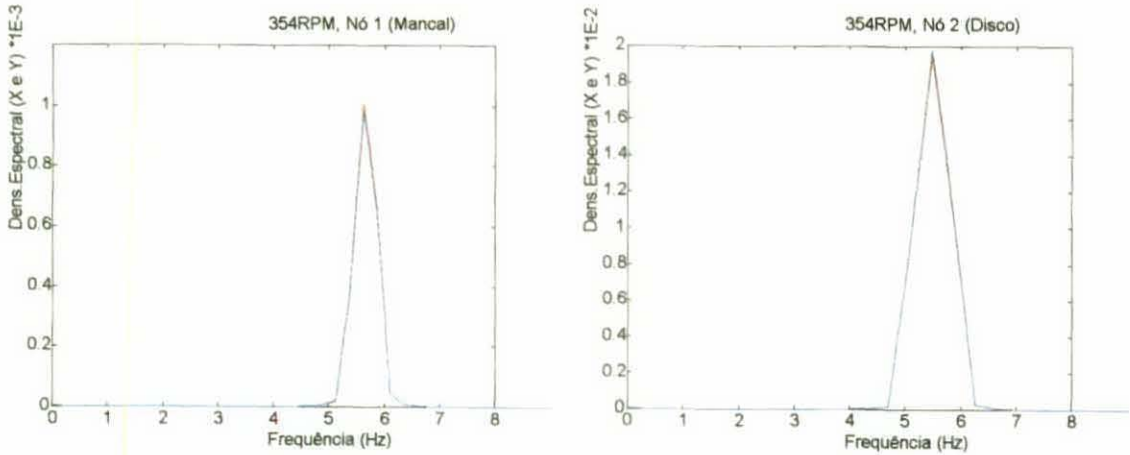


Fig. 5.41 - Densidade Espectral das Amplitudes X e Y para $\omega=354$ RPM nos nós 1 e 2

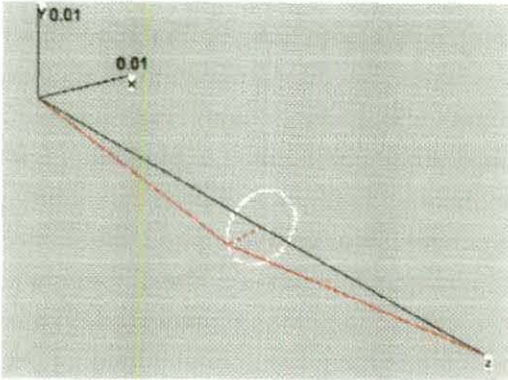


Fig.5.42-Órbitas calculadas ($\omega=354$ RPM)

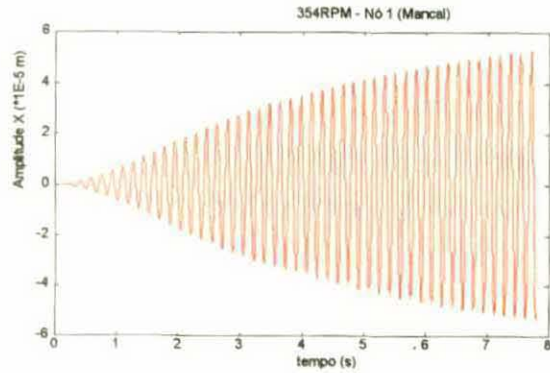


Fig. 5.43 -Amplitude em X em função do tempo

- **Resultados para $\omega=450$ RPM (7,5 Hz) - passo temporal $5,0 \times 10^{-4}$ s**

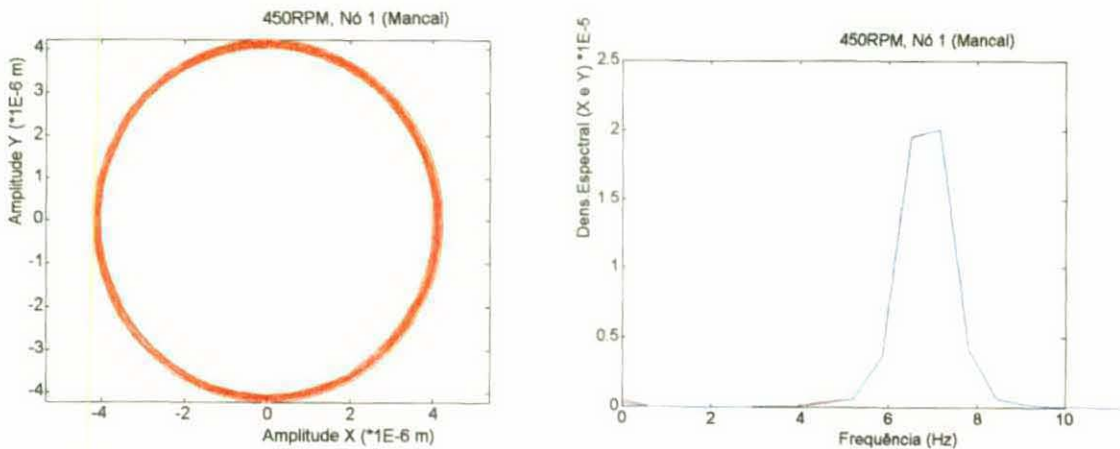


Fig. 5.44 - Órbitas calculadas para $\omega=450$ RPM nos nós 1 e 2

• Resultados para $\omega=540$ RPM (9 Hz) - passo temporal $1,0 \times 10^{-4}$ s

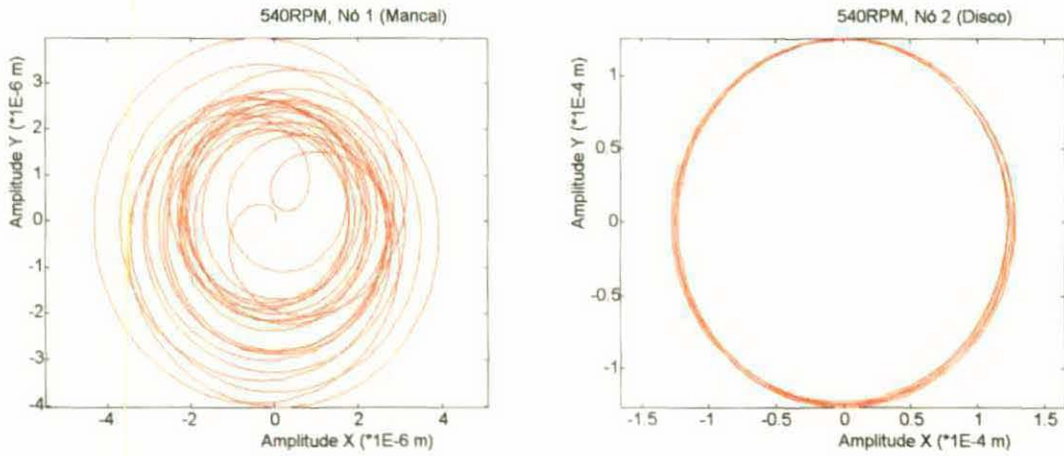


Fig. 5.45 - Órbitas calculadas para $\omega=540$ RPM nos nós 1 e 2

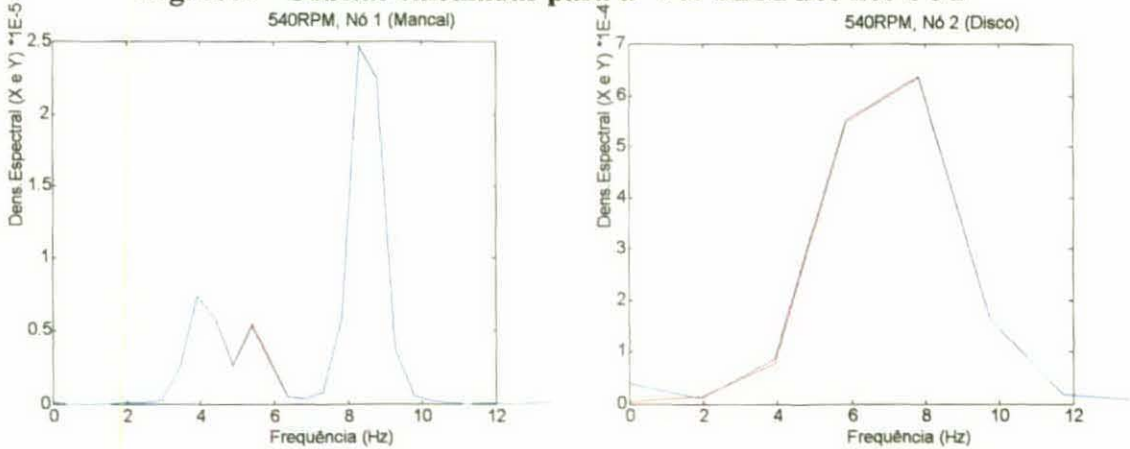


Fig. 5.46 - Densidade Espectral das Amplitudes X e Y para $\omega=540$ RPM nos nós 1 e 2

• Resultados para $\omega=630$ RPM (10,5 Hz) - passo temporal $1,0 \times 10^{-4}$ s

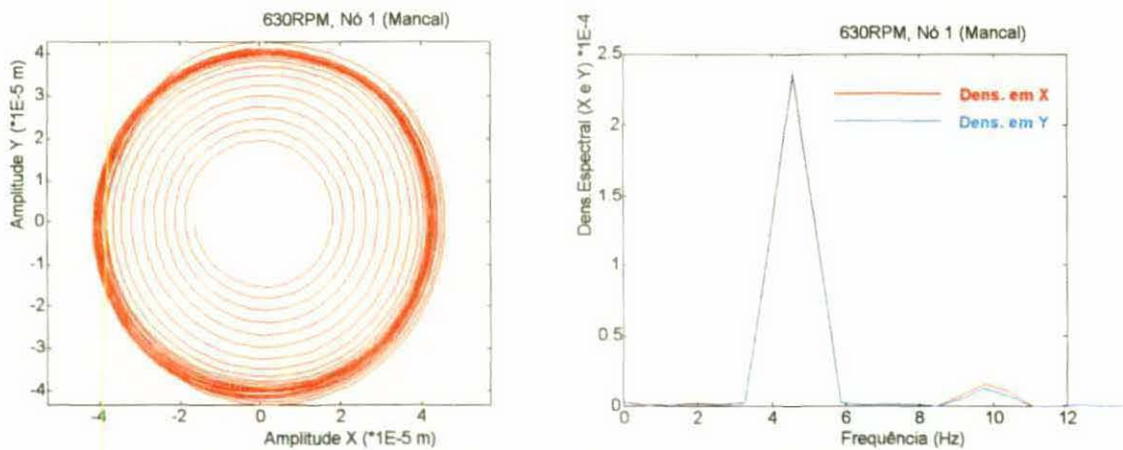


Fig. 5.47 - Órbitas calculadas para $\omega=11,25$ RPM nos nós 1 e 2

• Resultados para $\omega=708$ RPM (11,8 Hz) - passo temporal $1,0 \times 10^{-4}$ s

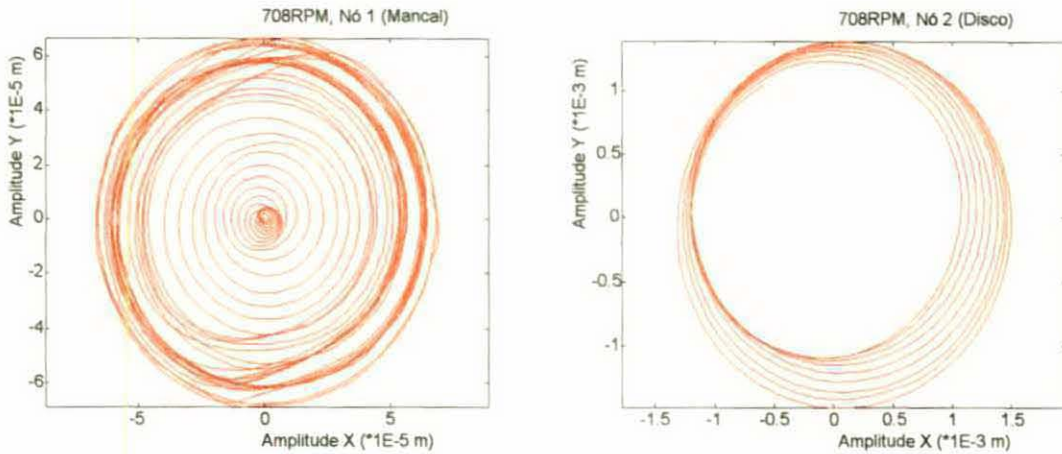


Fig. 5.48 - Órbitas calculadas para $\omega=708$ RPM nos nós 1 e 2

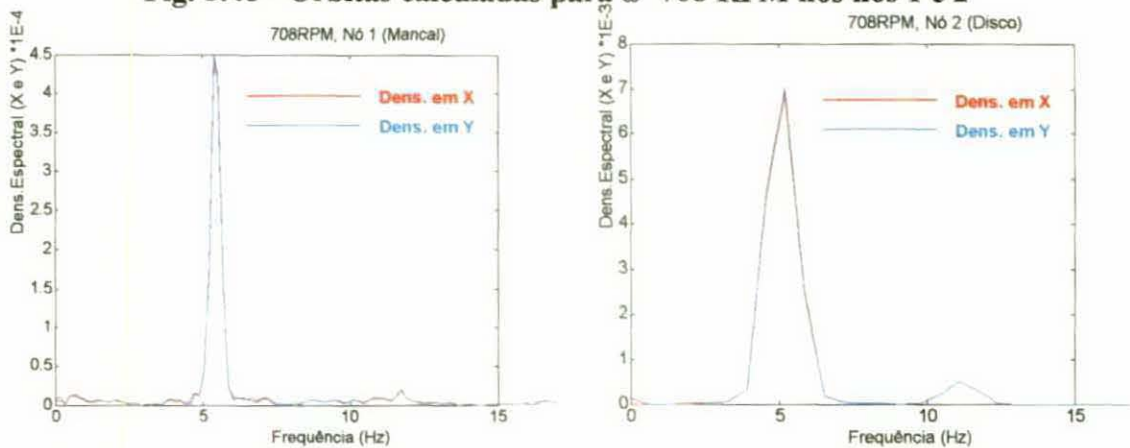


Fig. 5.49 - Densidade Espectral das Amplitudes X e Y para $\omega=708$ RPM nos nós 1 e 2

• Resultados para $\omega=900$ RPM (15 Hz) - passo temporal $1,0 \times 10^{-4}$ s

