PREVISÃO DA VIDA RESIDUAL DE ESTRUTURAS TRINCADAS

Jaime Tupiassú Pinho de Castro
Marco Antonio Meggiolaro*
Departamento de Engenharia Mecânica PUC-Rio
*Atualmente no Mech.Eng.Dept. M.I.T., USA

RESUMO

Este trabalho discute o problema da propagação de trincas por fadiga em modo I sob carregamentos complexos. São estudadas não só as trincas planas, que se propagam uni-dimensionalmente, como também as trincas que se propagam em duas direções, mudando de forma a cada ciclo. São considerados os efeitos de retardo induzidos por sobrecargas, e é discutida a implementação dos diversos modelos na linguagem ViDa 97, recentemente desenvolvida para automatizar o projeto à fadiga por todos os métodos tradicionais de projeto mecânico.

1. INTRODUÇÃO

Este trabalho trata da automação do cálculo da propagação uni (1D) e bi-dimensional (2D) de trincas macroscópicas por fadiga, do ponto de vista do projetista mecânico. Não se limita a complexidade dos carregamentos, cuja amplitude pode variar aleatoriamente no tempo, nem a das regras de propagação das trincas. Também são considerados os efeitos da ordem do carregamento na taxa de propagação das trincas, como os retardos ou paradas subseqüentes a sobrecargas.

A propagação das trincas por fadiga quase sempre segue perpendicular à máxima tensão trativa do carregamento. Como resultado, o modo I de propagação é de longe o mais importante na prática, e será o único tratado neste trabalho. A interação com o meio ambiente e os carregamentos de múltiplas origens, que induzam tensões cujas direções principais variem de forma significativa no tempo, são considerados fora do escopo desta discussão. Da mesma forma não se considera o problema das trincas pequenas, cujo tamanho seja da ordem do parâmetro que caracteriza a anisotropia intrínseca do material (e.g., tamanho de grão), ou da zona plástica associada à trinca ou ao entalhe no qual ela esteja embutida.

Na seqüência deste texto, primeiro apresenta-se o programa ViDa 97, recentemente desenvolvido para automatizar todos os métodos tradicionais de dimensionamento mecânico à fadiga (Meggiolaro & Castro, 96 e 97), dando-se ênfase às suas facilidades de propagação de trincas. A seguir, são discutidos: (i) os problemas da previsão do crescimento da trinca sob carregamentos complexos pelos métodos do valor médio quadrático e do crescimento ciclo a ciclo; (ii) a explicitação das diferenças entre os modelos de propagação 1D e 2D; (iii) as propostas para sua implementação computacional; e (iv) os modelos para considerar os efeitos de interação entre os ciclos do carregamento, como os retardos na taxa de propagação causados por sobrecargas. Por fim, avaliam-se os diversos modelos estudados.

2. O PROGRAMA ViDa 97

O objetivo deste programa é automatizar os cálculos de previsão da vida à fadiga de estruturas que trabalhem sob carregamentos complexos, usando os métodos SN, IIW (para estruturas soldadas) ou εN para prever a iniciação das trincas, e o da/dN para tratar de sua propagação. O programa roda em ambiente Windows, e inclui todas as ferramentas necessárias às previsões de vida residual (como interfaces gráficas intuitivas e amigáveis, bancos de dados inteligentes, contadores *Rain-Flow*, geradores de laços de histerese elastoplástica e de frentes de trincas, ajuste automático de dados experimentais, interpretador de equações, etc.). De particular interesse acadêmico são seus modelos de dano, que introduzem várias melhorias não-triviais nos métodos tradicionais de projeto.

O tratamento do problema da iniciação de trincas já foi descrito alhures (Castro & Meggiolaro, 97). O objetivo deste trabalho é detalhar os modelos de cálculo implementados na versão ViDa 97 para contabilizar a propagação das trincas que crescem uni e bi-dimensionalmente.

A taxa de propagação de trincas por fadiga, da/dN, é controlada primariamente pela gama do fator de intensidade de tensões que atua sobre a peça, $\Delta K = \Delta\sigma\cdot[\sqrt{(\pi a)}\cdot f(a/W)]$, onde $\Delta\sigma$ é a gama das tensões aplicadas, a o comprimento da trinca e W o tamanho característico da peça. A função que quantifica a influência da geometria da peça e da trinca é dada por $[\sqrt{(\pi a)}\cdot f(a/W)]$. Os outros parâmetros que em geral influenciam a taxa da/dN são a carga média, normalmente especificada por $R = K_{min}/K_{max}$, o limiar de propagação de trincas por fadiga, ΔK_{th}, e a tenacidade à fratura, K_c.

O programa calcula o crescimento das trincas por qualquer regra de propagação especificada pelo usuário, $da/dN = F(\Delta K, R, \Delta K_{th}, K_c,...)$ (Castro & Meggiolaro 97).

Os carregamentos podem ser dados por uma lista seqüenciada de picos (σ_{max}) e vales (σ_{min}), ou então pela seqüência equivalente de cargas alternadas (σ_a), médias (σ_m) e número de reversões (n/2). Os dados podem ser digitados ou importados de qualquer arquivo tipo .csv, inclusive os gerados experimentalmente (e.g., através de um *strain-gage* ligado a um sistema de aquisição de dados).

A propagação é calculada a cada evento do carregamento. Um evento é definido por um bloco de carregamento simples, que mantém σ_a e σ_m constantes durante n ciclos, ou a cada i-ésima variação de (σ_{ai}, σ_{mi}) no caso complexo. Em qualquer caso, o programa automaticamente pára os cálculos, e indica o valor dos parâmetros que causaram a parada, se durante o carregamento ocorrer:

- fratura por $K_{max} = K_C$, ou se
- a trinca atingir o tamanho máximo especificado para a trinca final, ou se
- a peça atingir a resistência à ruptura no ligamento residual, ou se
- a taxa da/dN atingir 1 CTOD por ciclo ou 0.1mm/ciclo (acima disto o problema é de fraturamento e não de fissuração por fadiga), ou então se
- uma das fronteiras da peça for atingida pela frente da trinca, no caso das trincas 2D.

Além disto o programa avisa quando há escoamento do ligamento residual antes que seja atingido o valor especificado para o número de ciclos do carregamento, ou para o tamanho máximo da trinca. Desta forma, os valores calculados podem ser usados com a garantia de que o limite de validade dos modelos matemáticos nunca é excedido.

3. MÉTODO DO VALOR MÉDIO QUADRÁTICO

A maneira mais simples de se tratar o problema da previsão da vida à fadiga de uma peça sujeita a um carregamento complexo é substitui-lo por um carregamento de amplitude constante que lhe seja equivalente, no sentido de causar o mesmo crescimento da trinca. Descobriu-se experimentalmente que o valor médio quadrático (rms) da gama do fator de intensidade de tensões, ΔK_{rms}, pode em muitos casos ser usado para este propósito (Barson & Rolfe 87).

