

ALGUNS COMENTÁRIOS SOBRE A PROPAGAÇÃO DE TRINCAS POR FADIGA SOB CARREGAMENTOS COMPLEXOS

Marco Antonio Meggiolaro
Jaime Tupiassú Pinho de Castro
Departamento de Engenharia Mecânica PUC-Rio

Resumo

Neste trabalho discute-se o problema da modelagem da propagação por fadiga de trincas planas e superficiais sob carregamento complexo, e a implementação dos diversos modelos de cálculo na linguagem ViDa 96, recentemente desenvolvida para automatizar o projeto à fadiga por todos os métodos tradicionais de projeto.

Introdução

A propagação das trincas é tratada pelos conceitos da Mecânica da Fratura [1-3]: assume-se que as taxas de propagação da/dN se correlacionam primariamente com a faixa de variação do fator de intensidade de tensões ΔK_I . Isto vale também para dc/dN no caso das trincas superficiais, já que elas crescem tanto na profundidade quanto na largura da peça, fig.1 [4,5]. Note-se que que a regra de Paris,

$$da/dN = A \cdot \Delta K^m \quad (1)$$

de longe a mais usada na prática, assume que da/dN seja uma função (simples) de ΔK , e possui uma série de limitações nem sempre devidamente reconhecidas. Em primeiro lugar, deve-se lembrar que a curva da/dN versus ΔK possui uma forma sigmoidal característica, com três fases bem distintas (fig. 2), e que a regra de Paris só se ajusta adequadamente à sua fase B. A fase A da curva da/dN vs. ΔK é caracterizada pela existência de um limiar de propagação ΔK_{th} , abaixo do qual os carregamentos não causam dano à peça trincada, e a fase C reflete a proximidade da propagação instável da trinca, que ocorre quando o valor de K_{max} atinge a tenacidade à fratura do material.

A transição entre as fases A e B se dá tipicamente com taxas de propagação entre 10^{-10} e 10^{-8} m/ciclo, e entre as fases B e C com da/dN entre 10^{-6} a 10^{-4} m/ciclo. O que nem sempre é reconhecido é que a fase A é quase sempre muito mais importante do que a C para os problemas de fadiga, e freqüentemente muito mais relevante, do ponto de vista do cálculo da vida, do que a própria fase B.

Logo, para modelar adequadamente o problema de propagação das trincas, deve-se usar regras mais completas que a de Paris. Muitas regras empíricas foram propostas para se descrever melhor a forma sigmoidal da curva da/dN vs. ΔK , bem como os efeitos de algumas variáveis secundárias como a carga média (geralmente quantificada por $R = K_{min}/K_{max}$), e a carga de abertura da trinca K_{ab} . As mais conhecidas são:

$$\frac{da}{dN} = A(K_{max} - K_{ab})^m = A\Delta K_{ef}^m \quad (\text{Elber}) \quad (2)$$

$$\frac{da}{dN} = A\Delta K^m K_{max}^p \quad (\text{Walker}) \quad (3)$$

$$\frac{da}{dN} = A\Delta K^m (K_{max} - \Delta K_{th})^p \quad (\text{Hall}) \quad (4)$$

$$\frac{da}{dN} = \frac{A\Delta K^m (\Delta K - \Delta K_{th})^p}{(1-R)K_C - \Delta K} \quad (\text{Forman modificado}) \quad (5)$$

Todas estas regras requerem a determinação de constantes como A, m ou p, as quais devem ser obtidas experimentalmente em testes de propagação de trincas de fadiga. A escolha dentre as diversas regras depende do conjunto particular de dados que se queira ajustar, sendo que muitas vezes várias delas podem ser usadas de forma igualmente satisfatória, como pode ser visto em [6,7].