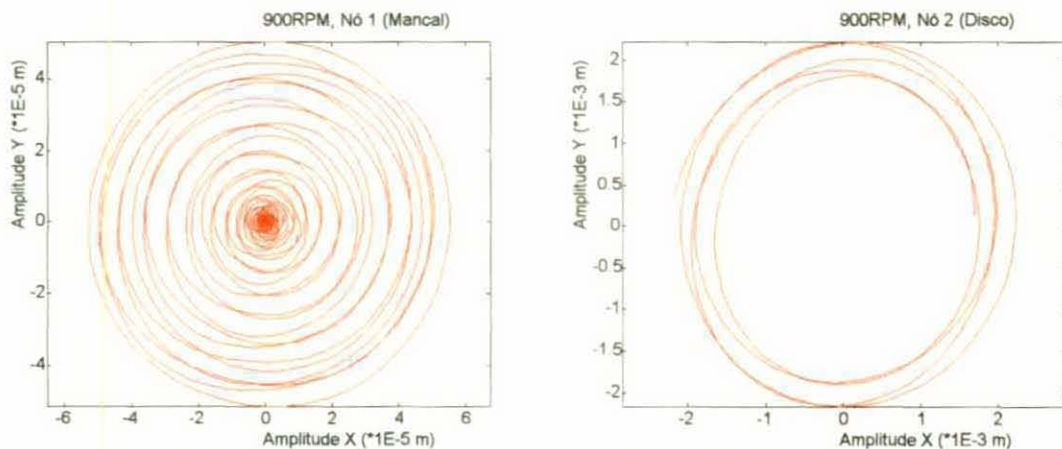


Fig. 5.50 - Órbitas calculadas para $\omega=900$ RPM nos nós 1 e 2

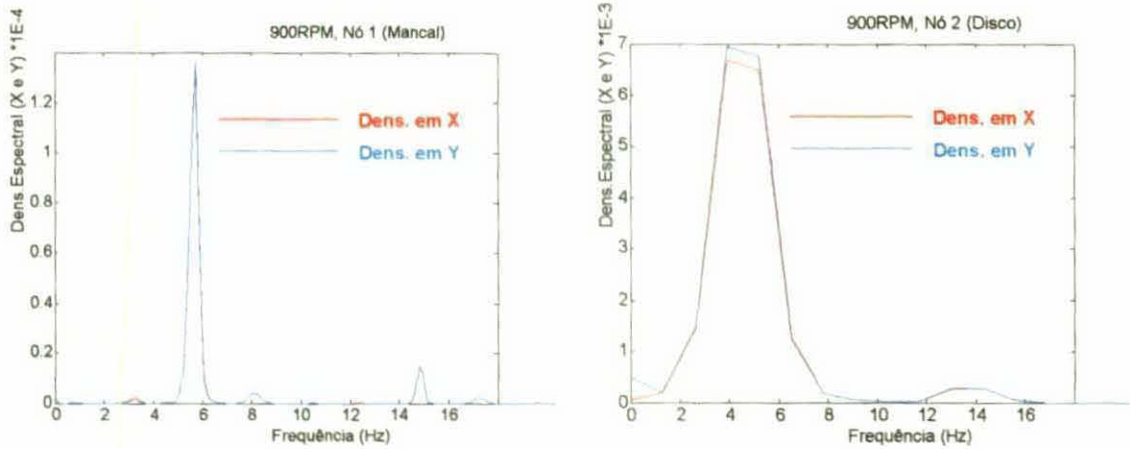


Fig. 5.51 - Densidade Espectral das Amplitudes X e Y para $\omega=900$ RPM nos nós 1 e 2

• **Resultados para $\omega=1200$ RPM (20 Hz) - passo temporal $1,0 \times 10^{-4}$ s**

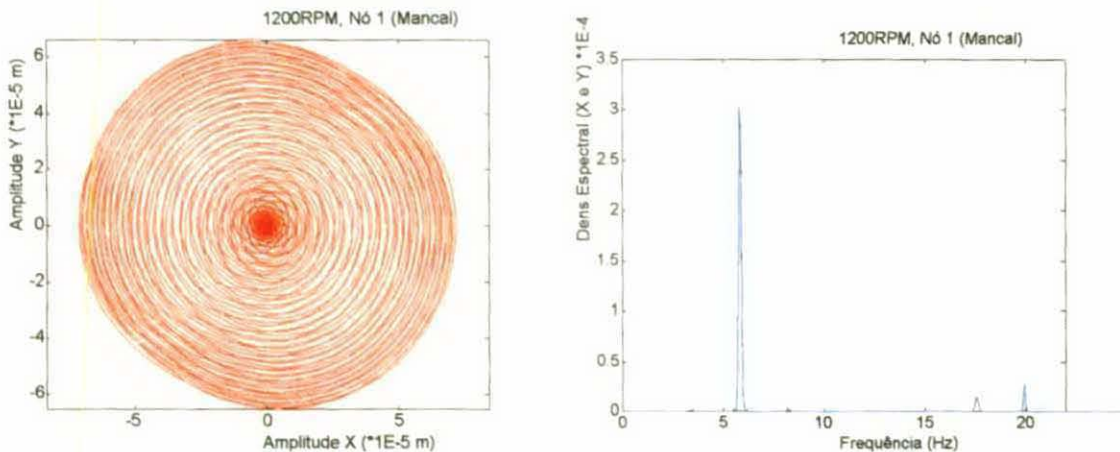


Fig. 5.52 - Órbitas calculadas para $\omega=1200$ RPM nos nós 1 e 2

Dos resultados das simulações apresentadas nas figuras 5.26 a 5.52 observa-se que :

1. Em todas as simulações observa-se o aparecimento de uma componente sub-síncrona de frequência, caracterizada pelo efeito de 'oil-whirl'. As órbitas possuem na maioria dos casos o aspecto de uma epiciclóide alongada, resultado da sobreposição de duas órbitas de amplitudes diferentes e com frequências múltiplas entre si (Gunter, [22]).
2. A densidade espectral das amplitudes de vibração apresenta basicamente duas componentes de frequência : uma igual à frequência de desbalanceamento e outra com um pouco menos

que a metade deste valor, 46 - 48% da frequência de desbalanceamento (Childs, [11]). A razão entre a densidade espectral de amplitude devida à componente de frequência do desbalanceamento e do "oil whirl" cresce até a primeira velocidade crítica (354 RPM, calculado posteriormente neste sub-item), porque a primeira delas se aproxima gradativamente à primeira frequência natural do rotor, cujo valor é 5,9 Hz. Note-se que a componente de frequência devida ao "oil whirl" praticamente desaparece frente à componente devida ao desbalanceamento em velocidades próximas de 354 RPM, especialmente no nó número 2, onde localiza-se o disco.

3. O rotor passa pela primeira velocidade crítica à rotação própria de 354 RPM, atingindo amplitudes de vibração para o disco acima de 3mm, e apenas a componente de frequência devida ao desbalanceamento é observada.
4. A razão entre a densidade espectral de amplitude devida à componente de frequência do "oil whirl" e do desbalanceamento cresce a partir da primeira velocidade crítica (354 RPM), porque a primeira delas se aproxima gradativamente da primeira frequência natural do rotor (figuras 5.40 a 5.49). Quando a velocidade de rotação própria atinge 708 RPM (11,8 Hz), o sistema passa pela segunda velocidade crítica (figuras 5.48 e 5.49) porque o efeito do "oil whirl" excita o rotor em sua primeira frequência natural, 5,9 Hz, caracterizando o fenômeno denominado "oil whip", ou chicoteamento.
5. Para rotações próprias acima de 708 RPM, a componente de frequência devida à precessão auto-excitada provocada pelo filme de óleo do mancal mantém-se em 5,9 Hz (figuras 5.50 a 5.52), a primeira frequência natural do rotor. Assim, mesmo que a rotação própria do rotor não seja múltipla desse valor, o movimento resultante adquire a frequência natural do sistema, instabilizando-se. A figura 5.52 apresenta claramente o efeito de "oil whip", com um pico na densidade espectral de amplitude para a frequência de 5,9 Hz.

• **Análise dos Coeficientes de Rigidez e Amortecimento**

O conhecimento dos coeficientes de rigidez e amortecimento dos mancais hidrodinâmicos permite que sejam feitas linearizações do modelo do rotor para velocidades de rotação própria e desbalanceamentos específicos. Os valores dos coeficientes das matrizes de

rigidez e amortecimento do mancal superior do rotor foram então avaliadas em cada uma das simulações anteriores, quando as órbitas finais foram alcançadas em cada caso (regime quasi-permanente).

Os coeficientes da diagonal principal da matriz de rigidez, K_{XX} e K_{YY} , apresentaram grande variação ao longo do ciclo limite de cada órbita. A variação dos coeficientes de rigidez K_{YY} versus K_{XX} para várias velocidades de rotação própria são apresentados na fig. 5.53.

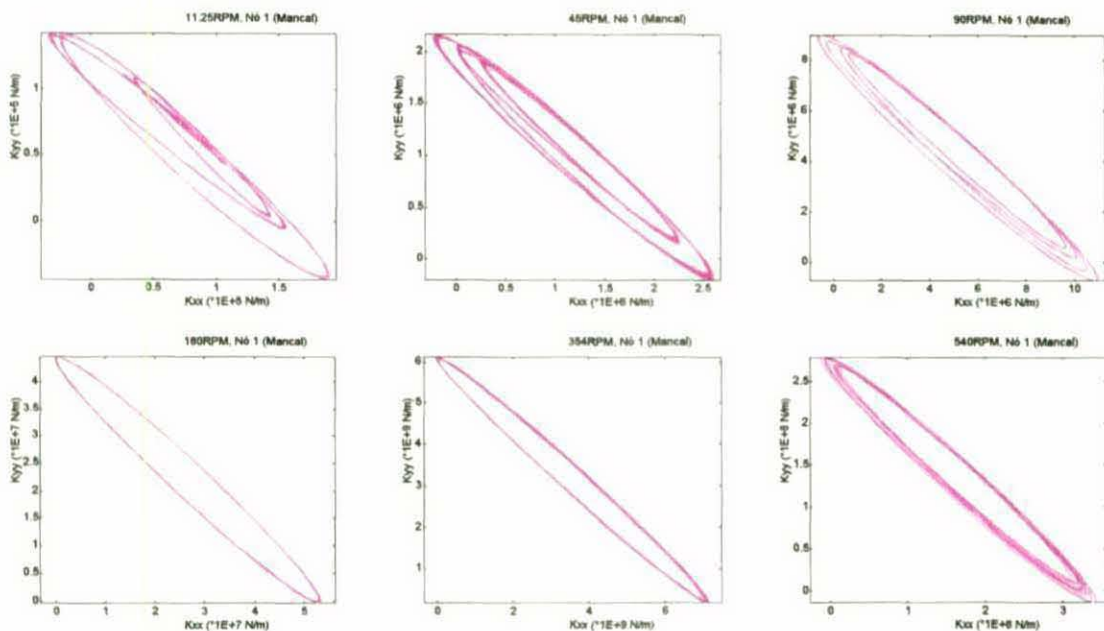


Fig. 5.53 - Variação dos coeficientes de rigidez K_{YY} e K_{XX} do mancal superior para diversas velocidades de rotação própria

Os coeficientes de acoplamento da matriz de rigidez do mancal, K_{XY} e K_{YX} , são aproximadamente constantes para cada velocidade de rotação própria no ciclo limite (figura 5.54), o mesmo ocorrendo com os coeficientes da diagonal principal da matriz de amortecimento do mancal superior, C_{XX} e C_{YY} . Além deste fato, em cada instante, os coeficientes K_{XY} e K_{YX} são aproximadamente simétricos, e os termos C_{XX} e C_{YY} são essencialmente os mesmos. Note-se também que os termos C_{XX} e C_{YY} permaneceram praticamente constantes, independentes do valor da velocidade de rotação (vide fig. 5.54).

Quanto aos coeficientes de acoplamento da matriz de amortecimento do mancal, C_{XY} e C_{YX} , estes são iguais, variando no tempo em torno do valor nulo.

A variação dos coeficientes K_{XY} , K_{YX} , C_{XX} e C_{YY} e dos valores máximos de K_{XX} , K_{YY} , C_{XY} e C_{YX} em função da velocidade de rotação está apresentada na fig. 5.54.

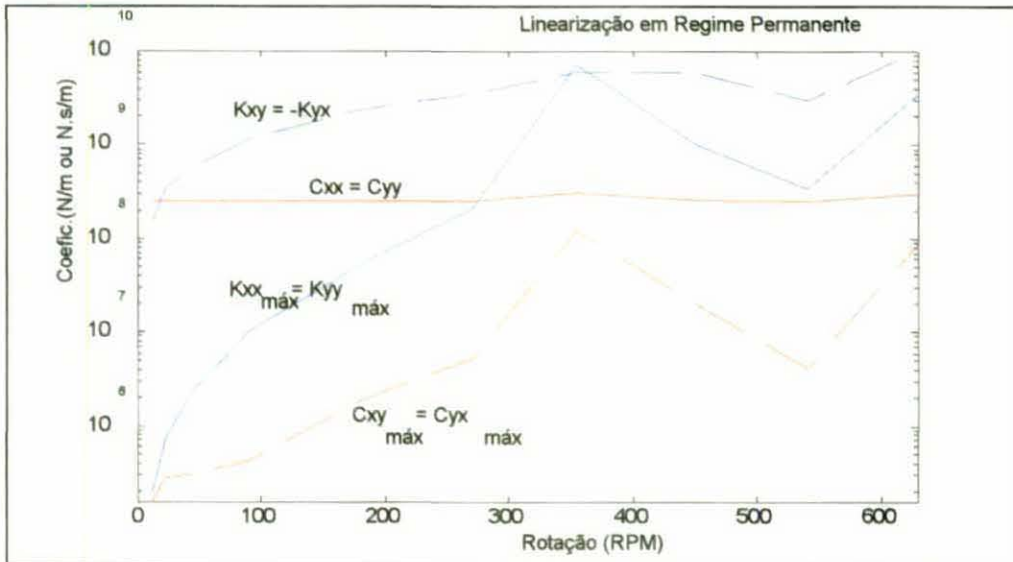


Fig. 5.54 - Variação dos Coeficientes de Rigidez e Amortecimento do Mancal em Regime Quasi-Permanente, em função da Rotação Própria do Rotor

5.2.2. Influência do efeito de "Oil Whirl" em função do Desbalanceamento

Nesta seção a análise numérica da estabilidade dinâmica do rotor para diversos momentos de desbalanceamento é utilizada. Em todas as simulações numéricas o passo de integração utilizado com método de Newmark é de $1,0 \times 10^{-4}$ s.

Inicialmente o rotor de Jeffcott idealizado foi simulado numericamente sem o desbalanceamento, com uma velocidade inicial do disco de $1,0 \times 10^{-6}$ m/s na direção X, para diversos valores de rotação própria. Em todas as simulações em que a velocidade de rotação própria do eixo foi menor do que a primeira velocidade crítica, as órbitas resultantes caracterizaram um movimento estável, tendendo a parar no ponto central de equilíbrio. A figura 5.55 apresenta a órbita do centro do rotor na posição do mancal superior em uma dessas simulações, onde a rotação própria é de 90 RPM.

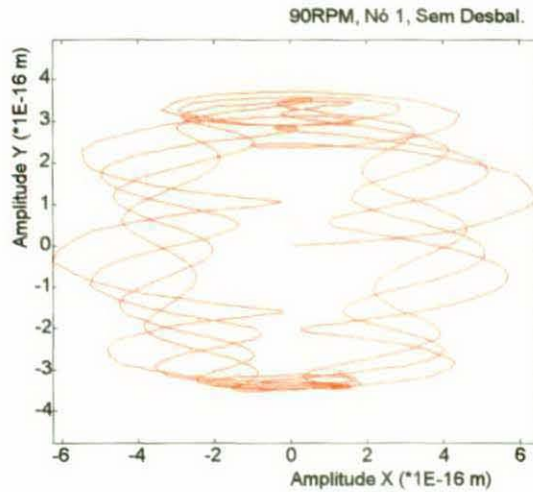


Fig.5.55 - Órbita no Mancal para Desbalanceamento Nulo, em 90 RPM

Por outro lado, nas simulações numéricas com desbalanceamento nulo, para velocidades de rotação própria entre a primeira e segunda velocidades críticas, observou-se precessão auto-excitada provocada pelo efeito de "oil-whirl", instabilizando o rotor (Gunter, [22]). Nas figuras 5.56 a 5.62 são apresentados os resultados das simulações numéricas da resposta dinâmica do rotor a 540 RPM consideradas diversas condições de desbalanceamento no disco.