Segundo Hudson (81), pode-se calcular ΔK_{rms} a partir dos valores rms dos picos e dos vales das ***tensões*** atuantes sobre as peças. E, já que a trinca não cresce enquanto fechada, a parte negativa dos carregamentos deve ser desconsiderada, isto é, deve-se antes zerar os picos e vales que forem menores que zero, para obter:

$$s_{max_{rms}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{p} (s_{max_i})^2}{p}} \quad \text{e}$$

$$s_{min_{rms}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{q} (s_{min_i})^2}{q}} \ ,$$

$$(s_{max_i}, s_{min_i} \geq 0) \qquad (1)$$

e

$$Ds_{rms} = s_{max_{rms}} - s_{min_{rms}} \ ,$$

$$R_{rms} = \frac{s_{min_{rms}}}{s_{max_{rms}}} \qquad (2)$$

Como no caso geral $\Delta K_{rms} = \Delta\sigma_{rms}\cdot[\sqrt{(\pi a)}\cdot f(a/W)]$, este método trata o problema de propagação substituindo o carregamento complexo por um carregamento simples equivalente de gama ΔK_{rms} e carga média R_{rms}. Logo, a previsão do número de ciclos que a trinca leva para crescer do comprimento inicial a_0 até o final a_f é dada por:

$$N = \int_{a_0}^{a_f} \frac{da}{F(DK_{rms}, R_{rms}, DK_{th}, K_c, \ldots)} \qquad (3)$$

No ViDa 97 pode-se usar uma variação do algoritmo de Simpson para a integração numérica dos carregamentos simples e, por conseguinte, do método ΔK_{rms}. O incremento de trinca δa usado na discretização pode ser especificado pelo usuário a partir de 0.1µm. Também se pode optar pelo uso de um método de degraus ajustáveis por uma variação do comprimento da trinca, como discutido mais abaixo no capítulo sobre o método do crescimento ciclo-a-ciclo.

Neste ponto deve-se mencionar que o valor ΔK_{rms} de um carregamento complexo é similar mas não idêntico ao ΔK de um carregamento simples. Como toda estatística, ΔK_{rms} não reconhece ordem temporal, e não pode perceber problemas como:

- fratura súbita causada por um grande pico durante o carregamento complexo (para que o processo de fraturamento comece, basta que ***num único*** evento $K_{max} = K_c$),
- qualquer interação entre os ciclos do carregamento (e.g., os fenômenos de retardo ou de parada da trinca que podem ocorrer ***após*** sobrecargas),
- ***não se pode garantir a inatividade da trinca mesmo se*** $\Delta K_{rms}(a_0) < \Delta K_{th}(R_{rms})$.

Este último problema é devido aos eventos com $\Delta K_i > \Delta K_{th}$ do carregamento complexo, os quais podem fazer a trinca ir crescendo lentamente. Portanto, como ΔK_i depende tanto de $\Delta\sigma_i$ como do tamanho da trinca a_i ***naquele evento***, mesmo que o valor de $\Delta\sigma_{rms}$ permaneça constante não se pode garantir o mesmo para ΔK_{rms}.

A equação (3) só se aplica às trincas 1D, mas na prática muitas vezes é necessário estudar trincas superficiais, de canto ou internas. Estas trincas se propagam em 2D de forma ***não*** homóloga, tendendo a mudar de forma a cada ciclo, pois as taxas dependem de ΔK, e em geral ΔK varia de ponto para ponto da ponta das trincas. Há expressões analíticas para o fator de intensidade de tensões de algumas trincas 2D. Nos casos em que as trincas têm forma elipsoidal, e estão embutidas numa placa de largura 2W e espessura t, ΔK é função de $\Delta\sigma$, a, a/c, a/t, c/W e Φ (Newman 79, Newman & Raju 84, Anderson 95), onde a, c e Φ são definidos na figura 1.

O problema da propagação 2D das trincas elipsoidais sob carregamentos simples foi recentemente discutido em Castro et al. (97). Sua solução baseia-se em observações fratográficas, que indicam que as sucessivas frentes daquelas trincas permanecem aproximadamente elípticas durante a propagação por fadiga. Devido a isto, na modelagem pode-se assumir que a propagação muda apenas a forma das trincas (dada pela razão a/c entre os semi-eixos elípticos, que quantifica quão alongadas são as trincas), mas ***conserva*** a sua geometria elipsoidal básica.

Como uma elipse é completamente definida por seus dois semi-eixos, para se considerar o crescimento 2D destas trincas, incluindo suas mudanças de forma, basta calcular a cada ciclo os comprimentos a e c, resolvendo ***acopladamente*** os problemas de propagação da/dN e dc/dN.

Para exemplificar o caso mais simples deste tipo de problema, analisa-se a trinca semi-elíptica que tem a < c e é solicitada por uma gama de tração pura $\Delta\sigma$. Da solução de Newman & Raju obtém-se:

$$\Delta K(c) = \Delta K(a)\cdot\sqrt{\frac{a}{c}}\cdot\left[1.1 + 0.35(a/t)^2\right] \qquad (4)$$

Como visto na figura 1, $\Delta K(a) = \Delta\sigma\cdot[\sqrt{(\pi a)}\cdot f_a(a/c,a/t,c/W)]$ é uma função complicada, mas a razão $\Delta K(a)/\Delta K(c)$ é relativamente simples, e permite que se visualize as idéias básicas da metodologia. São dados o tipo e o tamanho inicial da trinca a_0 e c_0, a geometria da barra, as propriedades mecânicas e a regra $da/dN = F(\Delta K, R, \Delta K_{th}, K_c, ...)$ do material. Também especifica-se um pequeno incremento δa (50μm, cerca do limiar de resolução dos métodos de medição das trincas em testes de fadiga, pode ser uma boa escolha tanto do ponto de vista físico quanto numérico). Do carregamento complexo obtém-se σ_{rms} e R_{rms}. Em seguida calcula-se:

$$\Delta K_{rms}(a_0) = \Delta\sigma_{rms}\cdot[\sqrt{(\pi a_0)}\cdot f_a(a_0/c_0,a_0/t,c_0/W)] \qquad (5)$$

O número de ciclos N_0 que a trinca leva para crescer de a_0 até $a_0+\delta a$ é dado por:

$$N_0 = \frac{da}{F(\Delta K_{rms}(a_0), R_{rms}, \Delta K_{th}, K_c, \ldots)} \qquad (6)$$

$\Delta K_{rms}(c_0)$ pode ser calculado por uma expressão similar à (5), ou então usando-se a equação (4). E o correspondente crescimento na direção do semi-eixo c, δc_0, é dado por:

$$\boldsymbol{\delta c_0 = N_0\cdot F(\Delta K_{rms}(c_0), R_{rms}, \Delta K_{th}, K_c, \ldots)} \qquad (7)$$

O processo iterage fazendo $\Delta K_{rms}(a_1) = \Delta K_{rms}(a_0+\delta a)$, depois $N_1 = \delta a/F(\Delta K_{rms}(a_1),R_{rms},\Delta K_{th},K_c,...)$, etc. A precisão numérica da metodologia pode ser ajustada pelo valor de δa.