Deve-se frisar que estamos associando abaixo com o nome de Elber uma regra que inclui uma pequena modificação em relação à sua proposição original. Elber introduziu o conceito de fechamento da trinca, e propôs a equação (2). Entretanto estamos usando aqui a variação

$$da/dN = A(\Delta K - \Delta K_{th})^m \quad (6)$$

assumindo que o valor do limiar de propagação ΔK_{th} se comporte como a carga de abertura. Esta regra se ajusta bastante bem às regiões A e B da curva de propagação de muitos materiais estruturais, como mostrado em [4,5].

A Linguagem ViDa 96

Uma poderosa linguagem chamada ViDa 96 foi desenvolvida para automatizar *todos* os métodos tradicionalmente usados no projeto mecânico à fadiga sob carregamentos complexos: o SN, o IIW (para estruturas soldadas) e o ϵN para prever a iniciação e o da/dN para a propagação das trincas planas e 3D [8].

O pacote inclui interfaces gráficas intuitivas e amigáveis, vários bancos de dados inteligentes, contador *Rain-Flow*, gerador de laços de histerese elastoplástica, ajuste automático de dados experimentais, interpretador de equações, etc., e contém modelos de dano que introduzem várias melhorias não-triviais nos métodos tradicionais de projeto.

Propagação das Trincas sob Carregamento Complexo

A primeira das facilidades particularmente interessantes incluída no ViDa 96 para tratar do crescimento das trincas é proporcionada pelo gráfico da sua tela de propagação, ilustrada na fig. 3. Nele se plota, além de Paris e Elber, qualquer regra de propagação escolhida pelo usuário (para se expandir o gráfico, basta *clicar* sobre ele). Desta forma se tem uma informação visual imediata sobre a concordância entre as diversas regras, o que permite um fácil e conveniente ajuste de suas constantes.

Note-se que o uso de diversos modelos de propagação para calcular o dano por fadiga pode ser muito importante na prática ao se projetar, pois *freqüentemente a maior parte da vida das peças é consumida para propagar as trincas pequenas*.

No ViDa 96 o carregamento é especificado por uma lista sequenciada de seus picos e vales, ou pela seqüência equivalente de cargas alternadas, médias e número de 1/2 ciclos. A propagação é calculada a cada evento do carregamento (tensão $\Delta\sigma_i$ atuando durante n_i ciclos). Também pode-se especificar as dimensões iniciais e finais da trinca, caso se queira calcular a vida correspondente.

Em ambos os casos, se durante o carregamento ocorrer (i) fratura por $K_{max} = K_C$, ou se (ii) a trinca atingir o tamanho máximo especificado para a trinca final, ou se (iii) a peça atingir a resistência à ruptura no ligamento residual, ou então se (iv) a taxa da/dN atingir 0.1mm/ciclo ou 1 CTOD por ciclo (crescimentos máximos observados na prática), o programa automaticamente pára os cálculos, e indica o instante desta ocorrência. Desta forma pode-se usar os valores calculados com a garantia de que o limite de validade dos modelos matemáticos nunca é excedido. Além disto o programa avisa quando há escoamento do ligamento residual antes que o valor especificado para n_i ou para o tamanho máximo da trinca seja atingido.

No caso das trincas tri-dimensionais, o programa também pára os cálculos quando uma das fronteiras da peça é atingida pela trinca, e desenha as frentes de trinca a cada evento especificado pelo usuário, para que se possa acompanhar as mudanças de geometria que ocorrem durante a sua propagação. E, para conveniência do usuário, também pode plotar os gráficos da variação da forma de trinca a/c , dos fatores de intensidade de tensão $K_I(a)$ e $K_I(c)$, etc.

Desprezando efeitos de interação entre os diversos eventos de um carregamento complexo, é fácil escrever uma expressão geral para o crescimento da trinca a cada ciclo, segundo qualquer regra de propagação. Sendo da/dN = F(ΔK , R, ΔK_{th} , ...) então no i-ésimo 1/2 ciclo $\Delta\sigma_i$ a trinca cresce de δa_i dado por:

$$\delta a_i = F(\Delta K(a_i, \Delta\sigma_i), R(\sigma_i), \Delta K_{th}, \dots) / 2 \quad (7)$$

A trinca 3D também pode crescer na largura (há um dc/dN), e para se calcular δc_i deve-se lembrar que ΔK depende de a_i e de c_i [4,5], mas fora a complexidade algébrica não há dificuldade adicional neste problema.