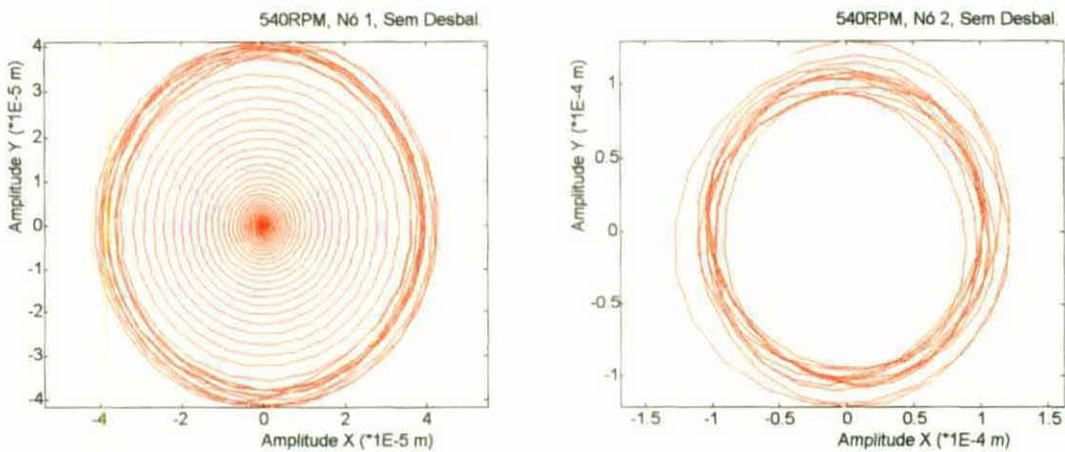


Fig. 5.56 - Órbitas calculadas nos nós 1 e 2 para desbalanceamento nulo

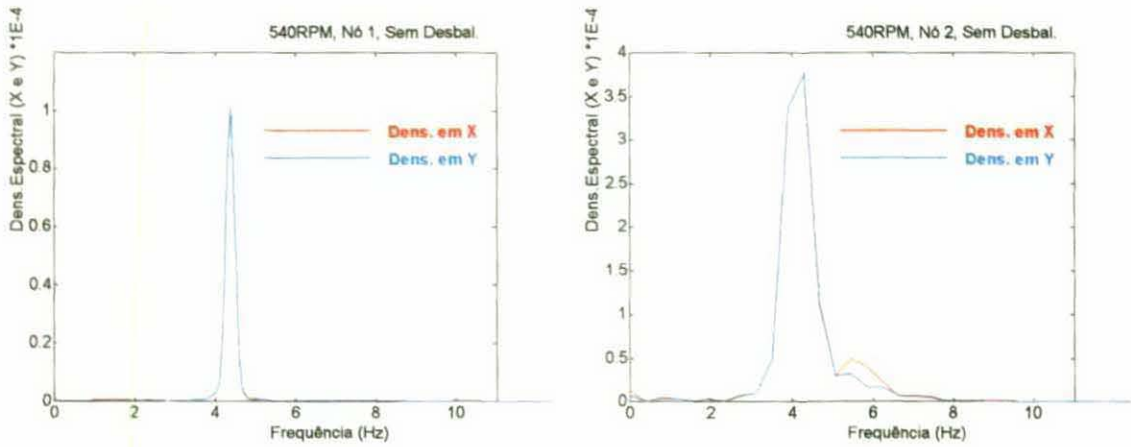


Fig. 5.57- Densidade Espectral das Amplitudes X e Y (nós 1 e 2, desbalanceamento nulo)

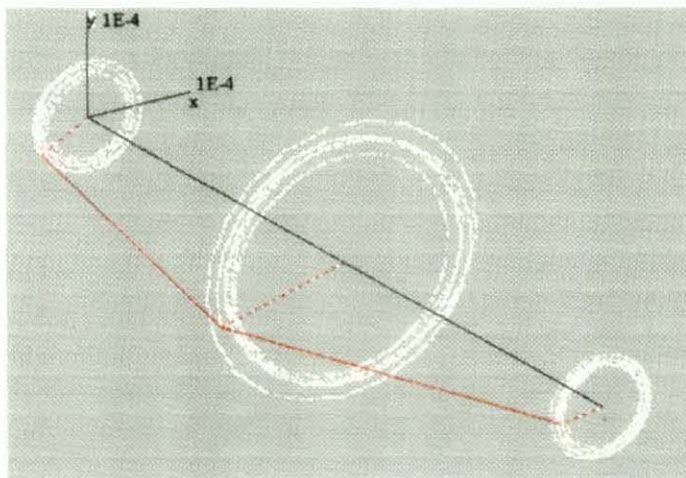


Fig. 5.58 - Órbitas calculadas para desbalanceamento nulo

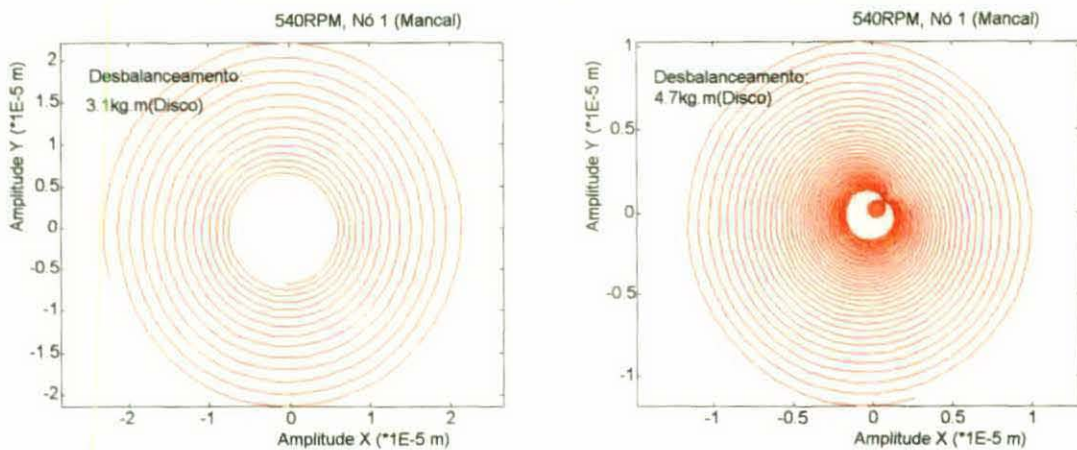


Fig. 5.59 - Órbitas calculadas no nó 1 (manca) para desbalanceamento 3,1 e 4,7 kg.m

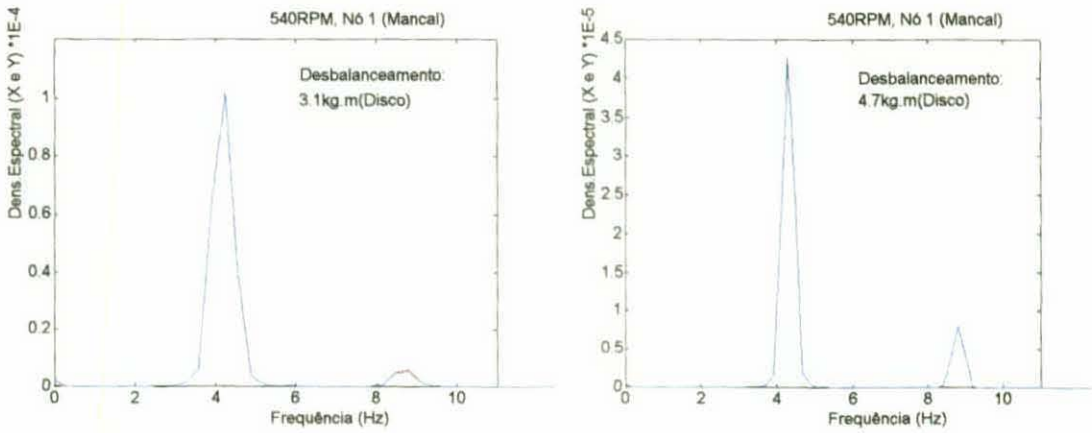


Fig. 5.60- Densidade Espectral de X e Y no nó 1 para desbalanceamento 3,1 e 4,7 kg.m

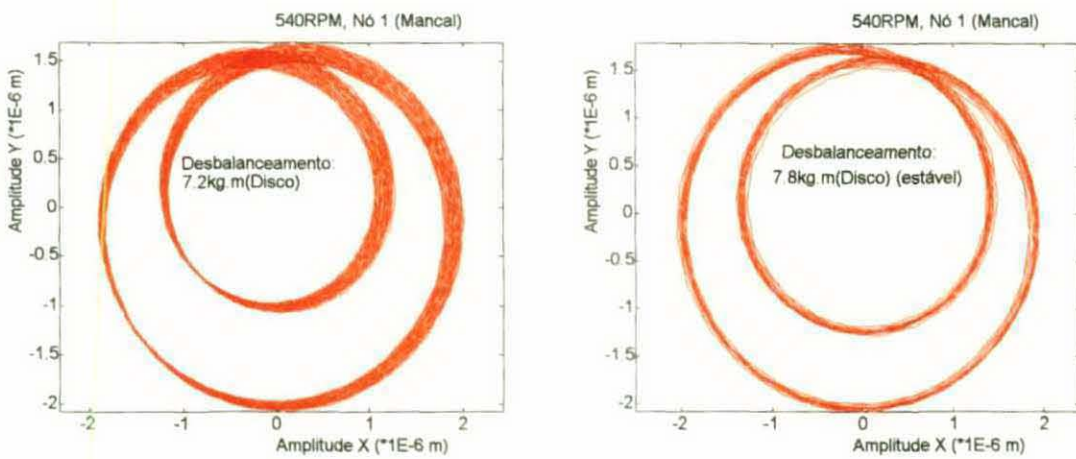


Fig. 5.61 - Órbitas calculadas no nó 1 (mancal) para desbalanceamento 7,2 e 7,8 kg.m

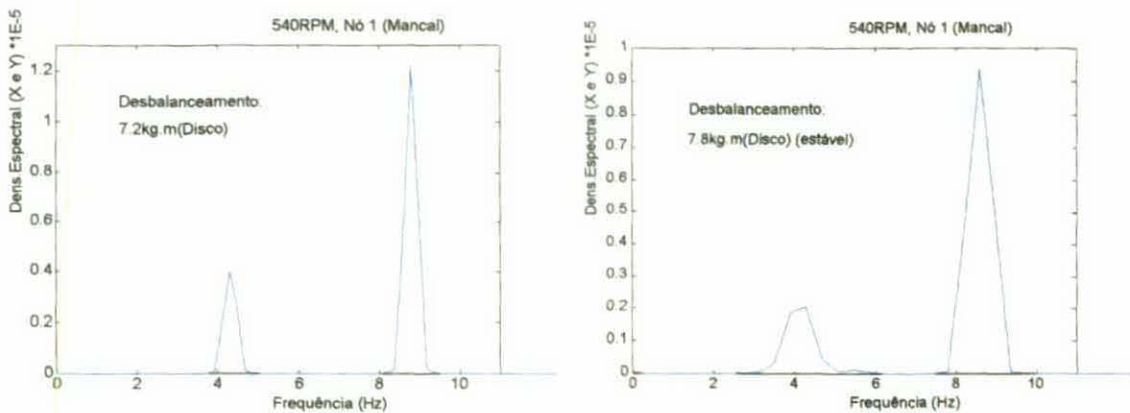


Fig. 5.62- Densidade Espectral de X e Y no nó 1 para desbalanceamento 7,2 e 7,8 kg.m

No caso sem desbalanceamento (figuras 5.56 a 5.58), a única componente de frequência das amplitudes X e Y situa-se em torno de 4,5 Hz (metade da frequência de rotação). À medida em que o desbalanceamento no disco é aumentado, a densidade espectral das amplitudes na frequência de 4,5 Hz (frequência característica do "oil whirl") diminui, enquanto que a densidade espectral na frequência do desbalanceamento aumenta, porém numa proporção muito menor do que na primeira. Desse modo, encontrou-se nas simulações um desbalanceamento limite superior à condição de instabilidade de aproximadamente 7,2 kg.m. O motivo deste efeito está na não-linearidade das forças hidrodinâmicas presentes no mancal, implicando que um pequeno acréscimo no desbalanceamento possa provocar uma sensível inibição na ocorrência do mecanismo de "oil whirl", estabilizando o sistema (Gunter, [22]). Conclui-se assim que, para rotores verticais com mancais hidrodinâmicos simples, o perfeito balanceamento do eixo pode provocar grandes amplitudes de vibração, e eventuais falhas nos mancais devido a massiva fadiga por *pitting*.

5.2.3. Influência do Método Pseudo-Modal na Solução do Sistema

Nesta seção as simulações numéricas sob as mesmas condições de rotação própria e desbalanceamento sob diversas bases modais são avaliadas. O Método Pseudo-Modal, apresentado na seção 4.1, objetiva a redução da ordem da equação diferencial do movimento a ser resolvida, reduzindo o custo computacional da análise. No problema em estudo, considera-se o rotor idealizado de Jeffcott com mancais hidrodinâmicos simples, como descrito na seção 5.2, para uma rotação própria de 90 RPM. Após a simulação utilizando-se a base completa (sem redução de ordem), foram obtidos os valores médios dos coeficientes de rigidez e amortecimento nos mancais, no regime quasi-permanente. Utilizando-se esses valores linearizados para uma velocidade do rotor de 90 RPM, a matriz modal $[\Gamma]_{12 \times 12}$ do sistema é calculada, e a ordem do problema a ser resolvido é reduzida (vide seção 4.2).

As órbitas das amplitudes de vibração do rotor nos nós 1 (mancal) e 2 (disco) foram obtidas utilizando-se as bases modais com 12, 10, 8 e 4 modos (vide figuras 5.63 a 5.66). A solução encontrada utilizando-se a base com 12 modos não é necessariamente a mesma obtida na resolução do sistema completo, pois o sistema não-linear está nesse caso sendo projetado em uma base modal considerada constante com o tempo. Em todas as simulações numéricas foi utilizado o método de Newmark com passo de integração temporal $1,0 \times 10^{-2}$ s.

Observou-se que as soluções obtidas utilizando-se as bases modais com 12 e 10 modos foram satisfatórias, tanto quantitativa quanto qualitativamente. Já as bases modais com 8 e 4 modos não reproduziram o efeito do "oil whirl" no nó 1 (epiciclóide alongada), no entanto as amplitudes máximas das órbitas calculadas nessas bases modais aproximaram-se muito às obtidas através da solução do problema completo.

Dessa forma conclui-se que, em simulações numéricas de sistemas que possuam grande número de graus-de-liberdade, é importante considerar a possibilidade de solução com o auxílio da redução da base modal. Deve-se nesse caso encontrar a matriz modal do sistema linearizado nas condições de rotação própria e de desbalanceamento a serem simuladas, e em seguida estimar a ordem de redução da base modal, de modo a reduzir ao máximo o custo computacional sem perdas significativas na precisão dos resultados.