Quando comparada com o caso 1D, a aplicação do método ΔK_{rms} ao problema 2D é mais trabalhosa e usa um método de integração menos eficiente, mas não apresenta dificuldades conceituais suplementares. Entretanto, deve-se notar que a propagação em 2D apresenta algumas características próprias que a diferenciam do caso 1D. Como já mencionado, o caso do carregamento simples foi explorado em Castro et al. (97), e só vale a pena repetir aqui seus fundamentos. Como estas trincas tem um valor para $\Delta K(a)$ e outro para $\Delta K(c)$, podem-se identificar três casos de propagação 2D:

1) $\Delta K(a_0)$ e $\Delta K(c_0) > \Delta K_{th}$: a trinca propaga em ambas as direções, mudando de forma a cada ciclo na dependência da razão instantânea $\Delta K(a_i)/\Delta K(c_i)$.
2) $\Delta K(a_0) > \Delta K_{th}$ e $\Delta K(c_0) < \Delta K_{th}$: a trinca só cresce na direção a, até que $\Delta K(c_0)$ atinja ΔK_{th}, quando então o caso 1 se repete. Há entretanto casos patológicos nos quais $\Delta K(a)$ decresce com a, e uma trinca pode começar se propagando e depois parar.
3) $\Delta K(a_0)$ e $\Delta K(c_0) < \Delta K_{th}$: a trinca não propaga.

No caso do carregamento complexo há outros detalhes a considerar. Por exemplo, não se pode garantir a inatividade de uma trinca 2D se $\Delta K_{rms}(a_0)$ e $\Delta K_{rms}(c_0) < \Delta K_{th}(R_{rms})$. Mas, devido às limitações de espaço, deixa-se o estudo deste tipo de problemas para um trabalho posterior.

Para concluir, vale a pena lembrar que o método ΔK_{rms} é a maneira mais simples de se tratar um carregamento complexo, mas só deve ser usado, como aliás ocorre com qualquer modelo, com a devida apreciação de suas limitações.

4. MÉTODO DO CRESCIMENTO CICLO-A-CICLO

A idéia básica deste método é associar a cada reversão do carregamento o crescimento que a trinca teria se só aquele 1/2 ciclo atuasse sobre a peça, desprezando os efeitos de interação entre os diversos eventos de um carregamento complexo (como retardos ou paradas de crescimento causados por picos de sobrecarga): Sendo $da/dN = F(\Delta K, R, \Delta K_{th}, K_c, ...)$, se no i-ésimo 1/2 ciclo do carregamento o comprimento da trinca é a_i, a gama de tensão atuante é $\Delta\sigma_i$ e a carga média é $R_i = R(\Delta\sigma_i, \sigma_{max_i})$, então a trinca cresce de δa_i dado por:

$$da_i = \frac{1}{2}\cdot F(\Delta K(\Delta\sigma_i, a_i), R(\Delta\sigma_i, \sigma_{max_i}), \Delta K_{th}, K_c \ldots) \qquad (8)$$

O crescimento da trinca é quantificado pelo $\Sigma(\delta a_i)$. Esta regra é similar em conceito ao acúmulo linear de dano usado nos métodos SN e εN. E, da mesma forma que naqueles métodos, requer que ***todos*** os eventos que causem dano à peça sejam reconhecidos antes de se efetuar o cálculo. Para isto deve-se primeiro fazer uma contagem tipo *rain-flow* do carregamento, para só então se calcular o crescimento da trinca por fadiga.

Entretanto, este tipo de contagem ***altera a ordem*** dos carregamentos, como mostrado na figura 2. Isto pode causar sérios problemas nas previsões, pois os efeitos de ordem do carregamento na propagação das trincas são de ***duas*** naturezas distintas:

- Os efeitos de ***interação*** entre os ciclos do carregamento, que alteram o crescimento subseqüente da trinca, e que podem ser causados por fechamento tipo Elber ou por bifurcações da frente da trinca (Castro 82, Suresh 91).
- Os relacionados com eventos de fratura, que dependem primariamente da relação entre K_{max} e K_c. Estes últimos são muito mais dramáticos, pois significam a quebra da peça e têm que ser previstos com exatidão.

Como a entrada dos carregamentos no ViDa 97 é seqüencial, ela preserva as informações de ordem temporal que são perdidas quando se geram estatísticas do carregamento. Para tirar partido desta facilidade, foi introduzida naquele programa a opção de se efetuar a contagem *rain-flow* de forma seqüenciada. Com esta nova técnica, o efeito de cada grande evento é contado no momento em que ele ocorre (e não ***antes*** de sua ocorrência, como no método tradicional). A idéia é explicada na figura 2. A principal vantagem da contagem *rain-flow* seqüencial é evitar a aplicação antecipada de sobrecargas, o que pode causar previsões ***não***-conservativas na propagação de trincas (como K(σ,a) em geral cresce com a trinca, uma mesma carga

aplicada quando a trinca é grande é mais danosa do que quando a trinca é pequena).
A contagem *rain-flow* seqüencial não elimina todos os problemas de ordenamento causados pelo método tradicional, mas é certamente uma opção recomendável pois apresenta vantagens sobre, e não acrescenta dificuldade alguma ao algoritmo de contagem original.

Como discutido no método ΔK_{rms}, nos cálculos a parte negativa dos carregamentos deve ser desconsiderada, isto é, deve-se zerar os picos e vales que forem compressivos. E na implementação numérica do tratamento dos carregamentos, um outro tipo de filtragem também pode ser útil: a opção de filtragem do carregamento em amplitude segundo um patamar ajustável, seguindo a idéia do método *race-track* (Meggiolaro & Castro, 96 e 97). A filtragem em amplitude pode diminuir significativamente o esforço computacional nos cálculos de dano à fadiga sob carregamentos de longa duração. Mas este procedimento é não-conservativo, porque ***despreza*** carregamentos. Um problema deste recurso é causado pelo fato de ΔK depender não só das cargas, mas também do tamanho da trinca. Logo, seu valor ***não*** está disponível antes dos cálculos de propagação. Em conseqüência, a regra conservativa é limitar o corte do carregamento aos pares ($\Delta\sigma_i$, R_i) que causem $\Delta K(a_f) < \Delta K_{th}(R_i)$, onde a_f é o comprimento final esperado para a trinca. (Mas na prática pode ser mais fácil experimentar numericamente com patamares de corte decrescentes, até não haver mais variação significativa nos cálculos).