Para minimizar o tempo de computação sob carregamentos de amplitude constante, o ViDa 96 usa nestes casos um algoritmo de Simpson para efetuar a integração numérica da curva da/dN vs. ΔK . Entretanto este algoritmo não é eficiente sob carregamento complexo. Por isto foi introduzida no programa uma facilidade muito interessante, a qual pode ser usada para diminuir acentuadamente o tempo de computação (o que pode ser muito importante nas vidas longas, como as que são obtidas quando se trabalha com trincas iniciais pequenas): a opção de se especificar uma percentagem de variação na \sqrt{a} para só então mudar o valor do fator geométrico de ΔK usado nos cálculos.

Como no caso geral $\Delta K = \Delta\sigma\sqrt{(\pi a)}f(a)$, onde $f(a)$ é um fator que só depende da geometria, pode-se dizer que a variação do fator de intensidade de tensões ΔK_i a cada ciclo do carregamento depende (i) da variação da tensão naquele ciclo $\Delta\sigma_i$, e (ii) do comprimento da trinca naquele instante, através do fator geométrico $\sqrt{(\pi a_i)}f(a_i)$.

Ora, desta forma ΔK_i depende de duas variáveis de natureza diferente. É claro que $\Delta\sigma_i$ pode em geral variar bastante a cada ciclo quando o carregamento é complexo, mas as trincas *sempre* se propagam muito devagar por fadiga, pois as maiores taxas de crescimento *estável* observadas na prática são da ordem de $\mu\text{m}/\text{ciclo}$, sendo que durante a maioria da vida as taxas são melhor medidas em nm/ciclo.

Como em geral as expressões para $f(a)$ podem ser muito complexas mas não apresentam descontinuidades, pode-se tirar proveito da pequena mudança no produto $\sqrt{a}f(a)$ para pequenos incrementos no comprimento da trinca.

Desta forma, em vez de se calcular a cada ciclo $\Delta K_i = \Delta\sigma_i\sqrt{(\pi a_i)}f(a_i)$, o que demandaria grande esforço computacional devido à complexidade algébrica do fator geométrico, pode-se manter este fator constante enquanto \sqrt{a} não variar da (pequena) percentagem especificada pelo usuário.

Há também uma segunda opção para se modelar o efeito dos carregamentos complexos no ViDa 96: pode-se usar o método do valor médio quadrático ΔK_{rms} proposto por Barson & Rolfe [1], seguindo especificamente o algoritmo de Hudson [9]:

$$\Delta K_{rms} = (\sigma_{max,rms} - \sigma_{min,rms})\sqrt{\pi a} \cdot f(a) \quad (8)$$

$$\sigma_{max,rms} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^q (\sigma_{max_i})^2}{q}} \quad (9)$$

$$R_{rms} = \frac{\sigma_{min,rms}}{\sigma_{max,rms}} \quad (10)$$

que permite que o carregamento complexo seja tratado como se fosse de amplitude constante (e igual a ΔK_{rms}). O algoritmo de Hudson foi generalizado para o caso da trinca 3D, seguindo as mesmas idéias já detalhadas acima.

É importante frisar que em todos os modelos discutidos acima a parte negativa dos carregamentos é desconsiderada, já que a trinca não cresce enquanto fechada.

Note-se que ao tratar de carregamentos complexos não estamos nos referindo em separado aos importantes efeitos dos retardo causados por sobrecargas significativas esporadicamente superpostas a carregamentos de outra maneira constantes (fig. 4). Estes efeitos podem ser tão significativos que podem provocar a parada total da trinca [10], e devem ser considerados da forma devida quando necessário.