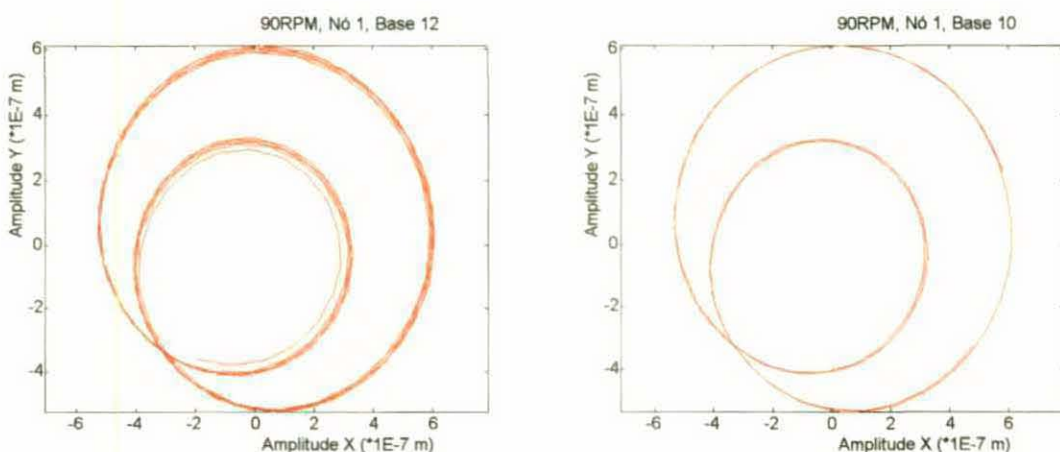


Fig. 5.63- Órbitas calculadas no nó 1 (mancal) através das bases modais com 12 e 10 modos

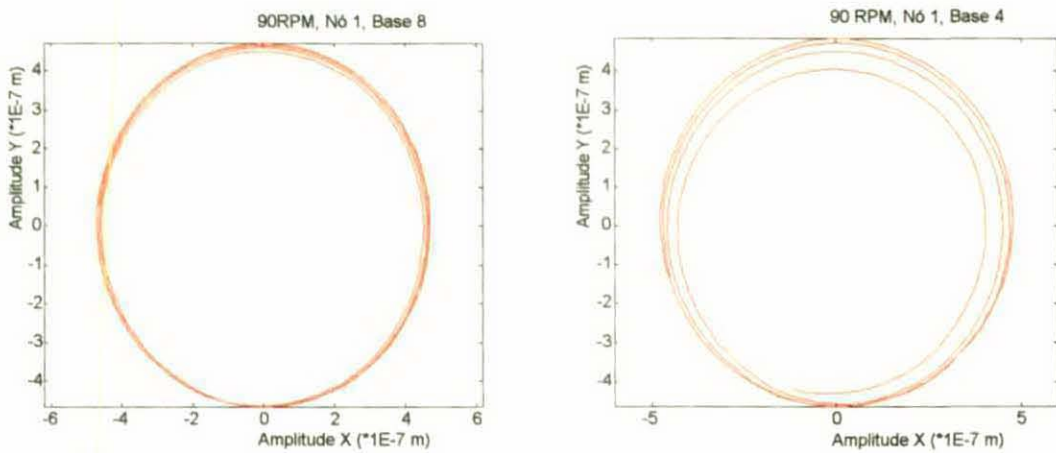


Fig. 5.64- Órbitas calculadas no nó 1 (manca) através das bases modais com 8 e 4 modos

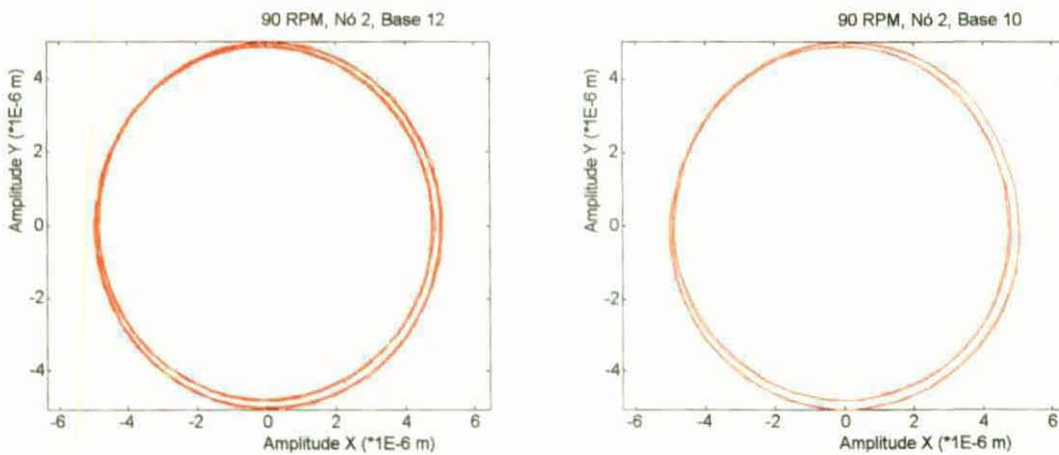


Fig. 5.65- Órbitas calculadas no nó 2 (disco) através das bases modais com 12 e 10 modos

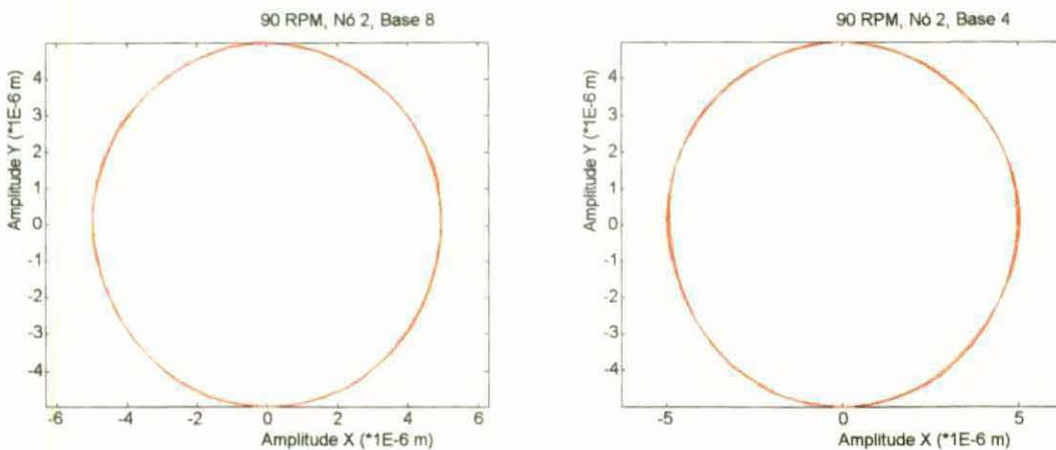


Fig. 5.66- Órbitas calculadas no nó 2 (disco) através das bases modais com 8 e 4 modos

5.2.4. Influência de Forças Externas Constantes na Estabilidade do Sistema

Quando a excentricidade do rotor é pequena, a não-linearidade da força de reação de mancais hidrodinâmicos simples em relação aos deslocamentos transversais do eixo é muito mais acentuada, conforme discutido no capítulo 3. Espera-se portanto que fenômenos como "oil whirl" sejam observados mais frequentemente em rotores verticais do que em rotores horizontais, pois os primeiros apresentam em geral excentricidade suficiente na posição de equilíbrio para evitar movimentos auto-excitados, devido à contribuição do peso próprio. Neste sub-item são avaliadas as influências de uma força externa constante (como por exemplo o peso próprio) aplicada ao nó central do modelo por elementos finitos do rotor de Jeffcott sobre a sua resposta dinâmica. No cálculo numérico da resposta do rotor considerou-se 3 situações distintas: a) velocidade de rotação própria de 90 RPM, com desbalanceamento, b) condição de "oil whip", a 708 RPM, com desbalanceamento, e c) velocidade de rotação própria de 540 RPM, sem desbalanceamento.

a) Rotor com velocidade de 90 RPM (1,5 Hz) e desbalanceamento de 15 kg.m

(passo de integração: $1,0 \times 10^{-2}$ s)

Neste caso considerou-se 3 simulações numéricas distintas, onde uma força constante perpendicular ao eixo do rotor em direção negativa ao eixo Y é aplicada sobre o nó central do modelo, com magnitude 1.000, 3.000 e 10.000N, respectivamente. As órbitas e a densidade espectral das amplitudes X e Y calculadas encontram-se nas figuras 5.67 a 5.69.

Em todas as simulações a órbita das amplitudes X e Y no mancal hidrodinâmico deslocou-se para baixo e à direita, devido às características não-lineares de rigidez e amortecimento dos mancais simples, como previsto no capítulo 3. À medida em que aumenta a intensidade da força aplicada sobre o disco, a órbita no nó 1 tende a se afastar da posição de excentricidade nula. Consequentemente, os efeitos de "oil whirl" tornam-se desprezíveis frente às forças de desbalanceamento, como pode-se verificar na comparação das densidades espectrais das figuras 5.69 e 5.71. Como resultado, a órbita das amplitudes X e Y no mancal hidrodinâmico é alterada, tendendo à forma circular (fig. 5.70).

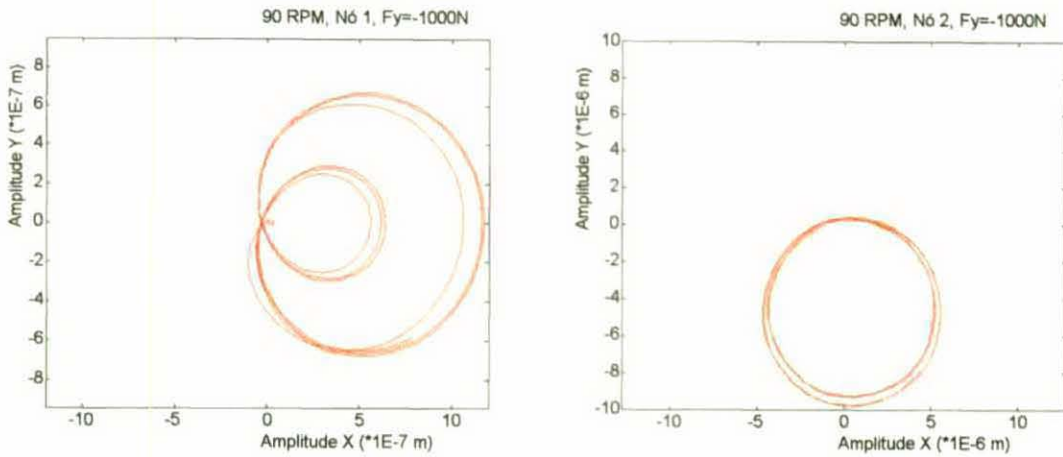


Fig. 5.67- Órbitas das amplitudes dos nós 1 e 2 para $F_Y = -1000N$

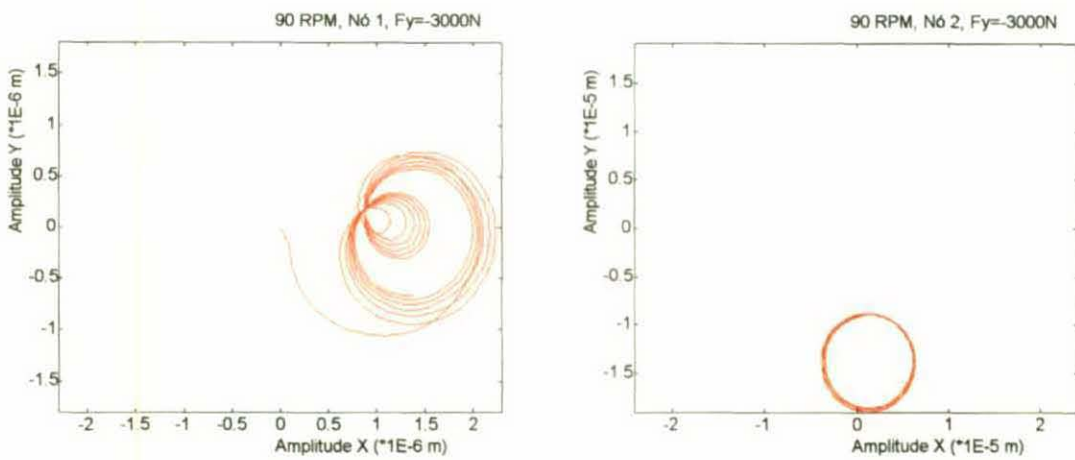


Fig. 5.68- Órbitas das amplitudes dos nós 1 e 2 para $F_Y = -3000N$

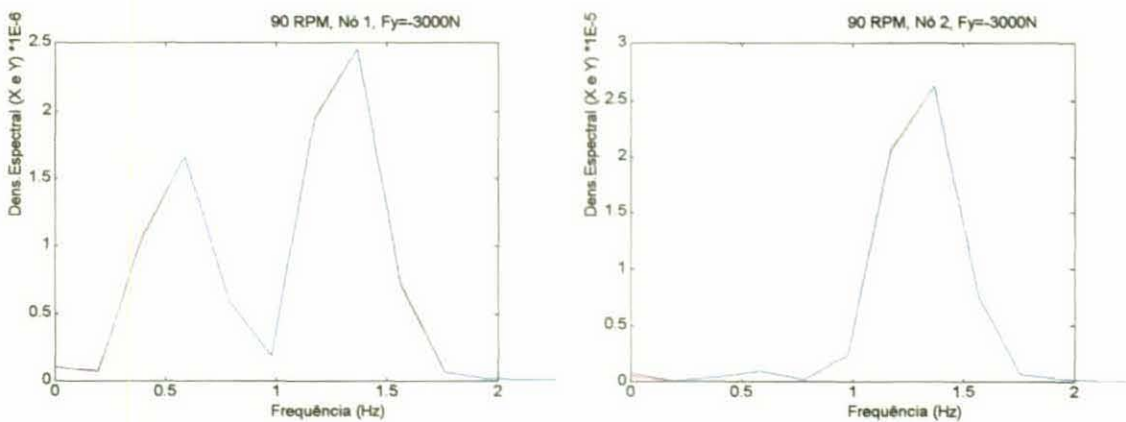


Fig. 5.69- Densidade espectral das amplitudes nos nós 1 e 2 para $F_Y = -3000N$

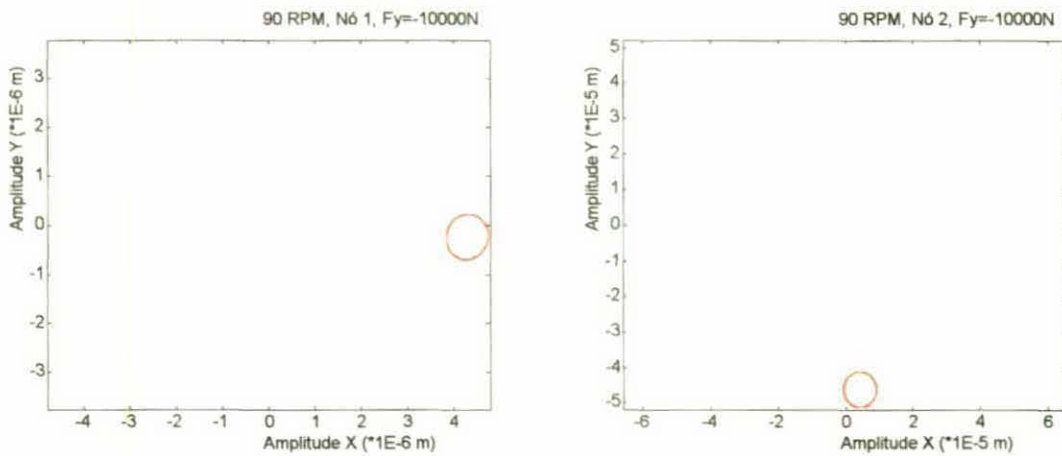


Fig. 5.70- Órbitas das amplitudes dos nós 1 e 2 para $F_Y = -10.000N$

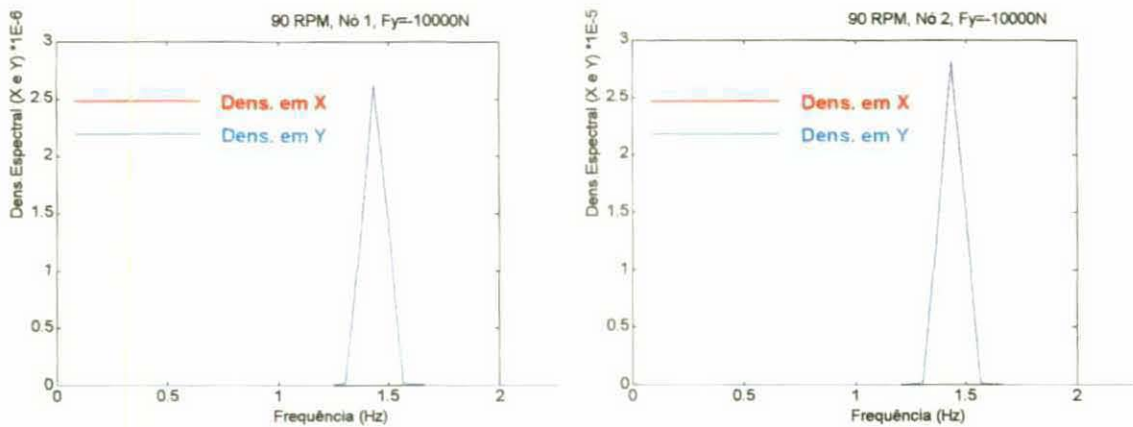


Fig. 5.71- Densidade espectral das amplitudes nos nós 1 e 2 para $F_Y = -10.000N$

**b) Rotor com velocidade de 708 RPM (11,8 Hz) e desbalanceamento de 15 kg.m
(passo de integração: $1,0 \times 10^{-4}$ s)**

Na velocidade de rotação própria de 708 RPM o sistema passa pelo fenômeno de "oil whip" para o rotor de Jeffcott considerado nesta seção. Considerou-se 2 simulações numéricas distintas, onde aplicou-se uma força constante vertical negativa sobre o nó central do modelo, de magnitude $5,0 \times 10^4$ e $5,0 \times 10^5$ N, respectivamente. As órbitas e a densidade espectral das amplitudes X e Y calculadas encontram-se nas figuras 5.72 a 5.75.