A implementação computacional da equação (8), mesmo com a pre-zeragem dos picos e vales compressivos e com a filtragem em amplitude, não é numericamente eficiente. Por isto introduziu-se no ViDa 97 uma facilidade adicional para diminuir o tempo de computação: a opção de se especificar uma (pequena) percentagem de variação no comprimento da trinca (na realidade um $\delta(\sqrt{a})$), para só então mudar o valor do fator geométrico de ΔK usado nos cálculos.

Como $\Delta K = \Delta\sigma\cdot[\sqrt{(\pi a)}\cdot f(a/W)]$, onde $f(a/W)$ é um fator (geralmente complicado) que só depende da geometria da peça e não do carregamento, pode-se dizer que a variação do fator de intensidade de tensões ΔK_i a cada reversão do carregamento depende de duas variáveis de natureza diferente:

1. da variação da tensão naquele evento $\Delta\sigma_i$, e
2. do comprimento da trinca a_i naquele ***instante***.

É claro que $\Delta\sigma_i$ pode variar bastante a cada reversão quando o carregamento é complexo, mas as trincas ***sempre*** se propagam muito devagar por fadiga. De fato, as maiores taxas de crescimento estável observadas na prática são da ordem de μm/ciclo, sendo que durante a maioria da vida as taxas são melhor medidas em nm/ciclo. E, como em geral as expressões para $f(a/W)$ não apresentam descontinuidades, pode-se tirar proveito da pequena mudança no produto $[\sqrt{(\pi a)}\cdot f(a/W)]$ para pequenos incrementos no comprimento da trinca.

Desta forma, em vez de se calcular a cada ciclo o valor de $\Delta K_i = \Delta\sigma_i\cdot[\sqrt{(\pi a_i)}\cdot f(a_i/W)]$, o que demandaria grande esforço computacional, pode-se manter o produto $[\sqrt{(\pi a_i)}\cdot f(a_i/W)]$ constante enquanto a $\sqrt{a}$ não variar da (pequena) percentagem especificada pelo usuário. Os erros deste procedimento são não-conservativos, mas decrescem rapidamente com a diminuição do valor especificado para $\delta(\sqrt{a})$. E, como no caso da filtragem em amplitude, é mais fácil começar com um valor mais alto para minimizar os tempos de computação (no programa o máximo valor de $\delta(\sqrt{a})$ é limitado em 5%), e experimentar numericamente para achar o valor mais conveniente.

O problema do crescimento em 2D é tratado de forma similar ao método ΔK_{rms}. No i-ésimo evento do carregamento a trinca elipsoidal tem semi-eixos de comprimento (a_i, c_i), aos quais correspondem $\Delta K(a_i) = \Delta\sigma_i\cdot[\sqrt{(\pi a_i)}\cdot f_a(a_i/c_i,a_i/t,c_i/W)]$ e $\Delta K(c_i) = \Delta\sigma_i\cdot[\sqrt{(\pi a_i)}\cdot f_c(a_i/c_i,a_i/t,c_i/W)]$. (Note que $\Delta K(c_i)$ depende de a_i ***mesmo***). Se $da/dN = F(\Delta K, R, \Delta K_{th}, K_c, ...)$, o crescimento da trinca neste 1/2 ciclo é dado por:

$$da_i = \frac{1}{2} F(DK(Ds_i, a_i, f_a), R(Ds_i, s_{max_i}), DK_{th}, K_c) \quad (9)$$

e

$$dc_i = \frac{1}{2} F(DK(Ds_i, a_i, f_c), R(Ds_i, s_{max_i}), DK_{th}, K_c) \quad (10)$$

O crescimento da trinca é calculado pela solução ***simultânea*** de $\Sigma\delta a_i$ e $\Sigma\delta c_i$. Desta forma, ambos os incrementos δa_i e δc_i dependem de a_i e de c_i, o que caracteriza o crescimento acoplado destas trincas. As mesmas observações feitas acima sobre a filtragem e a contagem do carregamento também se aplicam ao crescimento 2D. Da mesma forma, a manutenção de $\sqrt{(\pi a)}\cdot f_a$ e $\sqrt{(\pi a)}\cdot f_c$ constantes dentro de um pequeno $\delta(\sqrt{a})$ é muito útil no cálculo 2D, pois em geral as expressões para f_a e f_c são muito complexas, e demandam grande esforço numérico. Mas, fora a complexidade computacional, o problema 2D não apresenta dificuldades conceituais suplementares.

5. PROBLEMAS DE INTERAÇÃO ENTRE CICLOS

Problemas de interação entre ciclos podem ter efeito significativo na previsão do crescimento das trincas de fadiga. Sobrecargas trativas, aplicadas sobre carregamentos cuja amplitude de outra maneira permaneça constante (ver figura 3), podem causar retardos ou paradas no crescimento, e até sobrecargas compressivas podem afetar a taxa de propagação subseqüente. Desprezar estes efeitos nos cálculos da vida à fadiga pode invalidar completamente as previsões. De fato, em muitos casos práticos, só considerando os efeitos de retardo pode-se justificar a vida atingida pelas estruturas. Entretanto, a geração de um algoritmo universal para contabilizar estes efeitos é particularmente difícil, devido à quantidade e à complexidade dos mecanismos envolvidos. Dentre os mecanismos mencionados na literatura, destacam-se:

- fechamento da trinca induzido por plasticidade,
- cegamento e/ou bifurcação da ponta da trinca,
- tensões e/ou deformações residuais,
- encruamento,
- rugosidade superficial,
- oxidação das faces da trinca.

Vários destes mecanismos podem atuar concomitante ou concorrentemente na fenomenologia de cada problema em particular. Além disto, dependendo de fatores como:

- tamanho da trinca,
- microestrutura do material,
- estado de tensões dominante, e
- meio ambiente,

a importância relativa dos diversos mecanismos pode variar. A discussão detalhada desta fenomenologia não cabe neste trabalho (uma revisão sucinta do problema pode ser encontrada em Suresh 91).