Entretanto, como nenhum dos modelos clássicos propostos para quantificar estes efeitos conseguiu reconhecimento universal, pela relativamente baixa confiabilidade de suas previsões e pela sua alta complexidade computacional, e como o objetivo do ViDa 96 é fornecer automação para os *métodos tradicionais de projeto à fadiga*, optou-se por não inclui-los nesta versão do programa.

Para se efetuar o cálculo do crescimento ciclo a ciclo é importante introduzir uma pequena mudança na metodologia de contagem *rain-flow*, como indicado na fig. 5, pois os efeitos de ordem do carregamento na propagação das trincas são de duas naturezas distintas:

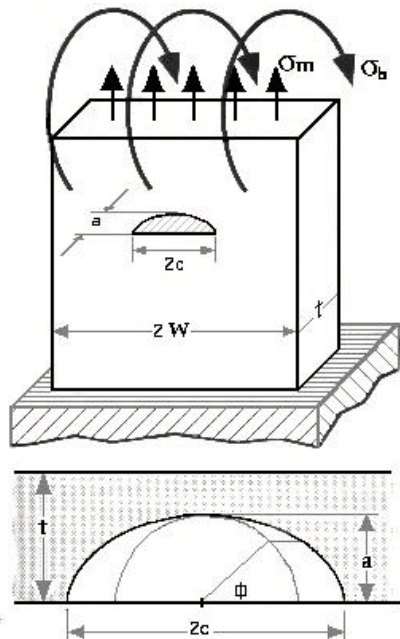


Fig. 1: Trinca superficial semi-elíptica de comprimento $2c$ e profundidade a . A trinca em geral não cresce homologamente da/dc .

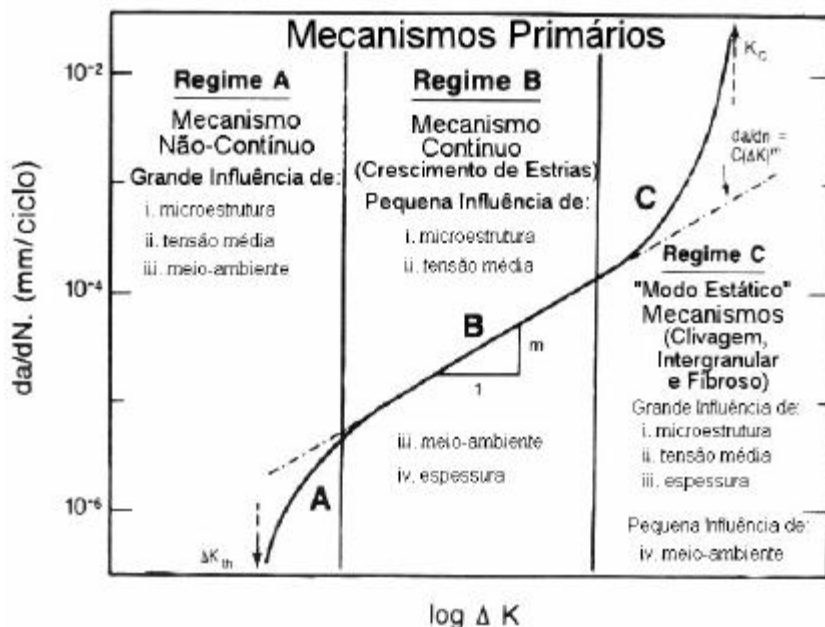


Fig. 2: Esquema típico das curvas de propagação das trincas por fadiga, que são divisíveis em três fases ou regimes distintos, cujas principais características estão brevemente descritas na figura. Em geral é a 1ª fase que controla a vida da peça.