No primeiro caso, a força de $5,0 \times 10^4$ N aplicada sobre o disco não foi suficiente para evitar o efeito de "oil whip", e as amplitudes de vibração excitadas pelo mancal hidrodinâmico

foram maiores que o valor da excentricidade provocada pela força constante no equilíbrio estático, instabilizando o sistema.

Já na segunda simulação, a força de $5,0 \times 10^5$ N aplicada sobre o disco reduziu a componente de frequência sub-síncrona (de 5,9 Hz), responsável pelo "oil whip". A órbita resultante apresentou um pequeno crescimento no tempo, sugerindo que o sistema poderá ainda instabilizar-se, uma vez que a componente de frequência de 5,9 Hz (primeira frequência natural do rotor) continua presente. No entanto, a força constante provocou um retardo significativo no crescimento das amplitudes de vibração.

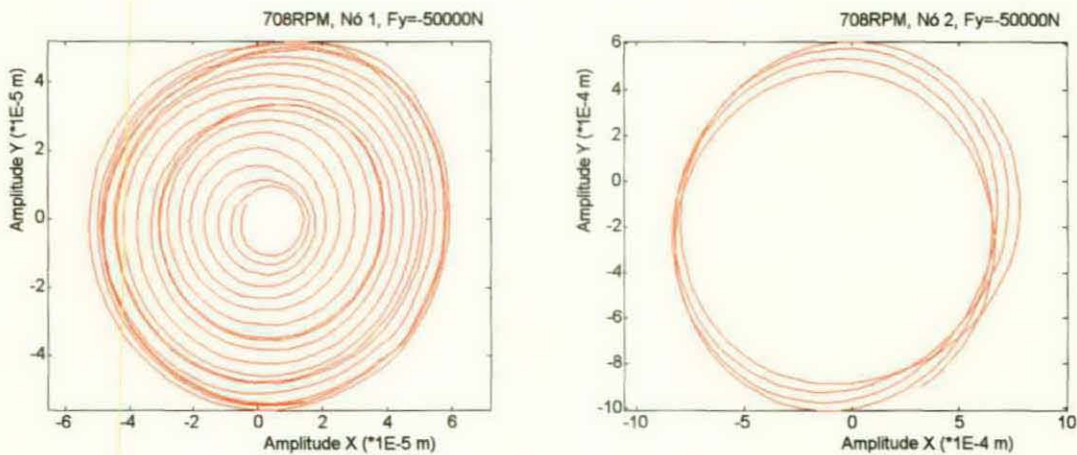


Fig. 5.72- Órbitas das amplitudes dos nós 1 e 2 para $F_Y = -5,0 \times 10^4$ N

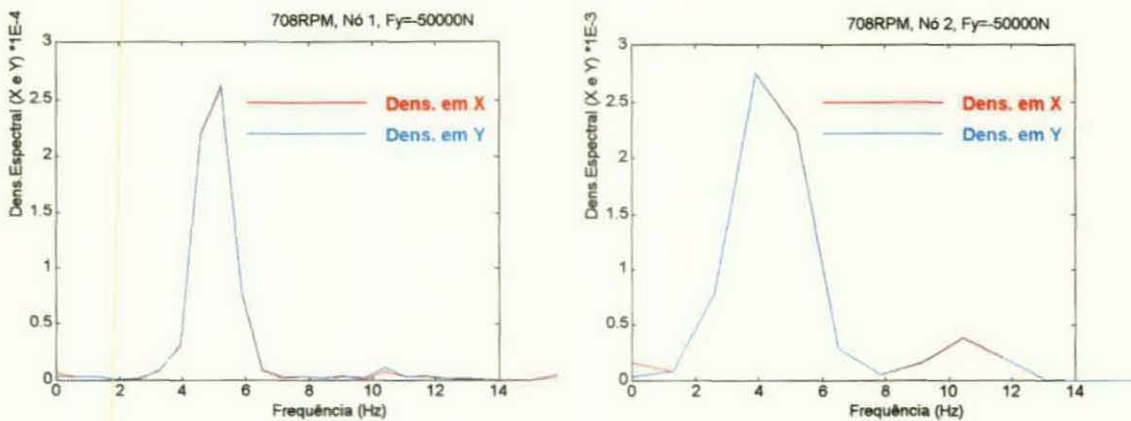


Fig. 5.73- Densidade espectral das amplitudes nos nós 1 e 2 para $F_Y = -5,0 \times 10^4$ N

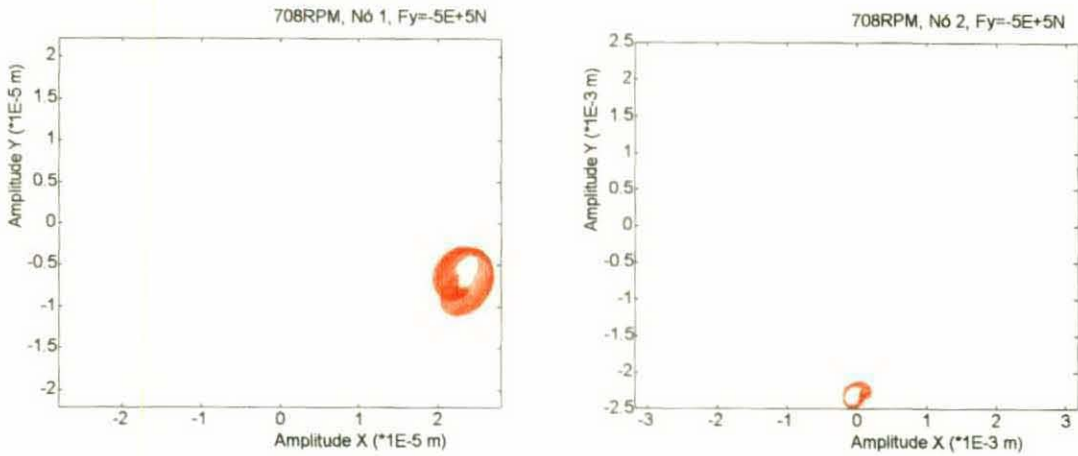


Fig. 5.74- Órbitas das amplitudes dos nós 1 e 2 para $F_Y = -5,0 \times 10^5 \text{ N}$

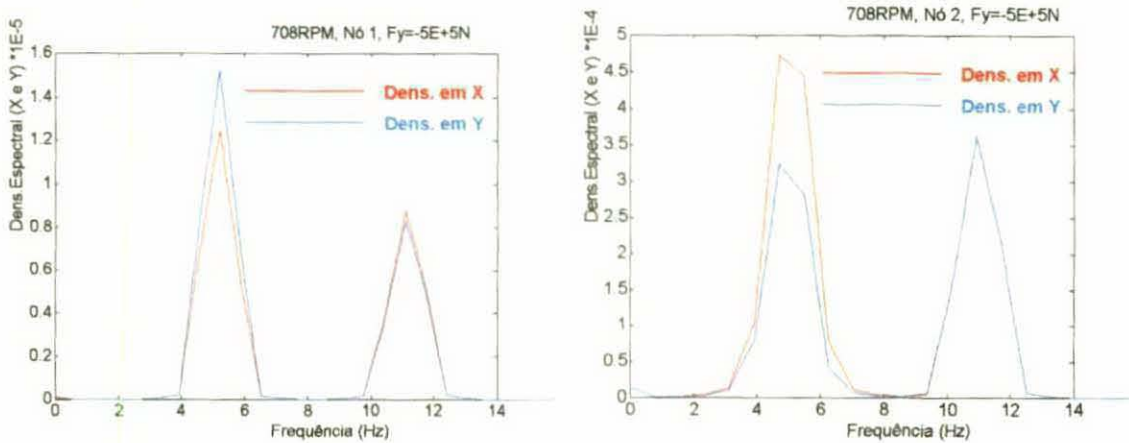


Fig. 5.75- Densidade espectral das amplitudes nos nós 1 e 2 para $F_Y = -5,0 \times 10^5 \text{ N}$

c) Rotor com velocidade de 540 RPM (9 Hz) e sem desbalanceamento

(passo de integração: $1,0 \times 10^{-4} \text{ s}$)

A velocidade de rotação própria de 540 RPM situa-se acima da primeira velocidade crítica do rotor, e a ausência de desbalanceamento pode provocar precessão auto-excitada no caso de rotores verticais com mancais hidrodinâmicos simples, como apresentado na subseção 5.2.3. Considerou-se 2 simulações numéricas distintas, onde aplicou-se uma força constante vertical negativa sobre o nó central do modelo, de magnitude $1,0 \times 10^4$ e $1,0 \times 10^5 \text{ N}$, respectivamente. Em ambos os casos foi imposta no nó central uma velocidade inicial na

direção X de $1,0 \times 10^{-6}$ m/s. As órbitas e a densidade espectral das amplitudes X e Y calculadas encontram-se nas figuras 5.76 a 5.78.

No primeiro caso, a força de $1,0 \times 10^4$ N aplicada sobre o disco não foi suficiente para evitar a precessão auto-excitada provocada pelo efeito de "oil whirl", e o sistema instabiliza-se. Na segunda simulação, com uma força sobre o disco 10 vezes maior, a influência dos efeitos não-lineares do mancal hidrodinâmico foi reduzida, ao impor ao rotor uma excentricidade suficientemente grande. As órbitas resultantes da simulação numérica do comportamento dinâmico do rotor convergiram para pontos fixos (destacados na figura 5.78), que são os pontos de equilíbrio do sistema sujeito à força externa constante (uma vez que o desbalanceamento é nulo).

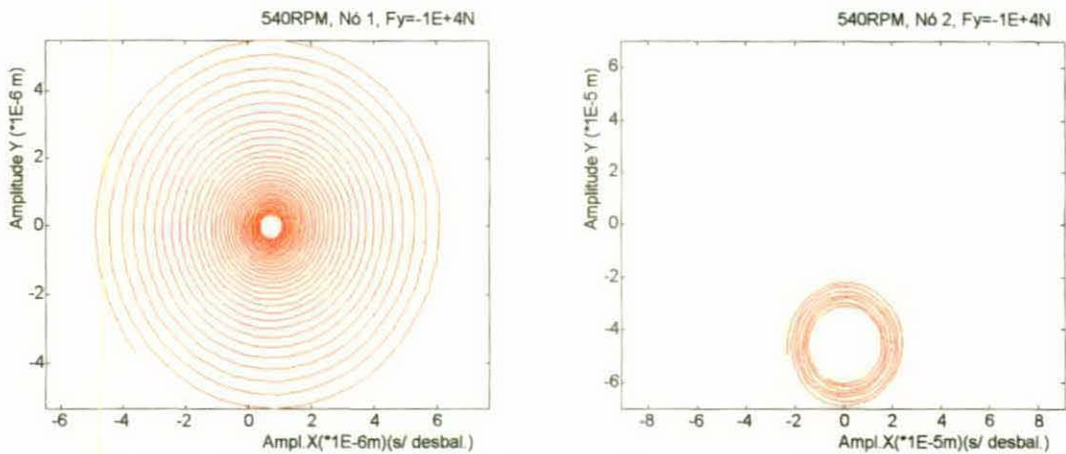


Fig. 5.76- Órbitas das amplitudes dos nós 1 e 2 para $F_Y = -1,0 \times 10^4$ N

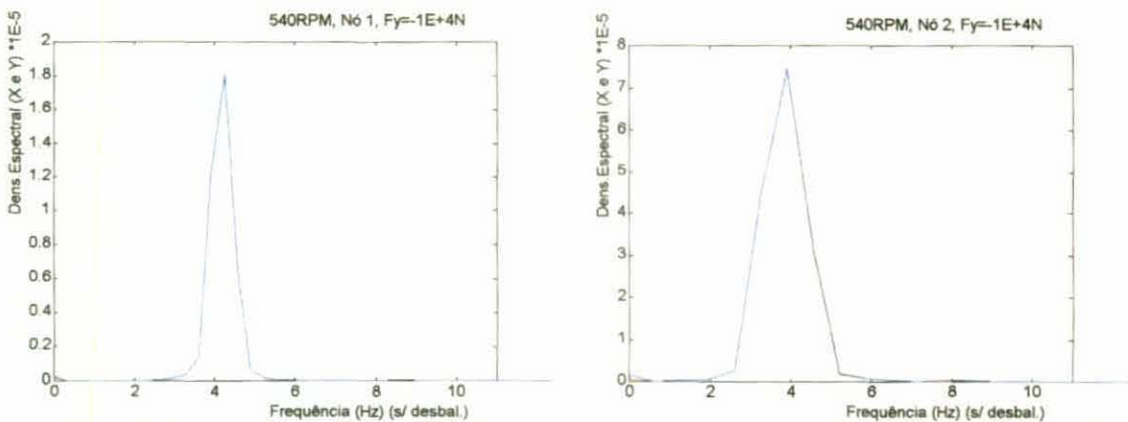


Fig. 5.77- Densidade espectral das amplitudes nos nós 1 e 2 para $F_Y = -1,0 \times 10^4$ N

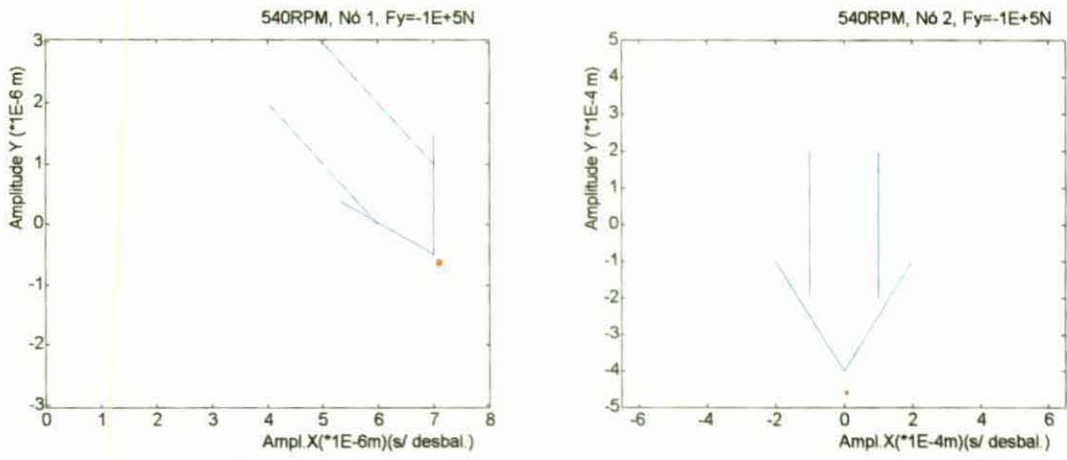


Fig. 5.78- Órbitas das amplitudes dos nós 1 e 2 para $F_Y = -1,0 \times 10^5 \text{N}$

5.3. Resultados para Mancal Hidrodinâmico Segmentado

Nesta seção é efetuada a análise numérica da amplitude da órbita descrita pelo centro de um rotor idealizado de Jeffcott, sujeito a diversas condições de desbalanceamento. O rotor de Jeffcott em estudo consiste em um eixo vertical flexível bi-apoiado em um par de mancais hidrodinâmicos segmentados, e com um disco fixo ao eixo no ponto médio entre os mancais. O sistema é modelado segundo o Método dos Elementos Finitos por 2 elementos de eixo e 1 elemento de disco, situado no nó central, analogamente ao modelo utilizado na seção 5.2 (fig.5.25).