Aqui só vale a pena mencionar que persistem muitos mitos nesta área, como atribuir às sobrecargas variações significativas no estado de ***tensões residuais na ponta*** de uma trinca. Isto é mecanicamente ***impossível***, devido ao K_t extremamente alto de qualquer trinca de fadiga. As tensões atuantes próximo da ponta de uma trinca ***sempre*** induzem escoamento trativo no carregamento e compressivo no descarregamento durante a sua propagação por fadiga, o que impede variações de monta nas tensões residuais lá atuantes.

A principal característica das trincas de fadiga é se propagarem cortando um material que já foi ciclicamente deformado pela zona plástica que acompanha suas pontas. Desta forma, as trincas de fadiga não se assemelham a cortes de serra de espessura zero, que deixam o material do resto da peça intocado. Ao contrário, as faces da trinca ficam embutidas num envelope de deformações (plásticas) residuais trativas e, conseqüentemente as trincas:

- ***comprimem*** as suas faces quando completamente descarregadas, e
- só se abrem aliviando de uma forma progressiva a carga transmitida pelas suas faces.

Quanto maior for a carga de abertura da trinca, K_{ab}, menor será o valor efetivo de ΔK, $\Delta K_{ef} = K_{max} - K_{ab}$, e este em vez de ΔK seria na realidade o principal parâmetro controlador da taxa da/dN. Este conceito foi introduzido por Elber em 71, e os modelos mais comuns dos efeitos de retardo induzidos por sobrecargas na taxa de propagação de trincas por fadiga são, ainda que indiretamente, nele baseados. Isto implica na suposição que o principal mecanismo de retardo é o fechamento da trinca induzido por plasticidade: nestes casos, a carga de abertura aumenta quando a trinca penetra na zona plástica hipertrofiada pela sobrecarga, o que diminui o valor de ΔK_{ef}, retardando ou parando a trinca. Desta forma, prevê-se interação enquanto as zonas plásticas associadas ao carregamento estiverem contidas na zona plástica da sobrecarga.

Mas é muito importante enfatizar que este ***não*** é de forma nenhuma o ***único*** mecanismo causador de retardos. Na figura 4, por exemplo, ve-se que tanto antes quanto após as sobrecargas $\Delta K_{ef} = \Delta K$, devido ao alto R (Castro 82). Além disto, com R baixos Castro & Parks (82) mostraram que, sob condições de ***deformação plana*** dominante, a carga de abertura ***diminui*** após uma sobrecarga, e mesmo assim as trincas retardam ou param (ver figura 5). Aqueles testes foram feitos num aço 2.25Cr-1Mo, sob um $\Delta K = 10MPa\sqrt{m}$ constante (ponto correspondente ao início da fase II da curva da/dN vs. ΔK, ver Castro & Meggiolaro 97), e mantendo o tamanho da zona plástica da sobrecarga $ZP_{sc} << B$, a espessura do corpo de prova. O principal mecanismo de retardo nestes casos é a bifurcação da ponta da trinca.

O modelo de Wheeler é o mais conhecido dos modelos de retardo (ver, e.g., Broek 88). O modelo é simplista e assume, meio arbitrariamente, que enquanto a zona plástica de um carregamento estiver embutida na de uma sobrecarga, o retardo depende da distância da fronteira da zona plástica da sobrecarga à ponta da trinca, ver figura 6. O retardo é máximo logo após a sobrecarga, e deixa de existir (isto é, tende para 1) quando a fronteira da zona plástica da trinca chega à da sobrecarga. Sendo a_{sc} e a_i os tamanhos da trinca no instante da sobrecarga e no i-ésimo ciclo, ZP_{sc} e ZP_i os respectivos tamanhos das zonas plásticas, e $(da/dN)ret_i$ e $(da/dN)_i$ as taxas retardada e na qual a trinca estaria crescendo no i-ésimo ciclo se não tivesse havido a sobrecarga, então:

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{ret_i} = \left(\frac{da}{dN}\right)_i \cdot \left(\frac{ZP_i}{a_{sc} + ZP_{sc} - a_i}\right)^{\beta}, \; a_i + ZP_i < a_{sc} + ZP_{sc} \quad (11)$$

onde β é uma constante experimentalmente ajustável. Broek (86, 88) cita dados de Wheeler para aços ($\beta = 1.43$) e para Ti-6AL-4V ($\beta = 3.4$), e afirma que $0 < \beta_{típicos} < 2$.

Note-se que este modelo não pode prever a parada das trincas. Como $ZP \approx (K_{max}/S_y)^2$, o máximo valor do retardo previsto ocorre imediatamente após a aplicação da sobrecarga, e vale $(K_{max}/K_{sc})^{2\beta} = (\sigma_{max}/\sigma_{sc})^{2\beta}$, onde σ_{max} é o máximo valor da tensão atuante no ciclo posterior à sobrecarga, e σ_{sc} é o valor de pico da sobrecarga. Desta forma, a fenomenologia do problema de interação entre os ciclos de um carregamento complexo não é completamente reproduzível pelo modelo original de Wheeler. Para modelar além dos retardos também a parada das trincas, uma modificação razoável é usar o parâmetro de Wheeler para multiplicar o valor de ΔK, em vez do valor de da/dN subseqüente à sobrecarga:

$$\Delta K_{ret}(a_i) = \Delta K(a_i) \cdot \left(\frac{ZP_i}{a_{sc} + ZP_{sc} - a_i}\right)^{\gamma}, \; a_i + ZP_i < a_{sc} + ZP_{sc} \quad (12)$$

onde $\Delta K(a_i)$ é o valor do fator de intensidade de tensões que corresponderia ao comprimento a_i da trinca caso não houvesse retardo, e $\Delta K_{ret}(a_i)$ é o valor correspondente reduzido pelo efeito da sobrecarga. É claro que o valor de γ neste caso pode ser diferente que o de β no modelo original, mas desta forma pode-se usar qualquer das regras de propagação que reconheçam ΔK_{th} para prever a parada das trincas após uma sobrecarga de amplitude suficiente (que cause $\Delta K_{ret} < \Delta K_{th}$).