Crescimento de Trinca Bidimensional (da/dN e dc/dN)

Calcular Gráfico Variáveis

Título do cálculo: **calc4**

ΔK_{th} : 7.00E+00 MPa \sqrt{m} Paris A (APa): 6.90E-12 Elber

KIc: 2.50E+02 MPa \sqrt{m} m (mPa): 3.00E+00

Variável	Valor
a	.001
A	.000000001
b	0
B	0
c	.001
d	.4
D	0
h	0
H	0
I	0
L	0
m	3
n	0
p	2
r	.004
s	0
t	.003
v	0
w	1
x	0
y	0
z	0

Trinca Inicial (a): 1.00E-03 m Trinca Final p/ a: 1.00E+00 m

Trinca Inicial (c): 1.00E-03 m Trinca Final p/ c: 1.00E+00 m

(se Trinca Final=0, não usa o critério)

Fator: Gráfico 1 Gráfico 2

Tração: 0 Flexão: 1

da/dN: Forman

Calcular: $A \cdot K^m / [(K/Km)^n \cdot KIc - K]$

Crítério p/ variar \sqrt{a} : variação de 5 % se critério=0%, cálculo ciclo a ciclo [bom p/ K próx. de Kth]

Elber outra equação de da/dN

OK Cancelar

Fig. 3: Tela de entrada do ViDa 96 para acessar os modelos de cálculo de propagação de trincas superficiais e internas.

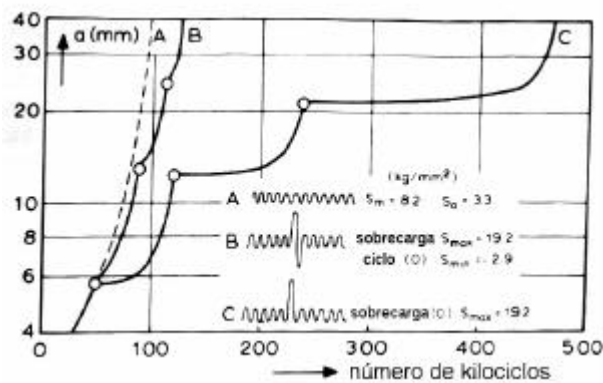


Fig. 4: Esquema do efeito de sobrecargas esporádicas no crescimento subsequente da trinca de fadiga.

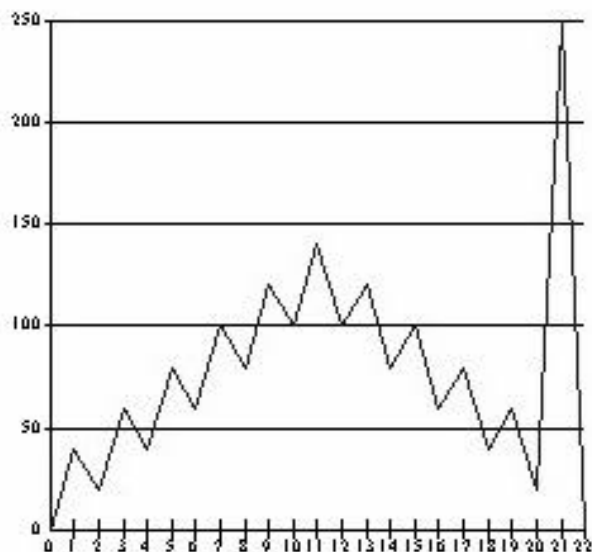


Fig. 5a: Carregamento para ilustrar o problema da contagem *rain-flow* tradicional, a qual antecipa os eventos.

