ABCM
Associação Brasileira de Ciências Mecânicas

COTEQ 96
CONFERÊNCIA SOBRE TECNOLOGIA DE EQUIPAMENTOS
20 a 22 de Novembro de 1996

IV SAET
IV Simpósio de Análise Experimental de Tensões

9º SIBRAT
Simpósio Brasileiro sobre Tubulações e Vasos de Pressão

PFM 96
Congresso sobre Projeto, Fabricação e Manutenção de Equipamentos

UMA NOTA SOBRE O PROJETO À FADIGA SOB CARREGAMENTOS COMPLEXOS SEGUNDO O MÉTODO εN

Marco Antonio Meggiolaro
Jaime Tupiassú Pinho de Castro
Departamento de Engenharia Mecânica PUC-Rio

Resumo

O método εN de projeto à fadiga é não-linear e sensível à ordem do carregamento e ao estado inicial da peça. Logo, a aplicação seqüencial das equações tradicionais à contagem rain-flow de um carregamento complexo ***não*** é suficiente para garantir laços de histerese fisicamente admissíveis. Este trabalho discute a correta aplicação da metodologia εN, e destaca sua implementação numa poderosa linguagem chamada ViDa 96, especialmente desenvolvida para automatizar o projeto à fadiga sob carregamentos complexos.

Introdução

Ao contrário do projeto ao colapso plástico ou à flambagem, o projeto à fadiga é um problema ***local*** que depende dos detalhes da geometria e do material do ***ponto*** mais solicitado da peça. Para modelar este problema são requeridas informações em seis áreas, que funcionam como uma corrente cuja precisão é controlada pelo elo *menos* acurado:

(i) **Dimensões Geométricas.**
(ii) **Cargas de Serviço.**
(iii) **Propriedades do Material.**
(iv) **Análise de Tensões.**
(v) **Análise das Trincas.**
(vi) **Análise do Acúmulo de Dano.**

Para se otimizar o projeto à fadiga estes elos devem ser conhecidos dentro da mesma precisão e confiabilidade. Não se pode pela sofisticação dos três últimos (que dependem de erudição acadêmica) suprir as informações experimentais indispensáveis aos três primeiros elos, mas modelos de cálculos incorretos nos elos de análise não permitem previsões adequadas. O objetivo deste trabalho é apontar alguns cuidados que devem ser tomados para garantir a aplicação correta do método εN a carregamentos complexos.

Método εN clássico

Este é um método moderno de projeto à iniciação de uma trinca de fadiga [1], mas que tem idiossincrasias relativamente pouco conhecidas. O método εN clássico usa relações σε tipo Ramberg-Osgood para equacionar o laço de histerese, e considera o amolecimento ou endurecimento cíclico, mas não o seu transiente a partir do comportamento monotônico:

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\Delta\sigma}{2E} + \left(\frac{\Delta\sigma}{2K'}\right)^{1/n'} \tag{1}$$

onde E é o módulo de Young, K' o de plasticidade, e n' o expoente de encruamento da curva σε cíclica estabilizada. A relação εN é expressa pela regra de Coffin-Manson:

$$\frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma'_f}{E}(2N)^b + \varepsilon'_f(2N)^c \tag{2}$$

onde σ'_f, ε'_f, b e c são constantes do material. E a regra de Neuber com tensões nominais elásticas é dada por:

$$K_t^2 = \frac{\Delta\sigma \cdot \Delta\varepsilon \cdot E}{\Delta s^2} \tag{3}$$

onde Δσ e Δε são as gamas de tensão e deformação provocadas na raiz do entalhe pela gamas nominais elásticas Δs e Δe = Δs/E, e K_t é o fator de concentração de tensões (linear elástico) do entalhe.

Há suporte experimental para justificar o uso destas simplificações, mas a literatura [1-3] não reconhece a grande importância do estado inicial da peça e da ordem no caso de carregamentos complexos. O projeto tradicional parte das n_i reversões ou 1/2 ciclos do i-ésimo carregamento nominal Δs_i contados pelo método *rain-flow*, usa regra de Neuber para calcular $\Delta\varepsilon_i$ e $\Delta\sigma_i$ no entalhe, e regra de Miner para acumular o dano correspondente $d_i = n_i/2N_i$, sendo N_i o número de ciclos que o carregamento Δs_i levaria para gerar (sozinho) uma trinca. Para carregamentos nominais elásticos, este método tradicional pode ser resumido por:

$$(K_t \Delta s_i)^2 = \Delta\sigma_i \cdot \Delta\varepsilon_i \cdot E = \Delta\sigma_i \cdot \left(\Delta\sigma_i + 2E \cdot \left(\frac{\Delta\sigma_i}{2K'}\right)^{\frac{1}{n'}}\right) \tag{4}$$

$$\Delta\varepsilon_i = \frac{\Delta\sigma_i}{E} + 2 \cdot \left(\frac{\Delta\sigma_i}{2K'}\right)^{1/n'} = \frac{2\sigma'_f}{E}(2N_i)^b + 2\varepsilon'_f(2N_i)^c \tag{5}$$

$$d_i = \frac{n_i}{2N_i} \tag{6}$$

Estas equações não são inversíveis, logo o uso do método εN é computacionalmente trabalhoso, o que explica (mas não justifica) a pouca divulgação dos problemas que o seu uso não criterioso pode acarretar: *a simples aplicação destas equações a uma contagem rain-flow* ***não*** *é suficiente para garantir laços de histerese fisicamente admissíveis,* ***nem*** *um projeto intrinsecamente conservativo.*

Por isto, só se pode garantir a qualidade das previsões do método εN assegurando primeiro que o modelo de cálculo reproduza os laços de histerese que atuam na raiz do entalhe, para só então calcular o dano por eles provocado.

Como a prática ensinou dolorosamente aos autores que é indispensável *desenhar* os laços de histerese induzidos na raiz do entalhe para se evitar estes erros de modelagem, a seguir são discutidos três problemas que ilustram os cuidados necessários à correta aplicação desta metodologia:

Problema do *envoltório dos laços de histerese*

A trinca de fadiga é gerada pelas sucessivas gamas de deformação atuantes no ponto mais solicitado da peça, que é onde a seqüência dos $\Delta\varepsilon_i$ tem que ser calculada corretamente. Mas qualquer solicitação que cause plasticidade, ainda que localizada, gera memória na peça. Logo, a trajetória do material no plano σε *depende da história* do carregamento.

Além disto, mesmo que a peça seja virgem, que o estado de tensões e deformações residuais no entalhe seja zero, e que se possa desprezar os transientes de amolecimento ou endurecimento cíclico, ainda assim é necessário distinguir entre o primeiro carregamento e os subseqüentes: partindo da origem do plano σε, o primeiro 1/2 ciclo segue a equação da curva σε cíclica, $\varepsilon = \sigma/E + (\sigma/K')^{1/n'}$, **e não** as equações do laço de histerese. Portanto, para se calcular o dano d_1 do primeiro 1/2 ciclo do carregamento é necessário seguir:

$$(K_t s_1)^2 = \sigma_1 \left(\sigma_1 + E \cdot \left(\frac{\sigma_1}{K'} \right)^{\frac{1}{n'}} \right) \tag{7}$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} + \left(\frac{\sigma_1}{K'} \right)^{1/n'} = \frac{2\sigma'_f}{E} (2N_1)^b + 2\varepsilon'_f (2N_1)^c \tag{8}$$

$$d_1 = \frac{1}{2N_1} \tag{9}$$

Note-se que como $s_0 = e_0 = 0$, $\Delta s_1 = s_1 - s_0 = s_1$, mas não se usou a notação Δ nas equações acima, para enfatizar que o primeiro evento é diferente dos subseqüentes.

Entretanto, este cuidado indispensável ainda não é o suficiente. Conforme ilustrado na fig. 1, também é necessário garantir que todos os eventos subseqüentes não ultrapassem a curva σε cíclica, ou os maiores laços de histerese previamente gerados. Para isto, deve-se seguir uma regra:

Ao se calcular a gama de deformação $\Delta\varepsilon_i$ causada por um dado incremento do carregamento Δs_i, deve-se verificar se e quando as deformações previstas pela equação do laço de histerese cruzam ou a curva σε cíclica ou o maior dos laços previamente induzidos na raiz do entalhe (aqui chamado de "olhão"). No caso de cruzamento, deve-se abandonar a equação do laço a partir de sua interseção com a curva σε (ou com o "olhão"), e passar a seguir a curva σε (ou a do "olhão") até o fim do carregamento Δs_i.

Este passo é complicado, mas é absolutamente indispensável sob pena de (i) se fazer previsões fisicamente inadmissíveis, como *dobrar* a resistência do material através de um pequeno descarregamento cíclico, e (ii) se fazer uma previsão ***não-conservativa*** do dano pois, conforme mostrado na fig. 1, só se efetuando a troca das equações chega-se ao $\Delta\varepsilon_i$ correto, que pode ser *maior* do que aquele que seria previsto pela equação do laço sem a devida correção.