A implementação das equações de retardo num modelo de crescimento ciclo-a-ciclo não é conceitualmente difícil, mas requer esforço computacional considerável. A figura 7 apresenta-se um fluxograma simplificado do algoritmo de cálculo usado no ViDa 97. O fluxograma engloba o modelo linear e os modelos de retardo discutidos acima, que requerem alguns cuidados que devem ser mencionados: (i) O incremento de trinca para efeito do cálculo atrelado ao filtro $\delta(\sqrt{a})$ pode ser maior do que a $(ZP_{sc} - ZP_i)$, pois o tamanho físico das zonas plásticas em relação ao tamanho da trinca pode ser muito pequeno. Mas só se pode quantificar o gradiente de propagação que ocorre dentro da ZP_{sc} através da sua subdivisão em vários domínios numéricos. Por isto, na implementação do fluxograma da figura 7, tomou-se o cuidado de ajustar a função geométrica de ΔK a incrementos de $\sqrt{a}$ ou de $(ZP_{sc} - ZP_i)/\alpha$, o que for menor, onde α é uma constante especificável pelo usuário. (ii) Para economizar *muito* tempo de computação, vale a pena introduzir um filtro de sobrecargas que, quando pequenas, não causam retardos experimentalmente detectáveis, logo não precisam ser numericamente consideradas. Desta forma, se $\sigma_j/\sigma_{j-1} < \alpha'$, onde σ_{j-1} e σ_j são picos sucessivos do carregamento, não é preciso ativar a previsão dos retardos. Segundo Castro (82), variações de até 25 a 30% podem ser consideradas pequenas, portanto, na ausência de informações mais precisas, a escolha de um valor da ordem de 1.25 para α' pode ser razoável.

Por fim, vale a pena lembrar que a fronteira da zona plástica avança com a trinca. Desta forma, no caso de carregamentos complexos, a fronteira controladora dos retardos vai avançando a medida que novas sobrecargas induzem zonas plásticas grandes o suficiente para cruzar a anteriormente vigente.

Há vários outros modelos de retardo disponíveis na literatura (Chang & Hudson 81, e.g.), mas nenhum deles foi reconhecido como possuidor de vantagens definitivas sobre os modelos mais simples discutidos acima. É claro que aquelas equações são simplistas demais para modelar todas as ***causas*** dos efeitos de retardo, um problema cuja complexidade mecanística é muito grande. Mas, como modelos de engenharia ajustáveis empiricamente, elas ***reproduzem a fenomenologia do crescimento de trinca sob carregamentos complexos***. Em particular, a equação (12) pode modelar os retardos e paradas mostrados nas figuras 4 e 5, cujo mecanismo primordial já citado é bifurcação e não fechamento por plasticidade.

Da mesma forma que se mede experimentalmente uma curva da/dN vs. ΔK, e se ajusta um modelo de propagação aos dados obtidos, pode-se calibrar os expoentes das equações (11) ou (12) através de testes. (Broek, ao discutir o uso *prático* da Mecânica da Fratura (88), recomenda este procedimento). Desta forma, tanto o modelo de Wheeler, quanto a modificação aqui proposta, podem ser muito úteis para se quantificar os efeitos de interação entre ciclos na previsão da vida residual de peças e estruturas.

Usando estes mesmos conceitos, também se pode modelar os problemas de interação entre ciclos no crescimento 2D das trincas elipsoidais sob carregamento complexo. A idéia é manter a hipótese fundamental da preservação da geometria elipsoidal apesar da mudança da forma das trincas a cada ciclo. Desta forma o problema se resume de novo à "simples" contabilidade do crescimento acoplado dos semi-eixos a e c. Entretanto, como o tamanho das zonas plásticas depende do valor de ΔK, e como em geral $\Delta K(a) \neq \Delta K(c)$, os efeitos de retardo no crescimento 2D podem ser diferentes em cada direção, mas fora isto não há dificuldades adicionais. Assim, após cada sobrecarga calcula-se o valor de $\Delta K_{ret}(a_i)$ e de $\Delta K_{ret}(c_i)$ por:

$$DK_{ret}(a_i) = DK(a_i)\cdot\left(\frac{ZP(a_i)}{a_{sc}+ZP(a_{sc})-a_i}\right)^g \ , \quad a_i + ZP(a_i) < a_{sc} + ZP(a_{sc}) \qquad (13)$$

e

$$DK_{ret}(c_i) = DK(c_i)\cdot\left(\frac{ZP(c_i)}{c_{sc}+ZP(c_{sc})-c_i}\right)^g \ , \quad c_i + ZP(c_i) < c_{sc} + ZP(c_{sc}) \qquad (14)$$

De posse destes valores, pode-se facilmente calcular os crescimentos da trinca nas direções dos dois semi-eixos elípticos durante o i-ésimo 1/2 ciclo do carregamento por:

$$da_i = \frac{1}{2}\cdot F(DK_{ret}(Ds_i, a_i, f_a), R(Ds_i, s_{max_i}), DK_{th}, K_c, \ldots) \qquad (15)$$

$$dc_i = \frac{1}{2}\cdot F(DK_{ret}(Ds_i, a_i, f_c), R(Ds_i, s_{max_i}), DK_{th}, K_c, \ldots) \qquad (16)$$

Só o modelo de Wheeler modificado é explicitado acima, pois só com ele é possível reproduzir toda a fenomenologia da interação entre os ciclos de um carregamento complexo, incluindo as paradas e retomadas do crescimento da trinca.

Vale a pena notar que o problema da modelagem da propagação 2D com retardos é particularmente fascinante, pois é fácil antever diversos comportamentos não triviais como, e.g., o possível ancoramento parcial da trinca pela indução de um $\Delta K_{ret}(c_i) < \Delta K_{th}$ enquanto $\Delta K_{ret}(a_i) > \Delta K_{th}$. Mas uma discussão destes problemas fica para um próximo trabalho.

Por fim, deve-se mencionar que todos os problemas relacionados com a filtragem para diminuir o esforço computacional, incluindo os problemas geométricos ($\sqrt{a}$ e $(ZP_{sc} - ZP_i)/\alpha$) e de amplitude ($\sigma_j/\sigma_{j-1} < \alpha'$) discutidos acima em relação ao crescimento 1D, também se aplicam ao caso 2D.

6. ALGUNS COMENTÁRIOS SOBRE REGRAS da/dN

As curvas típicas de propagação de trincas por fadiga, quando plotadas na forma de log(da/dN) vs. log(ΔK), possuem uma forma sigmoidal característica com três fases bem distintas, como ilustrado na figura 8: a fase inicial, ou fase I, cuja derivada é decrescente, a mediana ou fase II, com derivada constante, e a final ou fase III, de derivada crescente.

A fase I da curva da/dN vs. ΔK é caracterizada por mecanismos descontínuos de crescimento e pela existência de um limiar de propagação ΔK_{th}, abaixo do qual os carregamentos não causam dano à peça trincada e a trinca não se propaga. Esta fase é muito sensível à carga média, à microestrutura do material e ao meio ambiente.