O eixo do rotor idealizado possui diâmetro externo constante e igual a 1m, massa específica igual a 7800 kg/m^3 e módulo de Young igual a $8,0 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$. O elemento de disco possui diâmetro igual a 4m, inércia polar $2,0 \times 10^5 \text{ m}^4$, inércia diametral $1,0 \times 10^5 \text{ m}^4$ e massa igual a $1,0 \times 10^5$. Os mancais hidrodinâmicos possuem raio interno igual a 0,5m, comprimento 0,5m e folga radial $2,0 \times 10^{-4} \text{ m}$. O fluido considerado na lubrificação dos mancais possui viscosidade igual a $0,02 \text{ N.s/m}^2$. Na modelagem do rotor nenhum mancal de escora foi considerado e o peso do conjunto foi desprezado. Como consequência, a matriz de rigidez $[K_A]$ devida a forças axiais externas (eq.(2.20)) tem valor nulo. O método de integração utilizado em todas as análises numéricas foi o método de Newmark com iterações no intervalo de tempo, como descrito no capítulo 4.

No sub-item 5.3.1 serão apresentadas e analisadas as órbitas do centro do rotor nas posições do mancal superior (nó 1) e do ponto médio entre os mancais (nó 2) para velocidade de rotação própria de 90 RPM, utilizando-se mancais com 3, 12 e 24 segmentos. No sub-item 5.3.2 apresenta-se a influência dos mancais segmentados contra os efeitos de "oil whirl" em situações onde considera-se ou não desbalanceamento no rotor. No sub-item 5.2.3 analisa-se a resposta dinâmica do rotor estudado quando a velocidade de rotação própria atinge as duas velocidades críticas previamente calculadas para o modelo com mancais hidrodinâmicos simples (sub-item 5.2.1).

5.3.1. Influência do Número de Segmentos na Resposta Dinâmica

Neste sub-item efetua-se a análise numérica da resposta dinâmica do rotor idealizado de Jeffcott com mancais hidrodinâmicos segmentados de 3, 12 e 24 segmentos. Nas simulações considera-se velocidade de rotação própria do rotor de 90 RPM (1,5 Hz), desbalanceamento de 15 kg.m presente no disco, e pivotamento sem rigidez rotacional e centrado nos segmentos dos mancais. Os segmentos encontram-se simetricamente dispostos, possuindo ângulos centrais cujo valor é 110° , 28° e 14° , respectivamente. O passo de integração temporal utilizado no método de Newmark foi de $1,0 \times 10^{-2}$ s. Nas figuras 5.79 a 5.83 apresentam-se as órbitas no mancal superior e no disco (nós 1 e 2, respectivamente), assim como a densidade espectral das amplitudes X e Y de vibração, para as 3 configurações de mancal consideradas.

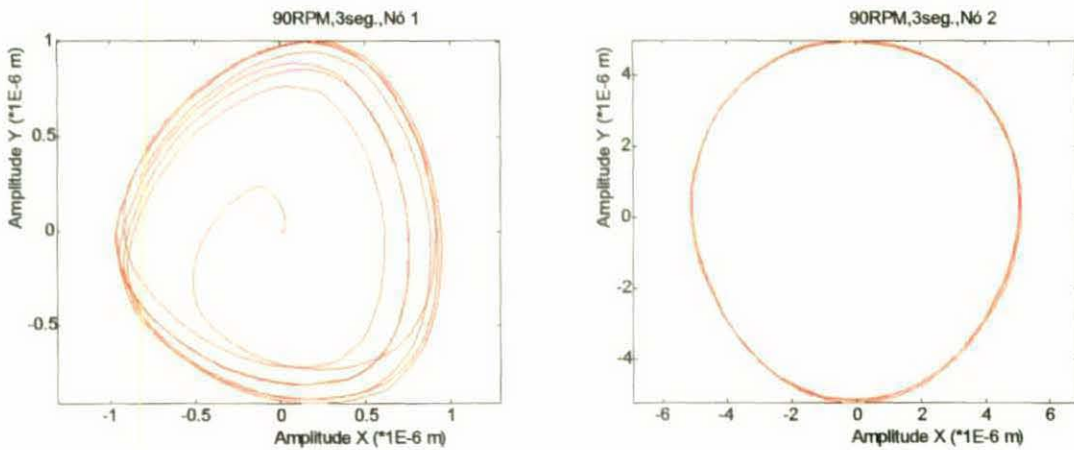


Fig. 5.79 - Órbitas calculadas nos nós 1 e 2 em 90RPM para Mancais com 3 Segmentos

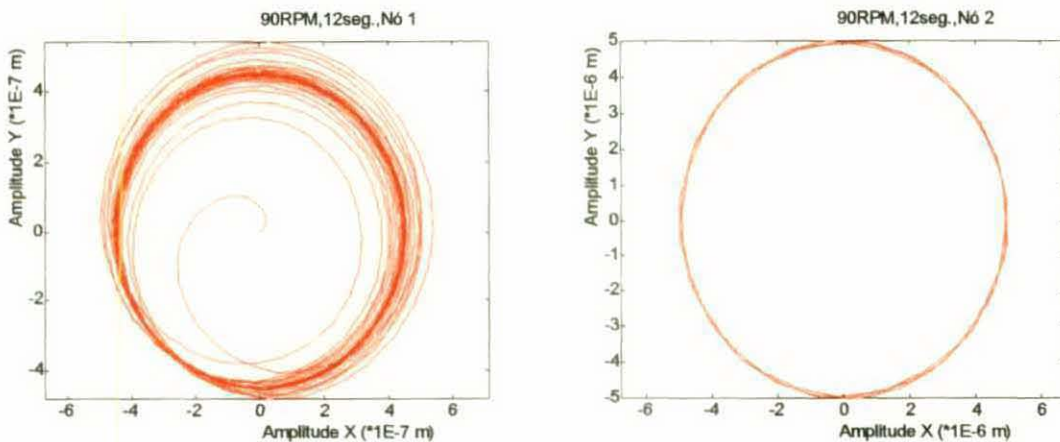


Fig. 5.80 - Órbitas calculadas nos nós 1 e 2 em 90RPM para Mancais com 12 Segmentos

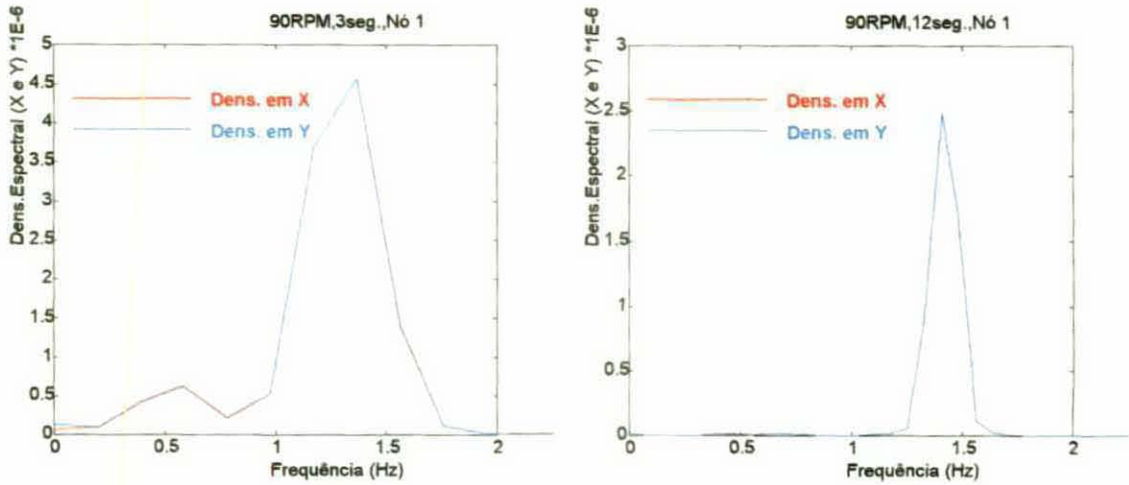


Fig. 5.81 - Densidade espectral de X e Y no nó 1 para Mancais com 3 e 12 Segmentos

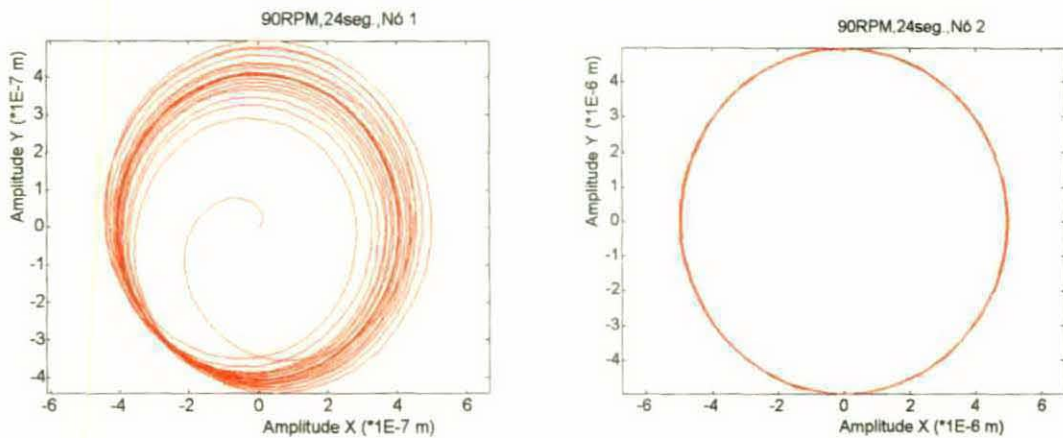


Fig. 5.82 - Órbitas calculadas nos nós 1 e 2 em 90RPM para Mancais com 24 Segmentos

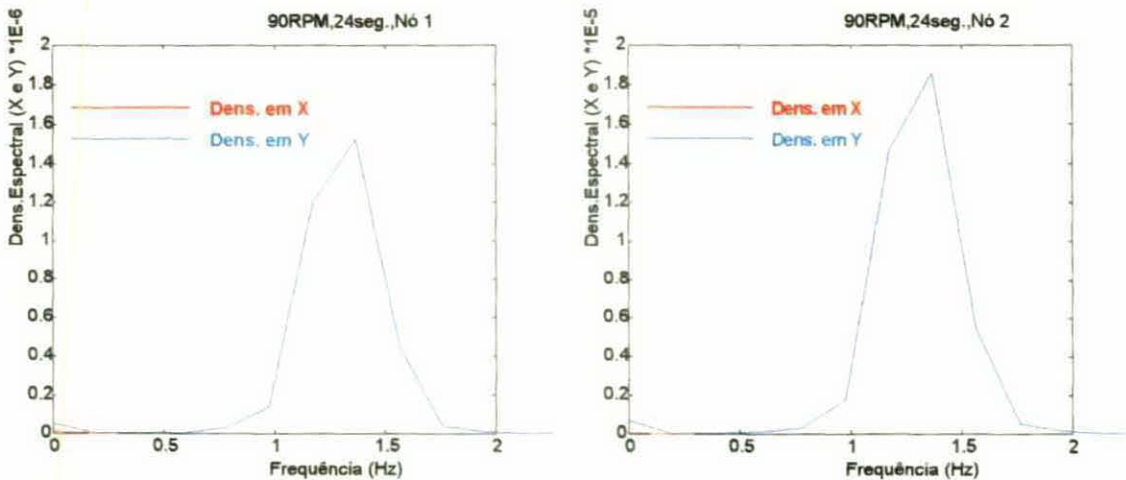


Fig. 5.83 - Densidade espectral de X e Y nos nós 1 e 2 para Mancais com 24 Segmentos

Note-se que através das órbitas apresentadas na fig.5.79 é possível visualizar-se as 3 regiões da circunferência interna do mancal definidas pelos 3 segmentos pivotados. Nesse caso o pivotamento deu-se nos ângulos 60° , 180° e 300° , pontos esses onde a curvatura das órbitas é máxima devido à influência da força exercida pelo pivô. No caso de mancal com 3 segmentos, observou-se ainda uma pequena componente de frequência sub-síncrona (próxima de 0,75 Hz) se comparada com a componente de frequência resultante do desbalanceamento. No entanto, ao aumentar-se o número de segmentos, esta componente desapareceu, e a órbita resultante no mancal atingiu menores amplitudes.

Como discutiu-se no capítulo 3, a força resultante exercida por cada segmento encontra-se na direção definida entre o pivotamento e o centro do mancal. Desse modo, caso os segmentos estejam simetricamente dispostos em relação à direção da força externa atuante sobre o eixo, o equilíbrio de momentos faz com que a força de reação do mancal seja paralela a essa força. Em rotores verticais, a principal força atuante sobre o rotor é a força de desbalanceamento, cuja direção varia ao longo do tempo. Consequentemente, a presença de um maior número de segmentos resulta em condição de simetria para uma maior gama de direções da força externa, tendendo a eliminar o acoplamento na matriz de rigidez, causadora do efeito de "oil whirl" nos mancais hidrodinâmicos simples. Justifica-se assim a menor amplitude de vibração calculada quando o número de segmentos do mancal é aumentado.

5.3.2. Influência dos Mancais Segmentados na Precessão Auto-Excitada

Neste sub-item apresenta-se a influência dos mancais segmentados contra os efeitos de "oil whirl" em situações onde considera-se ou não desbalanceamento no rotor. Nas simulações considera-se velocidade de rotação própria do rotor de 540 RPM (9 Hz), mancais hidrodinâmicos com 24 segmentos de ângulos centrais 14° e simetricamente dispostos, e pivotamento sem rigidez rotacional e centrado nos segmentos dos mancais. Considerou-se dois casos: um com desbalanceamento de 15 kg.m presente no disco, e outro sem desbalanceamento. O passo de integração temporal utilizado no método de Newmark foi de $1,0 \times 10^{-4}$ s. Nas figuras 5.84 a 5.86 apresentam-se as órbitas e a densidade espectral das amplitudes X e Y de vibração do rotor, para os dois casos considerados.