A aplicação destas correções a uma peça não-entalhada é *relativamente* simples: basta trocar a curva do laço pela cíclica ou pela curva do olhão no ponto de cruzamento, e nestas prosseguir até chegar ao $\Delta\varepsilon_i$ ou ao $\Delta\sigma_i$ imposto à peça.

Mas no caso da existência de um K_t a modelagem é dificultada pelos cuidados que devem ser tomados no uso da regra de Neuber. Estritamente falando, o que esta regra diz é $K_t^2 s\,e = \sigma\varepsilon$, mas só *num eixo prismático de material não-linear elástico em torção* [4].

Logo, o seu uso no método εN é uma aproximação da realidade física, aceita para simplificar a modelagem do problema. Assumindo esta mesma hipótese, o que se deve fazer para aplicar Neuber considerando corretamente os efeitos de seqüência é manter a constância do produto $\Delta\sigma\,\Delta\varepsilon$ mesmo após a troca da curva do laço pela do olhão ou a cíclica, como mostrado na fig. 2.

Para fugir destes problemas, as vezes os livros-texto [1-3] recomendam que se reordene os carregamentos, colocando o maior deles em primeiro lugar. Este também não é um procedimento adequado, conforme mostrado abaixo:

Problema do *efeito da ordem do carregamento*

Numa história de carregamentos crescentes como a da fig. 3, a inversão da ordem dos carregamentos altera completamente os laços de histerese, logo o dano por eles provocado. Sem desenhar os laços fica realmente difícil visualizar o problema de fadiga elastoplástica, quiçá equacioná-lo.

Estes problemas nos levam a questionar o uso dos procedimentos tradicionais εN, não só no caso de carregamentos complexos, como também na avaliação da vida residual de peças usadas cuja história seja ignorada: o desconhecimento do atual estado de tensões e deformações residuais na raiz do entalhe crítico *invalida* as previsões feitas a partir da solução repetida das equações do laço de histerese.

Em peças que não sejam virgens, é necessário medir o estado de tensões e deformações residuais no ponto crítico, para se poder prever os laços subseqüentes. E, como é a história σε na raiz do entalhe que importa, não adianta medir tensões residuais fora do ponto crítico da peça!

Por fim, há um terceiro problema ainda mais sutil a ser considerado. É fato reconhecido que o método *rain-flow* é a melhor maneira de separar um carregamento complexo em suas componentes σ_{ai}, σ_{mi} e n_i para efeito de cálculo de dano à fadiga. Mas, devido a não-linearidade intrínseca do método εN, *quando* se executa a contagem *rain-flow* acaba sendo importante, como discutido no próximo caso.

Problema do *momento certo para a contagem rain-flow*

A prática usual, como se sabe, é fazer a contagem do carregamento. Quando se trabalha com o método SN, que é conceitualmente linear elástico, esta é prática é correta, já que neste caso a ordem dos carregamentos é irrelevante. (Entretanto no caso de sobrecargas elastoplásticas este quadro muda, sendo necessário quantificar seus efeitos no *instante* de sua ocorrência, nem antes nem depois).

Mas no método εN o procedimento de contar o *carregamento* e não o seu *efeito* é totalmente *inadequado*, conforme ilustrado na fig. 4. Como o método *rain-flow* gera uma tabela na qual a *ordem* dos carregamentos é alterada, o procedimento correto é:

(i) calcular *primeiro* os laços de histerese induzidos pelo carregamento Δs_i na raiz do entalhe, *na seqüência em que eles efetivamente ocorrem*, laços estes que devem ser calculados com os cuidados necessários para corrigir devidamente os efeitos de ordenamento e limitação, e

(ii) só depois então se fazer a contagem *rain-flow* nas deformações $\Delta\varepsilon_i$ resultantes - e esta contagem é indispensável para o cálculo correto do dano!