O valor de ΔK_{th} é fortemente influenciado pelo fenômeno do fechamento das trincas de fadiga (Elber 71). Este fenômeno é causado pela principal característica daquelas trincas: elas se propagam cortando o material que já foi ciclicamente deformado pela zona plástica que acompanha suas pontas. Desta forma, as trincas de fadiga não se assemelham a cortes de serra de espessura zero, que deixam o material do resto da peça intocado. Ao contrário, as faces da trinca ficam embutidas num envelope de deformações (plásticas) residuais trativas e, conseqüentemente:

- As trincas de fadiga *comprimem* as suas faces quando completamente descarregadas (e é por isto que sua detecção é trabalhosa na prática).
- As trincas de fadiga só se abrem aliviando de forma progressiva a carga transmitida pelas suas faces. A abertura da trinca se dá no sentido da superfície da peça para a sua ponta, como indicado pelo decréscimo aparente da rigidez observado naquela figura. Logo, é necessário uma carga P_{ab}, finita e maior que zero, para abrir completamente uma trinca de fadiga.

Quanto maior for a carga de abertura da trinca, maior será ΔK_{th}. Esta influência pode ser facilmente explicada do ponto de vista fenomenológico: para que uma trinca avance por fadiga o material à sua frente de sua ponta precisa ser deformado ciclicamente e, como a ponta da trinca só pode ser deformada após a sua abertura total, então ela só pode crescer por fadiga (pelo menos em modo I) depois de completamente aberta.

Por isto a fase I da curva da/dN vs. ΔK é muito sensível à carga média. A medida que esta aumenta, o valor de $K_{max} - K_{ab}$ cresce para um dado ΔK, logo menor o valor de $\Delta K_{th}(R)$. (K_{ab} é o fator de intensidade de tensões que abre completamente a trinca, e o símbolo ΔK_{th}, sem especificação do valor da carga média, só é usado para $R = K_{min}/K_{max} = 0$).

Além disto, como vários mecanismos além da plasticidade podem influenciar a carga de abertura da trinca (rugosidade e oxidação das faces da trinca, transformação de fase induzida por deformação na região plástica que acompanha a trinca, e entupimento da trinca por fluidos viscosos, ver, e.g., Suresh 91), a fase I também é sensível à microestrutura do material e ao meio ambiente.

Na fase II das curvas da/dN vs ΔK típicas o crescimento das trincas é controlado por mecanismos contínuos, pouco sensíveis à microestrutura, à carga média, ao meio ambiente e à espessura da peça. Do ponto de vista fratográfico, é nesta fase que se observam as características estrias de fadiga.

A gama das deformações elastoplásticas cíclicas que acompanha as pontas das trincas de fadiga controla o principal mecanismo de crescimento na fase II. E a regra de Paris funciona bem nesta fase porque: (i) ΔK é diretamente correlacionável com a gama das deformações cíclicas, e (ii) a carga de abertura e a tenacidade do material pouco influem nas taxas de propagação. De fato, pode-se idealizar o trincamento como sendo provocado pela quebra sucessiva, a cada ciclo do carregamento, de pequenos corpos de prova do tipo εN, cada um com largura igual ao avanço da trinca por ciclo (da), como sugerido pelas estrias observadas por microscopia eletrônica. Estes CPs idealizados são submetidos a um carregamento crescente, a medida que a ponta da trinca deles se aproxima, e quebram quando acumulam o dano crítico que o material pode suportar (Castro & Kenedi 95).

A partir deste modelo, pode-se justificar mecanisticamente porque a taxa da/dN na região de Paris é pouco sensível à carga média, aos detalhes microestruturais, ao meio ambiente e à geometria da peça: os efeitos destes parâmetros têm importância secundária quando a fadiga é controlada por grandes deformações plásticas cíclicas, exatamente como observado nos testes εN.

Entretanto, deve-se notar que este tipo de racionalização, apesar do apelo didático, não pode descrever toda a complexidade do problema: o trincamento ocorre numa escala dimensional onde a mecânica (isotrópica) usada para descrever os testes εN não pode ser aplicada indiscriminadamente. (Na região de Paris as taxas de crescimento das trincas vão, a grosso modo, de nm a μm/ciclo, e são em geral muito menores que o tamanho de grão dos materiais estruturais metálicos). É por isto que os testes de propagação de trincas ainda são indispensáveis, e que modelar a curva da/dN vs. ΔK *medida* é muito mais útil do que modelar as suas *causas*.

A fase III reflete a proximidade ou da propagação instável da trinca ou do rasgamento da peça, que ocorre quando o valor de K_{max} atinge a sua tenacidade à fratura. A falha final da peça se dá por um processo brusco que deve ser chamado de *fraturamento*, para diferencia-lo do lento trincamento por fadiga, que é progressivo e estável. O fraturamento pode ocorrer por mecanismos dúcteis (cavitação e coalescência de vazios, e.g.) ou frágeis (clivagem), enquanto que o trincamento forma as estrias sucessivas características das superfícies das trincas de fadiga.

Deve-se notar que a tenacidade à fratura pode depender não apenas do material mas também da geometria da peça. Mesmo sob condições de carregamento predominantemente lineares elásticas, a tenacidade só é uma verdadeira propriedade mecânica (quantificada por K_{Ic}) quando o estado de tensões próximo da ponta da trinca for dominado por condições de deformação plana. Quando as condições lineares elásticas dominantes forem de tensão plana, a tenacidade depende da espessura t da peça (e é quantificada por $K_c(t)$).

Além disto, se no fraturamento o tamanho da zona plástica no entorno da ponta da trinca não for desprezível frente às outras dimensões da peça, deve-se usar a Mecânica da Fratura Elastoplástica para quantificar a sua tenacidade (pela energia absorvida por unidade de área de trinca no início do rasgamento, J_{Ic}, ou pela correspondente abertura máxima da ponta da trinca, $CTOD_i$). Nestes casos, pode até não haver sentido em correlacionar da/dN com ΔK para descrever o trincamento na fase III, pois ΔK é um parâmetro linear elástico. Mas, mesmo que a falha final ocorra em condições elastoplásticas, deve-se enfatizar que as fases I e II do trincamento por fadiga podem ser relacionadas a cargas nas quais o conceito de ΔK é válido.

A transição da fase I para a II se dá tipicamente com taxas de propagação entre 10^{-10} e 10^{-8} m/ciclo, e da fase II para a III com da/dN entre 10^{-6} a 10^{-4} m/ciclo. O que nem sempre é devidamente reconhecido é que a fase I é sempre muito mais importante do que a III, e freqüentemente muito mais relevante do que a própria fase II, para os problemas de cálculo de *vida* à fadiga. Isto porque é na fase I que a trinca se propaga mais lentamente, podendo consumir milhões de ciclos para crescer alguns μm. A fase III é importante para caracterizar a falha final da peça, mas pouco contribui para a sua vida à fadiga (expressa em número de ciclos).