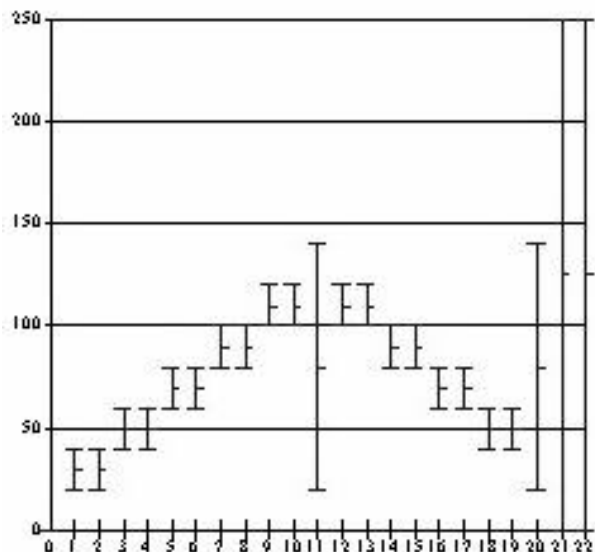


Fig 5b: Cargas médias e alternadas correspondentes ao carregamento acima quando contadas pelo método *rain-flow* sequencial. Note-se que os eventos 21 e 22 estão considerados no momento exato de sua ocorrência.

- os de plasticidade ou correlatos, que podem induzir efeitos de retardo no crescimento subsequente da trinca, e que podem ser causados por fechamento tipo Elber ou por bifurcações, assunto este fascinante mas que, por falta de espaço, tem que ser considerado fora do escopo desta discussão [10], e
- os relacionados com eventos de fratura, que dependem primariamente da relação entre K_{max} e a tenacidade à fratura. Estes últimos são muito mais dramáticos, pois significam a quebra da peça e tem que ser previstos com exatidão.

Note-se que a modificação proposta para ordenar a contagem *rain-flow*, que na sua versão original antecipa os grandes picos do carregamento em relação ao real momento de sua ocorrência, é particularmente útil para tratar este problema, pois evita que não se reconheça um evento de quebra quando o pico de carga ocorre com a trinca grande: este pico só é contabilizado no *instante* de sua ocorrência. Como o programa sempre verifica se $K_{max} < K_{IC}$, elimina-se uma das desvantagens conceituais da contagem tradicional.

A contagem *rain-flow* sequencial não elimina *todos* os problemas de ordenamento causados pelo método tradicional, mas é certamente uma opção recomendável pois apresenta vantagens sobre e não acrescenta dificuldade alguma ao algoritmo de contagem original.

Conclusões

Foram discutidos detalhes das modelagens da propagação de trincas por fadiga sob carregamentos complexos implementadas na linguagem ViDa 96.

Referências

- [1] Barson, J.M. & Rolfe, S.T. "Fracture and Fatigue Control in Structures", Prentice-Hall 87.
- [2] Broek, D. "The Practical Use of Fracture Mechanics", Kluwer 88.
- [3] Anderson, T.L. "Fracture Mechanics", CRC 95.
- [4] Castro, J.T.P.; Giassone, A. & Kenedi, P.P. "Fatigue Propagation of Superficial Cracks in Wet Welds", *Fracture, Fatigue and Life Prediction* (SMIRT 13) pp.21-38, 95.
- [5] Castro, J.T.P.; Giassoni, A. & Kenedi, P.P. "Propagação por Fadiga de Trincas Superficiais e de Canto em Soldas Molhadas", *II Sem.Mec.Fratura*, ABM 96.
- [6] STP 687 "Part-Through Crack Fatigue Life Prediction", Chang, J.B. ed., ASTM 79.
- [7] STP 748 "Methods and Models for Predicting Fatigue Crack Growth Under Random Loading", Chang, J.B & Hudson, C.M. ed., ASTM, 81.
- [8] Meggiolaro, M.A. & Castro, J.T.P. "Desenvolvimentos na Automação do Projeto à Fadiga sob Carregamentos Complexos", *II Sem.Mec.Fratura*, ABM 96.
- [9] Hudson, C.M. "A Root-Mean-Square Approach for Predicting Fatigue Crack Growth under Random Loading", *ASTM STP 748*, pp.41-52, 81.
- [10] Castro, J.T.P. & Parks, D.M. "Decrease in Closure and Delay of Fatigue Crack Growth in Plane Strain", *Scripta Metallurgica* vol.16, pp.1443-1445, 82.

Abstract

The modeling of the plane and the 3D fatigue crack propagation under complex loading problem, and its implementation in the software ViDa 96 is discussed.