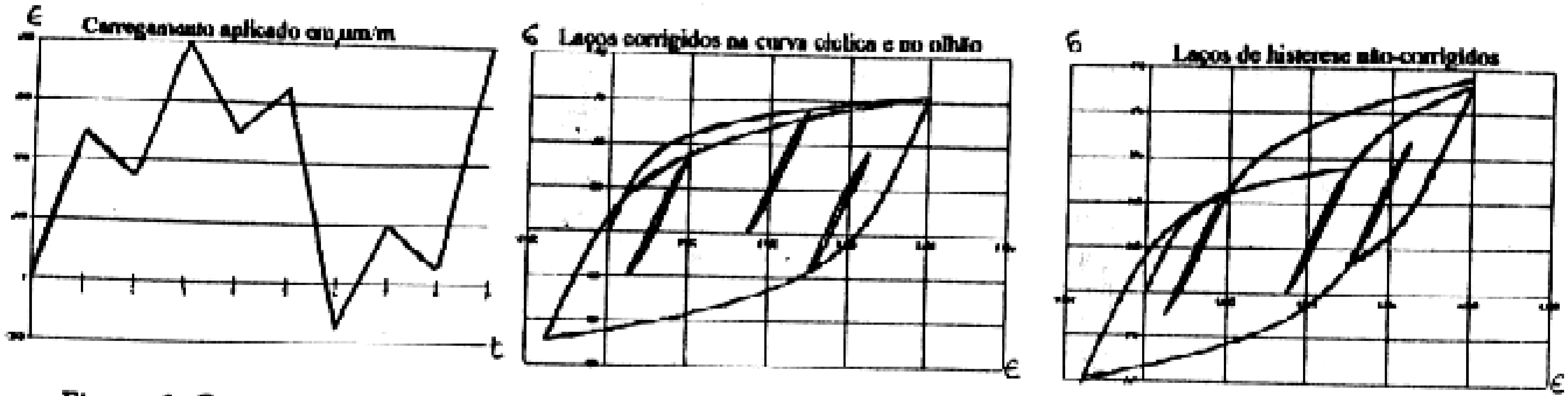

Figura 1: Correção na curva cíclica e nas do "olhão" do laço de histerese no caso de carregamento complexo