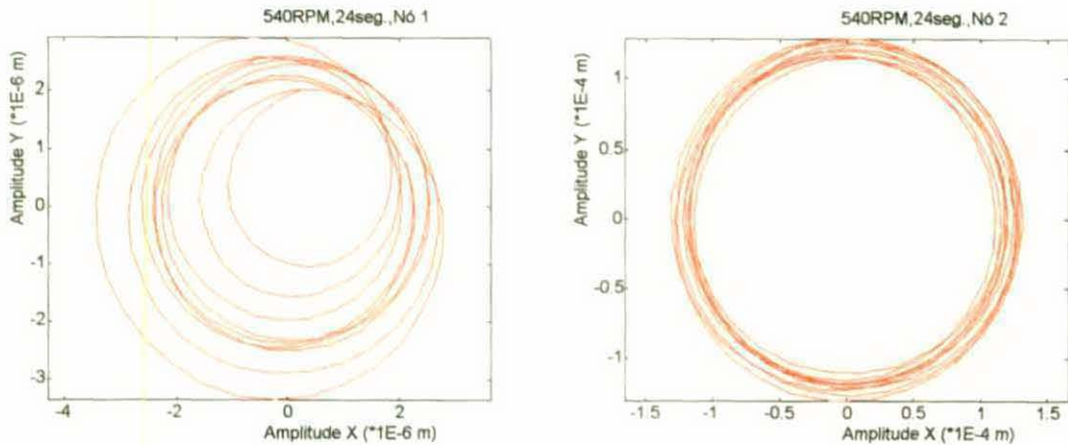


Fig. 5.84- Órbitas calculadas nos nós 1 e 2 em 540RPM para Mancais com 24 Segmentos

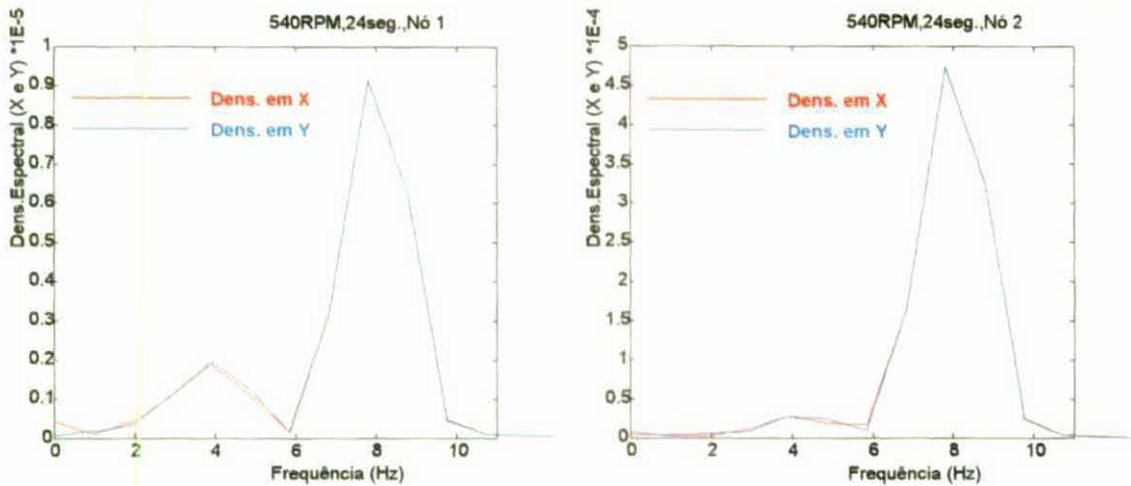


Fig. 5.85 - Densidade espectral de X e Y nos nós 1 e 2 em 540RPM (24 Segmentos)

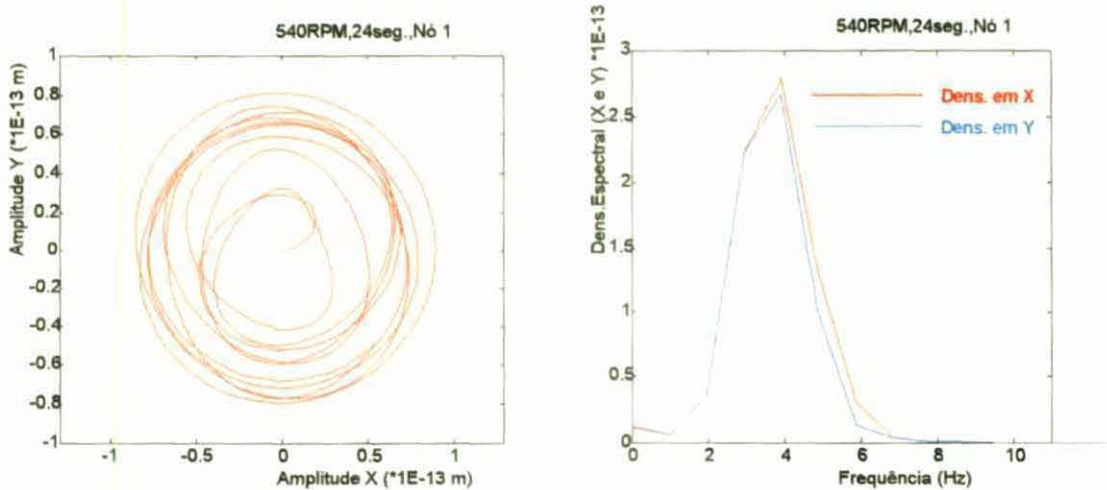


Fig. 5.86 - Órbita e densidade espectral para o nó 1 em 540RPM, sem desbalanceamento

Note-se que o modelo apresentado neste trabalho para mancais hidrodinâmicos segmentados previu para o primeiro caso uma pequena componente de frequência sub-síncrona (próxima de 4,5 Hz) se comparada com a componente de frequência resultante do desbalanceamento (fig.5.85). No entanto, esta componente é menor do que a componente prevista no caso de mancais hidrodinâmicos simples (fig.5.46), resultando em órbitas de menor amplitude e verificando a influência dos mancais segmentados na atenuação de vibrações transversais.

No segundo caso, onde considerou-se desbalanceamento nulo, impôs-se no disco condição inicial de velocidade em X de $1,0 \times 10^{-6}$ m/s. A única componente de frequência na amplitude de vibração deu-se próxima de 4,5 Hz, metade da frequência de rotação própria do rotor, no entanto o movimento resultante atingiu uma amplitude máxima de apenas $8,0 \times 10^{-14}$ m, eliminando-se assim o efeito de precessão auto-excitada que surgia quando da utilização de mancais hidrodinâmicos simples (vide figura 5.56).

5.3.3. Resposta Dinâmica do Rotor a 354 e 708 RPM

Nesta seção analisa-se a resposta dinâmica do rotor estudado quando a velocidade de rotação própria atinge as duas velocidades críticas previamente calculadas para o modelo com mancais hidrodinâmicos simples, 354 RPM (5,9 Hz) e 708 RPM (11,8 Hz). Nas simulações considera-se desbalanceamento de 15 kg.m presente no disco, mancais hidrodinâmicos com 24 segmentos de ângulos centrais 14° e simetricamente dispostos, e pivotamento sem rigidez rotacional e centrado nos segmentos dos mancais. Em ambos os casos, o passo de integração temporal utilizado no método de Newmark foi de $5,0 \times 10^{-4}$ s. Nas figuras 5.87 e 5.88 apresentam-se as órbitas das amplitudes nas direções X e Y de vibração do rotor, para os dois casos considerados.

Na simulação para velocidade de rotação própria de 354 RPM (5,9 Hz), frequência essa igual à primeira frequência natural do sistema, o desbalanceamento provocou instabilidade dinâmica do rotor, como esperado.

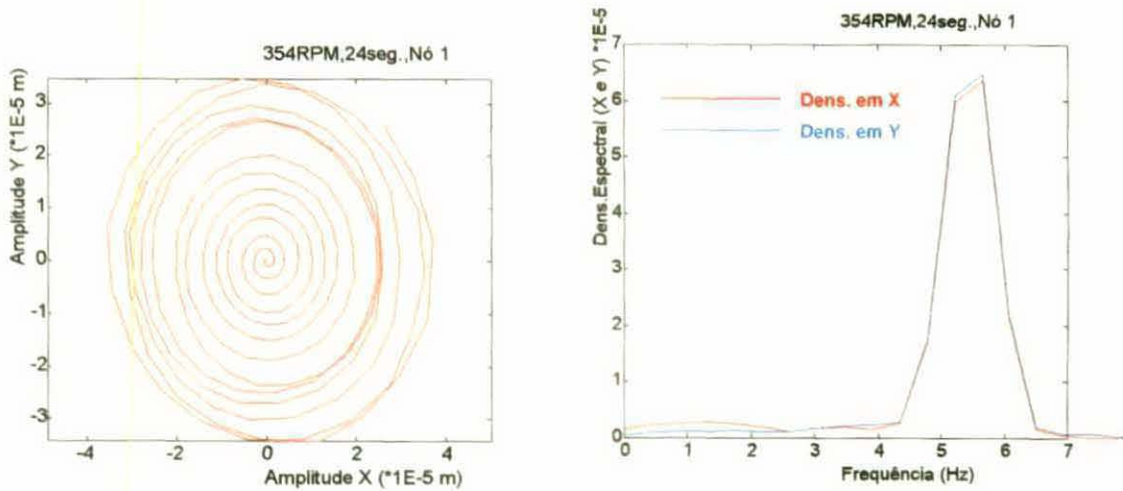


Fig. 5.87 - Órbita e densidade espectral calculadas para o nó 1 em 354RPM

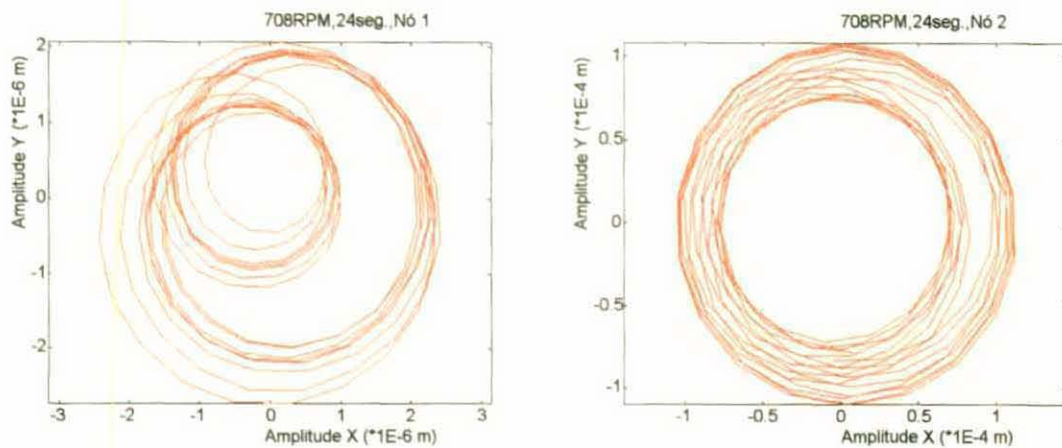


Fig. 5.88- Órbitas calculadas nos nós 1 e 2 em 708RPM para Mancais com 24 Segmentos

No entanto, na simulação para velocidade de rotação própria de 708 RPM (11,8 Hz), a amplitude de vibração do rotor nos mancais não ultrapassou o valor de $2,0 \times 10^{-6}$ m e o sistema permaneceu estável, ao contrário da análise com mancais hidrodinâmicos simples apresentada na figura 5.48. Verificou-se assim que o efeito de "oil whip" também foi eliminado com a introdução de mancais hidrodinâmicos segmentados, resultante do desacoplamento na matriz de rigidez dos mancais. Nota-se assim a importância da utilização de mancais hidrodinâmicos segmentados na estabilidade dinâmica de rotores.

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Foi desenvolvido um sistema computacional de elementos finitos visando a modelagem e análise numérica do comportamento de máquinas rotativas em geral. Neste trabalho estendeu-se à análise dinâmica a incorporação dos efeitos de mancais hidrodinâmicos simples e segmentados, implicando na adaptação da metodologia de cálculo do sistema às condições de não-linearidade das reações desses mancais com os deslocamentos e velocidades transversais do rotor. O aumento na demanda de recursos computacionais devido à incorporação destas ferramentas de modelagem implicou na necessidade de migrar-se do sistema operacional DOS para o ambiente Windows, expandindo-se assim a memória física disponível para utilização até a capacidade instalada do computador.

Soluções analíticas para os coeficientes das matrizes de rigidez e amortecimento associadas aos graus-de-liberdade do modelo de elementos finitos foram obtidas para mancais hidrodinâmicos simples e segmentados. Devido à presença desses mancais, tornou-se necessário efetuar na análise dinâmica temporal, pelo método de integração direta passo-a-passo, iterações no cálculo dos deslocamentos dentro de cada intervalo de tempo.

A validação dos modelos e a avaliação dos resultados foram realizadas através de análises numéricas comparativas, verificando-se que os modelos propostos são capazes de capturar os fenômenos de "oil whirl" e "oil whip" para mancais hidrodinâmicos simples e o fenômeno da estabilização do sistema para mancais segmentados. Analisou-se também a influência de carregamentos transversais constantes na estabilização dinâmica de rotores, assim

como a aplicabilidade do método pseudo-modal de redução da ordem do sistema visando a diminuição do esforço computacional envolvido na análise numérica.

No presente trabalho o grau-de-liberdade associado à posição angular relativa das seções transversais do rotor não foi considerado, com os efeitos torsionais desacoplados às vibrações transversais do sistema. Sugere-se para a continuação do presente estudo considerar-se a presença deste grau-de-liberdade na dinâmica do sistema. Isto pode ser realizado incorporando-se na energia potencial total aquela armazenada pela flexibilidade devida à torção do eixo na equação (2.13) do capítulo 2.

Além deste, também o efeito da superposição da excentricidade de vibração transversal devida à rotação com a distância do centro de gravidade ao eixo do rotor não é contemplada pelo presente modelo, mas que apresenta importância quando a amplitude de vibração é grande em relação a esta distância. Recomenda-se assim que este efeito seja considerado em futuros desenvolvimentos do presente estudo.

Empregando-se a simplificação para mancais curtos na modelagem de mancais segmentados, a solução da distribuição de pressão do filme de óleo é descontínua na fronteira entre dois segmentos. Sugere-se assim que a modelagem da distribuição de pressão através da equação de Reynolds seja utilizada abandonando-se a hipótese simplificadora de Ocvirk, apresentada na equação (3.1) do capítulo 3. A solução a ser assim obtida não possui no entanto forma analítica fechada, requerendo um método de discretização (o método de diferenças finitas, por exemplo) para obter-se a distribuição de pressões do filme de óleo. A partir desta solução efetua-se um processo iterativo para o cálculo do ponto de ruptura do filme de óleo em cada segmento, garantindo-se a continuidade da pressão na fronteira entre dois segmentos. O processo iterativo é então repetido até encontrar-se o ângulo correto de trabalho de cada segmento, no qual a linha de ação da força de reação por ele exercida está sobre a linha que passa pelo ponto de pivotamento e pelo centro do eixo. Este procedimento é tratado por Cardinali em [13], e envolve em um alto custo computacional, considerando-se que a cada passo temporal todo o processo iterativo acima descrito deve ser realizado.