Portanto, a regra de Paris, que devido à sua simplicidade matemática é de longe a mais usada na prática, pode ser *extremamente* conservativa em todos os casos onde as trincas iniciais sejam pequenas, e induzam valores de ΔK próximos a ΔK_{th}. E perigosamente ***não***-conservativa em valores altos de ΔK e quando as cargas médias forem altas. Nestes casos o modelo de Paris é simplista, pois:

- Paris não reconhece os efeitos da carga média, de ΔK_{th} nem de K_{Ic} na taxa da/dN.
- *Freqüentemente a maior parte da vida das peças é consumida ou propagando trincas pequenas ou, no caso de carregamentos complexos, após sobrecargas que retardem a trinca reduzindo os valores de DK até a ordem de DK_{th}.*

Desta forma, pode ser muito importante usar modelos de propagação de trincas mais precisos que a regra de Paris para calcular o dano por fadiga, tanto ao se projetar quanto ao se avaliar a integridade estrutural de uma peça. Diversos destes modelos são estudados em Castro & Meggiolaro 97, onde discutem-se as vantagens e as limitações das regras mais freqüentemente usadas no dimensionamento mecânico, e apresentam-se soluções alternativas para melhor ajustar a forma sigmoidal característica dos resultados experimentais.

7. CONCLUSÕES

Foi estudado o problema da automação do cálculo da propagação de trincas sob carregamentos complexos. Os modelos mais simples, baseados no conceito de ΔK_{rms}, são os mais eficientes do ponto de vista computacional, mas não reconhecem efeitos de seqüência nem podem garantir a inatividade de uma trinca. O modelo do crescimento ciclo-a-ciclo é conceitualmente similar ao acúmulo linear de dano usado nos modelos de iniciação, mas não modela a interação entre ciclos. Para considerar toda a fenomenologia dos efeitos de retardo, recomenda-se o uso do modelo de Wheeler modificado, o qual pode simular inclusive as paradas de trincas causadas por sobrecargas de magnitude suficientemente grande. Todos os modelos podem ser generalizados para o crescimento 2D das trincas, a um custo computacional elevado, mas sem complexidades conceituais significativas. Devido ao esforço computacional requerido, é altamente recomendável o uso de filtros numéricos, como a separação de ΔK em duas partes, uma $f(\sigma)$ e outra $g(a)$, atualizáveis a taxas diferentes.

8. REFERÊNCIAS

- Anderson,T.L. "Fracture Mechanics", CRC 95.
- Barson,J.M. & Rolfe,S.T. "Fracture and Fatigue Control in Structures", Prentice-Hall 87.
- Broek,D. "The Practical Use of Fracture Mechanics", Kluwer 88.
- Broek,D. "Elementary Engineering Fracture Mechanics", 4th ed., Martinus Nijhoff 86.
- Castro,J.T.P. "Load History Effects on Plane Strain Fatigue Crack Growth", Ph.D. Thesis Mech. Eng.Dept. M.I.T., 82.
- Castro,J.T.P. & Parks,D.M. "Decrease in Closure and Delay of Fatigue Crack Growth in Plane Strain", Scripta Metallurgica vol.16, pp.1443-1445, 82.
- Castro,J.T.P. "A Circuit to Measure Crack Closure", Experimental Techniques, Vol.17, No.2, pp.23-25, 93.
- Castro,J.T.P.; Giassone,A. & Kenedi,P.P. "Fatigue Propagation of Superficial Cracks in Wet Welds", Fracture, Fatigue and Life Prediction (SMIRT 13) pp.21-38, 95.
- Castro,J.T.P & Kenedi,P.P. "Previsão das Taxas de Propagação de Trincas de Fadiga Partindo dos Conceitos de Coffin-Manson", Rev.Bras.Ciênc.Mecânicas XVII(3), pp.292-303, 95.
- Castro,J.T.P.; Giassoni,A. & Kenedi,P.P. "Propagação por Fadiga de Trincas Superficiais Semi e Quarto-Elípticas em Soldas Molhadas", submetido à RBCM, 97.
- Castro,J.T.P. & Meggiolaro,M.A. "Alguns Comentários sobre a Automação do Método εN para Dimensionamento à Fadiga sob Carregamentos Complexos", submetido à RBCM, 97.
- Castro,J.T.P. & Meggiolaro,M.A. “Uma Nota Sobre a Modelagem da Curva de Propagação de Trincas por Fadiga”, submetido à RBCM, 97.
- Chand,S. & Garg,S.B.L. "Crack Propagation Under Constant Amplitude Loading", Eng.Fract.Mech. 21, pp.1-30, 85.
- Chang,J.B & Hudson,C.M. ed., ASTM STP 748 "Methods and Models for Predicting Fatigue Crack Growth Under Ramdom Loading", ASTM, 81.
- Chang,J.B. ed., ASTM STP 687 "Part-Through Crack Fatigue Life Prediction", ASTM 79.
- Elber,W. "The Significance of Fatigue Crack Closure", ASTM STP 486, 71.
- Hoeppner,D.W. & Krupp,W.E. “Prediction of Component Life by Application of Fatigue Crack Growth Knowledge”, Eng.Fract.Mech. 6, pp.47-70, 74
- Hudson,C.M. "A Root-Mean-Square Approach for Predicting Fatigue Crack Growth under Random Loading", ASTM STP 748, pp.41-52, 81.
- Meggiolaro,M.A. & Castro,J.T.P. "Desenvolvimentos na Automação do Projeto à Fadiga sob Carregamentos Complexos", II Sem.Mec.Fratura, pp.99-118, ABM 96.
- Meggiolaro,M.A. & Castro,J.T.P. "ViDa 96 - Danômetro Visual para Automatizar o Projeto à Fadiga sob Carregamentos Complexos", submetido à RBCM, 97.
- Newman,J.C. "A Review and Assessment of the Stress Intensity Factors for Surface Cracks", ASTM STP 687, 79.
- Newman,J.C. & Raju,I.S. "Stress-Intensity Factor Equations for Cracks in Three-Dimensional Finite Bodies Subjected to Tension and Bending Loads", NASA TM-85793, 84.
- Schwalbe,K.H. “Comparison of Several Fatigue Crack Propagation Laws with Experimental Results”, Eng.Fract.Mech. 6, pp.325-341, 74.
- Suresh,S. "Fatigue of Materials", Cambridge 91.

SUMMARY

This paper discusses the calculation modeling and automation problems of the mode I fatigue crack propagation under complex loading. The study includes not only the traditional plane cracks that propagate uni-dimensionally, but also the cracks which propagate in two directions, changing shape at each cycle. Overload-induced retardation effects in the crack growth rate are considered, and the implementation of the various calculation models in the language named ViDa 97 is discussed. This language has been recently developed to automate the fatigue dimensioning by all the traditional mechanical design methods.