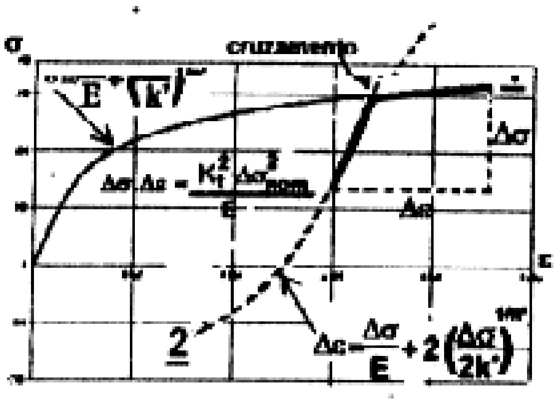

Figura 2: Regra de Neuber corrigida

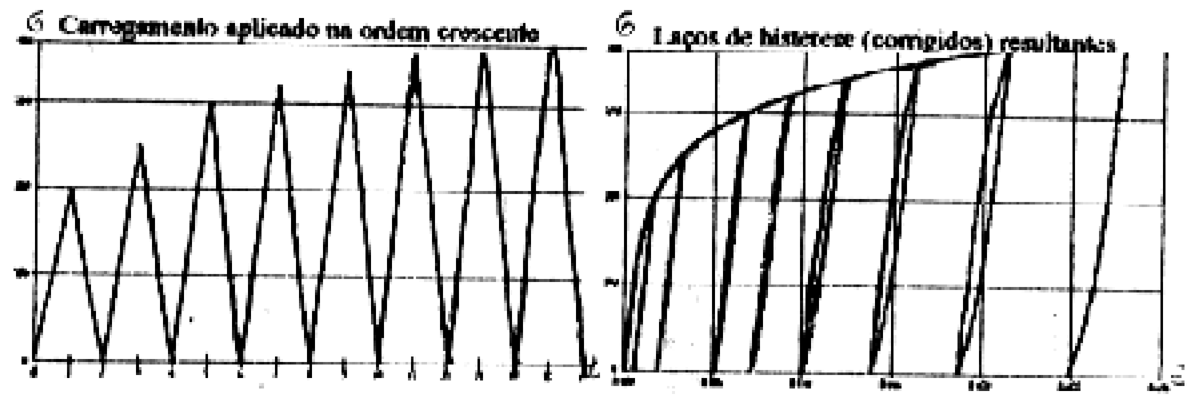

Figura 3a: Carregamento aplicado na ordem crescente, e laços resultantes

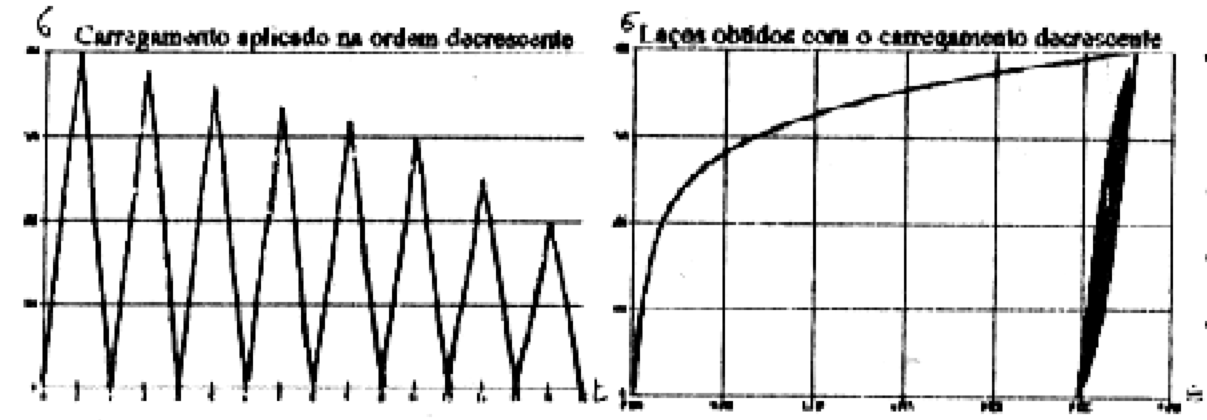

Figura 3b: Mesmo carregamento na ordem decrescente, e laços resultantes

Figura 4a: Carregamento para ilustrar efeito da contagem rain-flow na carga

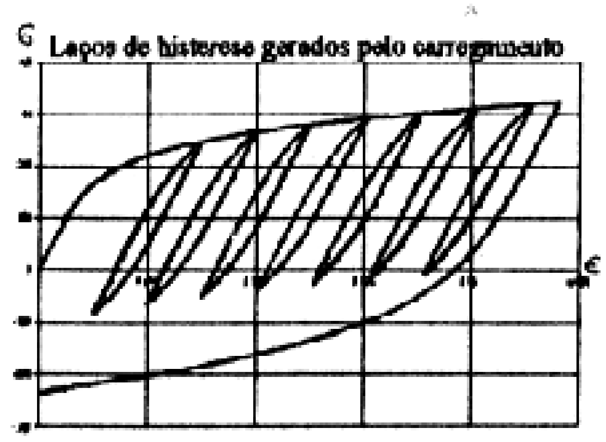

Figura 4b: Laços gerados pelo carregamento da Figura 4a

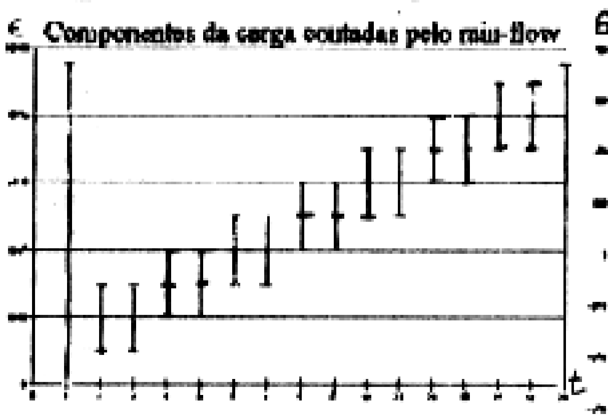

Figura 4c: Resultado da filtragem do carregamento pelo método rain-flow

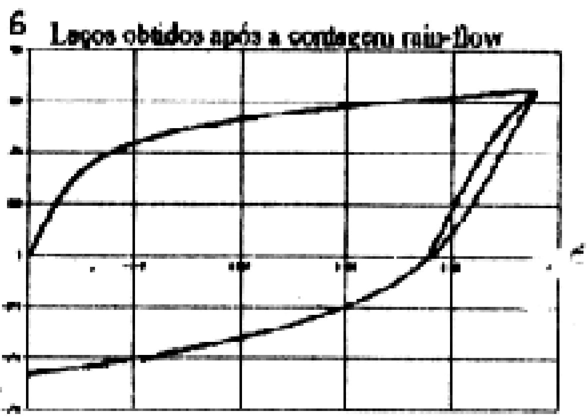

Figura 4d: Laços obtidos após a filtragem do carregamento