APÊNDICE

O SISTEMA COMPUTACIONAL ROTMEF

O sistema ROTMEF foi concebido para uso em microcomputador IBM-PC compatível, tendo como finalidade a análise dinâmica completa de um sistema eixo-rotor-mancais, através da modelagem matemática e do cálculo da resposta natural e forçada do mesmo tanto à flexão quanto à torção. Em paralelo a esse objetivo, foi dada atenção especial ao desenvolvimento de uma interface o mais amigável possível, permitindo assim a operação por usuários dos mais diversos níveis de conhecimento sobre o assunto e de familiaridade no uso de computadores. O sistema ROTMEF foi inteiramente codificado em linguagem PASCAL orientada a objetos, utilizando o compilador Borland DELPHI para execução no ambiente Windows.

O sistema está estruturado basicamente em três módulos. O primeiro consiste na entrada de dados via um editor de elementos através do qual pode-se construir o modelo de elementos finitos da máquina estudada. Este permite a edição das características de elementos de eixo, disco e mancal (figura A.1). Ainda nesse módulo é feita a montagem e gravação das matrizes globais do modelo em disco para posterior análise.

No segundo módulo são calculados os modos e frequências naturais do sistema à flexão em função da sua velocidade de rotação, além do cálculo da resposta natural à torção. Procede-se à solução do problema de autovalor, podendo ser calculado também, no caso da resposta à flexão, o problema adjunto associado. Neste módulo pode-se observar a forma dos modos naturais calculados, a partir da sua apresentação nodal ou da representação espacial do

sistema completo. Como recurso gráfico adicional, pode-se observar através de animação no tempo, o movimento do sistema associado a cada modo natural (figura A.2).

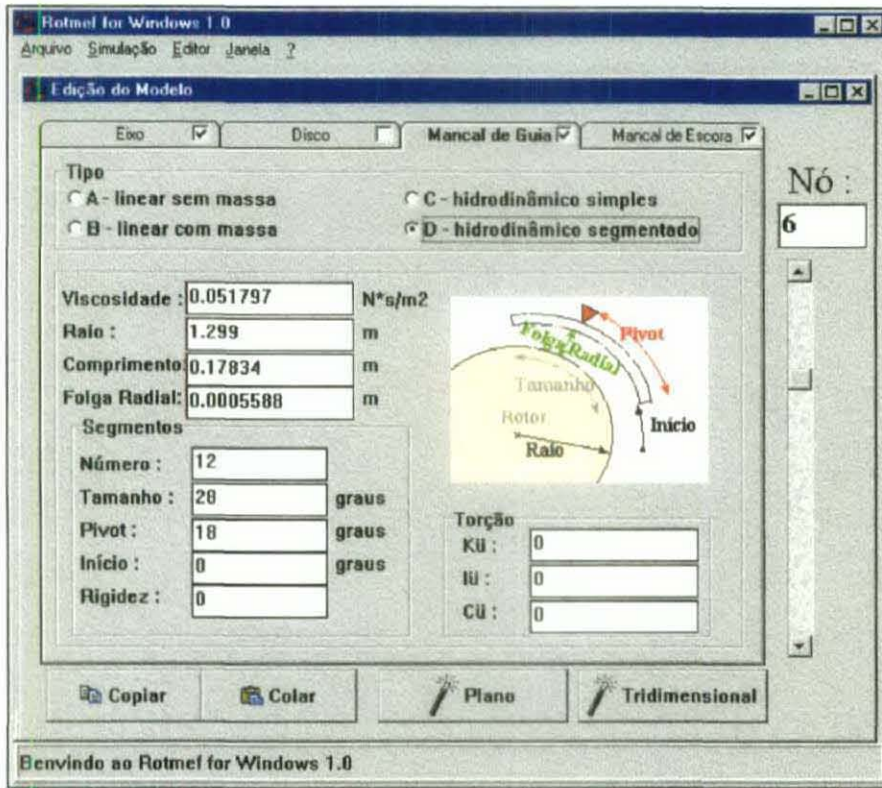


Fig. A.1 - Editor de Elementos do Sistema Rotmef

O terceiro módulo consiste do cálculo e representação gráfica da resposta forçada do sistema quando submetido a carregamento externo, sendo este cálculo dividido em duas partes: resposta transiente e resposta em regime permanente.

A resposta transiente é calculada a partir da técnica de integração direta das equações de movimento quando o sistema é submetido a perturbações externas consideradas na forma de aceleração, desaceleração, passagem por velocidade crítica, resposta a condições iniciais de deslocamento ou velocidade, ou na forma de um vetor de forças composto da soma de componentes aleatórias, constantes e periódicas.

O vetor de carregamento é definido em cada nó através de um editor que permite a entrada do valor de cada parcela individualmente, permitindo também a definição da forma de aplicação da carga através de uma função de crescimento exponencial no tempo. Isso faz com

que a aplicação seja gradativa, evitando resultados falseados decorrentes de um carregamento subitamente aplicado. As parcelas de força em cada nó podem ser definidas segundo suas componentes nas duas direções ortogonais, sendo a parcela periódica construída a partir de uma série de Fourier com até quatro coeficientes.

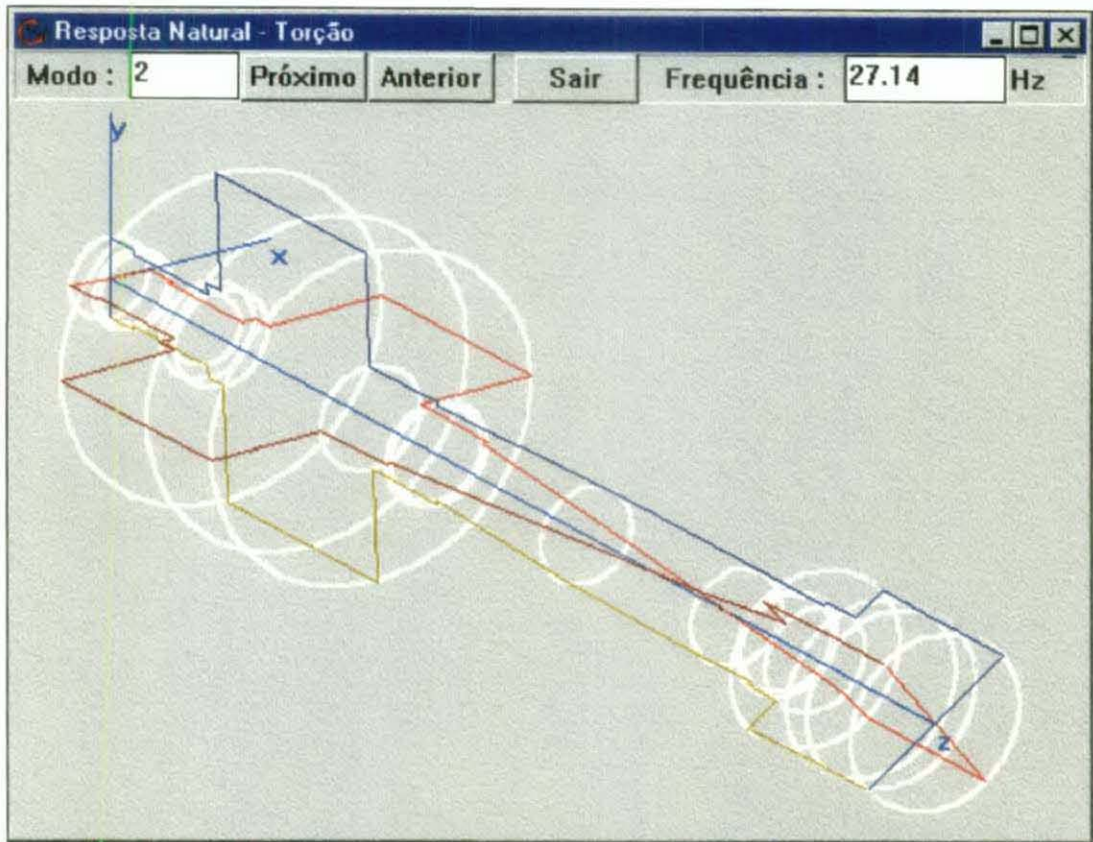


Fig. A.2 - Visualização de Modo Natural de Resposta à Torção de um Rotor

A aceleração ou a desaceleração do sistema é definida a partir de parâmetros como velocidade inicial e final, tempo de estabilização e tipo de função de variação da rotação, podendo este ser linear ou exponencial.

A observação da resposta transiente no tempo é feita a partir da representação plana da órbita nodal ou pela animação do movimento espacial do sistema completo. Pode-se obter ainda o conteúdo em frequência da resposta através do cálculo da sua FFT, além do gráfico de resposta à aceleração como função da velocidade de rotação. A função de excitação pode

também ser representada da forma plana, podendo ser visto além disso, seu conteúdo em frequência.

Os parâmetros da simulação são definidos antes ou durante o processo. Estes consistem no tipo de representação (órbita ou espacial), na função representada (entrada ou saída), no nó de observação, no passo de tempo para integração, no método de integração empregado (Newmark ou Wilson- θ) e na base modal utilizada. Este último parâmetro é relacionado ao grau de redução aplicado ao sistema, caso seja empregado o método pseudo-modal. O efeito de cisalhamento e a redução pseudo-modal são considerados ou não na simulação a partir da seleção da opção na entrada dos módulos de resposta livre e forçada.

A resposta em regime permanente é calculada segundo três tipos de excitação: desbalanceamento, excitação assíncrona (múltipla e não múltipla da rotação) e excitação harmônica. Também aqui edita-se o carregamento por nó, sendo que para o desbalanceamento define-se a massa e a excentricidade da mesma em relação à linha de centro do eixo, e para os outros dois tipos define-se a força correspondente à excitação.

Os parâmetros da simulação consistem no tipo de resposta, nó de observação, faixa e número de frequências ou rotações calculadas, fator multiplicativo da rotação (excitação assíncrona), rotação fixa do sistema (excitação harmônica) e a base modal utilizada a partir da redução pseudo-modal. A resposta calculada é representada por meio do gráfico da mesma em função da faixa pré-definida, sendo disponível visualizar o valor calculado em cada ponto.

Um recurso adicional consiste na visualização da resposta ao desbalanceamento no tempo, em regime permanente, através da animação espacial ou da representação orbital em cada nó.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] - Vance, J.M., "Rotordynamics of Turbomachinery", John Wiley & Sons, 1988.
- [2] - Rocha, R.O., "Modelagem e Simulação Computacional em Dinâmica de Rotores via Método dos Elementos Finitos", Dissertação de Mestrado na UFRJ, 1992.
- [3] - Morton, P.G., "Influence of Coupled Asymmetric Bearings on the Motion of a Massive Flexible Rotor", Proc. Instn Mech Engrs, Vol.182, Part 1, No.13, 1967-1968, p.255.
- [4] - Kirk, R.G. e Gunter, E.J., "The Effect of Flexibility and Damping on the Synchronous Response of a Single Mass Flexible Rotor", ASME Journal of Engineering for Industry, 1972, p.221.
- [5] - Jeffcot, H.H., "The Lateral Vibrations of Loaded Shafts in the Neighborhood of a Whirling Speed", Phil Mag., Series 6, Vol.37, 1919, p.304.
- [6] - Rao, J.S., "Synchronous Whirl of a Flexible Rotor in Hydrodynamic Bearings", Mechanism and Machine Theory Journal.
- [7] - Rao, J.S., Bhat, R.B. e Sankar, T.S., "Effect of Damping on the Synchronous Whirl of a Rotor in Hydrodynamic Bearings", Transactions of CSME, Vol.6, No.3, 1981.
- [8] - Bathe, K.J., "Finite Element Procedures", Prentice Hall, 1996.
- [9] - Meriam, J.L., "Dynamics", John Wiley & Sons Inc, 2a. Edição, 1971.
- [10] - Lalanne, M., Ferraris, G., "Rotordynamics Prediction in Engineering", John Wiley & Sons Inc, 1990.
- [11] - Childs, D.W., "Turbomachinery Rotordynamics - Phenomena, Modeling and Analysis", John Wiley & Sons, 1993, p.132.

- [12] - Manacorda, L.G., Capriz, G., "Torque Produced by Misalignment in Short Lubricated Bearings", *Journal of Basic Engineering*, Dezembro 1965, p.847.
- [13] - Cardinali, R., "Modelagem e Aplicações em Diagnóstico de Máquinas Rotativas Verticais", Tese de Doutorado na UNICAMP, 1992.
- [14] - Capone, G., "Descrizione analitica del campo di forze fluidodinamico nei cuscinetti cilindrici lubrificati", *L'Energia Elettrica*, n.3, 1991.
- [15] - Lee, C.W., "Vibration Analysis of Rotors", Kluwer Academic Publishers, 1993.
- [16] - Someya, T. (ed.), "Journal-Bearing Databook", Springer-Verlag, 1988.
- [17] - Meirovitch, L., "Analytical Methods in Vibrations", The Macmillan Company, 1.edição, 1967.
- [18] - Wilkinson, J.H., Peters, G., " $Ax=\lambda Bx$ and the Generalized Eigenproblem", *SIAM Journal of Numerical Analysis*, Vol. 7 No. 4, Dec. 1970.
- [19] - Stewart, G.W., "On the Sensitivity of the Eigenvalue Problem $Ax=\lambda Bx$ ", *SIAM Journal of Numerical Analysis*, Vol. 9 No. 4, Dec. 1972.
- [20] - Lima, E.N., "Modelo Não-Linear para as Forças de Sustentação de Mancais Hidrodinâmicos em Rotores Verticais", Dissertação de Mestrado na UNICAMP, 1996.
- [21] - Parks, T.W., Burrus C.S., "Digital Filter Design", John Wiley & Sons, 1987, cap.7, seção 7.3.3.
- [22] - Gunter, E.J., "Rotor-Bearing Stability", *Proceedings of the 1st Turbomachinery Symposium*, 1972.
- [23] - De Choudhury, P., Hill, M.R., Paquette, D.J., "A Flexible Pad Bearing System for a High Speed Centrifugal Compressor", *Proceedings of the 21st Turbomachinery Symposium*, Texas A&M University, 1992.

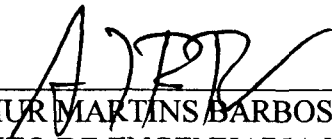
**MODELAGEM DE MANCAIS HIDRODINÂMICOS
NA SIMULAÇÃO DE SISTEMAS ROTATIVOS**

MARCO ANTONIO MEGGIOLARO

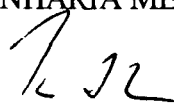
Dissertação apresentada ao Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-RJ, em 16 de agosto de 1996, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica, tendo sido aprovada pela banca Examinadora, da qual participaram os seguintes professores :



PROF. CARLOS ALBERTO DE ALMEIDA - Ph.D. (ORIENTADOR)
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA - PUC/RJ



PROF. ARTHUR MARTINS BARBOSA BRAGA - Ph.D.
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA - PUC/RJ



PROF. HANS INGO WEBER - Dr.Ing.
Prof. Pesquisador - DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA - PUC/RJ



PROF. MOYSÉS ZINDELUK - D.Sc.

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA - UFRJ



PROF. HÉLIO RICARDO TELES DE AZEVEDO - M.Sc.
CENTRO DE PESQUISAS DE ENERGIA ELÉTRICA - CEPTEL

Visto e permitido a impressão.
Rio de Janeiro, 78/08/96



Maria Augusta Martins Davidovich
Coordenadora dos Programas de Pós-Graduação
do Centro Técnico Científico.