EQUACIONAMENTO DA CURVA DE PROPAGAÇÃO DE TRINCAS POR FADIGA

Marco Antonio Meggiolaro[1]
Jaime Tupiassú Pinho de Castro[2]

Resumo

Este trabalho trata do problema da modelagem das curvas de propagação de trincas por fadiga. Discutem-se as vantagens e as limitações das regras mais freqüentemente usadas no dimensionamento mecânico, e apresentam-se soluções alternativas para melhor ajustar a forma sigmoidal característica dos resultados experimentais. As diversas regras estudadas foram ajustadas e comparadas a dados experimentais e às curvas de referência dos aços. Também discute-se as facilidades gráficas interativas da linguagem ViDa 97, recentemente desenvolvida para automatizar o projeto à fadiga por todos os métodos tradicionais de projeto mecânico, e o seu uso nos problemas de propagação de trincas.

Palavras-Chave: Fadiga, Regras de Propagação de Trincas

1. Introdução

A característica primária das falhas por fadiga é a propagação paulatina de uma trinca, causada primariamente pela oscilação dos carregamentos aplicados sobre a peça. Trincas, fendas, fissuras ou rachaduras são defeitos geométricos que se assemelham a entalhes com raio de ponta muito pequeno, idealmente zero. Por causa disto não se pode aplicar a análise de tensões tradicional às trincas, pois o seu fator de concentração de tensões K_t é grande demais (por Inglis, $K_t \approx 1 + 2\sqrt{(a/\rho)}$, onde a é a profundidade e ρ o raio da ponta da trinca).

Entretanto, a propagação das trincas por fadiga pode ser tratada eficientemente pelos conceitos tradicionais da Mecânica da Fratura, que demonstram que a taxa de propagação da/dN, ou o quanto a trinca cresce por ciclo do carregamento, depende primariamente da faixa ou gama de variação do fator de intensidade de tensões ΔK aplicado sobre a peça. Este método de análise à fadiga teve início no começo da década de 60 com a proposição da chamada regra de Paris, a qual prevê uma relação parabólica entre da/dN e ΔK:

$$\frac{da}{dN} = A \cdot \Delta K^{m} \tag{1}$$

onde A e m são constantes que dependem do material. Esta regra representou um marco importante na história do estudo da Fadiga.

III SEMINÁRIO DE MECÂNICA DA FRATURA / INTEGRIDADE ESTRUTURAL

[1]Eng.Mecânico, MSc, atualmente em doutoramento no Mech.Eng.Dept. M.I.T.
[2]Eng.Mecânico, PhD, Prof. Dept.Eng.Mecânica PUC-Rio

Ao utilizar as ferramentas da Mecânica da Fratura para quantificar a característica primária da falha por fadiga -o lento crescimento de uma trinca a cada ciclo do carregamento- Paris introduziu a primeira idéia realmente inovadora desde os tempos de Wöhler nesta área.(Na realidade, a grande contribuição de Paris foi ter identificado o experimento que demonstrou convincentemente ser o fator de intensidade de tensões e *não* a tensão o parâmetro que controla a propagação das trincas, ver figura 1 [1,2]).

A regra de Paris assume que da/dN seja uma função apenas de ΔK, e tem valor tanto na prática do projeto mecânico quanto na da avaliação de integridade estrutural. Entretanto, apesar das suas vantagens, esta regra possui uma série de limitações nem sempre devidamente avaliadas, como discutido a seguir.

2. Fases da Curva da/dN versus ΔK

As curvas típicas de propagação de trincas por fadiga, quando plotadas na forma de log(da/dN) vs. log(ΔK), possuem uma forma sigmoidal característica com três fases bem distintas: a fase inicial, ou fase I, cuja derivada é decrescente, a mediana ou fase II, com derivada constante, e a final ou fase III, de derivada crescente (figura 2).

A fase I da curva da/dN vs. ΔK é caracterizada por mecanismos descontínuos de crescimento e pela existência de um limiar de propagação ΔK_{th}, abaixo do qual os carregamentos não causam dano à peça trincada e a trinca não se propaga. Esta fase é muito sensível à carga média, à microestrutura do material e ao meio ambiente.

O valor de ΔK_{th} é fortemente influenciado pelo fenômeno do fechamento das trincas de fadiga [3]. Este fenômeno é causado pela principal característica daquelas trincas: elas se propagam cortando o material que já foi ciclicamente deformado pela zona plástica que acompanha suas pontas. Desta forma, as trincas de fadiga não se assemelham a cortes de serra de espessura zero, que deixam o material do resto da peça intocado. Ao contrário, as faces da trinca ficam embutidas num envelope de deformações (plásticas) residuais trativas e, conseqüentemente:

- As trincas de fadiga *comprimem* as suas faces quando completamente descarregadas (e é por isto que sua detecção é trabalhosa na prática).
- As trincas de fadiga só se abrem aliviando de forma progressiva a carga transmitida pelas suas faces, no sentido da superfície da peça para a sua ponta, como indicado pelo decréscimo aparente da rigidez observado na figura 3. Logo, é necessário uma carga P_{ab} maior que zero para abrir completamente uma trinca de fadiga [4].

Quanto maior for a carga de abertura da trinca, maior será ΔK_{th}. Esta influência pode ser facilmente explicada: para que uma trinca avance por fadiga o material à sua frente de sua ponta precisa ser deformado ciclicamente e, como a ponta da trinca só pode ser deformada após a sua abertura total, então ela só pode crescer por fadiga (pelo menos em modo I) depois de completamente aberta.

Por isto a fase I da curva da/dN vs. ΔK é muito sensível à carga média. A medida que esta aumenta, o valor de K_{max} - K_{ab} cresce para um dado ΔK, logo menor o valor de $\Delta K_{th}(R)$. (K_{ab} é o fator de intensidade de tensões que abre completamente a trinca, e o símbolo ΔK_{th}, sem especificação do valor de R, só é usado para $R = K_{min}/K_{max} = 0$). Além disto, como vários outros mecanismos além da plasticidade podem influenciar a carga de abertura da trinca (como rugosidade e oxidação das faces da trinca, transformação de fase induzida por deformação na região plástica que acompanha a trinca, deslocamentos induzidos por modo II e entupimento da trinca por fluidos viscosos), a fase I também é sensível à microestrutura do material e ao meio ambiente [5].

Na fase II das curvas da/dN vs ΔK típicas o crescimento das trincas é controlado por mecanismos contínuos, pouco sensíveis à microestrutura, à carga média, ao meio ambiente e à espessura da peça. Do ponto de vista fratográfico, é nesta fase que se observam as características estrias de fadiga.

A gama das deformações elastoplásticas cíclicas que acompanha as pontas das trincas de fadiga controla o principal mecanismo de crescimento na fase II. E a regra de Paris funciona bem nesta fase porque: (i) ΔK é diretamente correlacionável com a gama das deformações cíclicas, e (ii) a carga de abertura e a tenacidade do material pouco influem nas taxas de propagação.

De fato, pode-se idealizar o trincamento como sendo provocado pela quebra sucessiva, a cada ciclo do carregamento, de pequenos corpos de prova do tipo εN, cada um com largura igual ao avanço da trinca por ciclo (da), como sugerido pelas estrias observadas por microscopia eletrônica. Estes CPs idealizados são submetidos a um carregamento crescente, a medida que a ponta da trinca deles se aproxima, e quebram quando acumulam o dano crítico que o material pode suportar (ver figura 4, [6]).

A partir deste modelo, pode-se justificar mecanisticamente porque a taxa da/dN na região de Paris é pouco sensível à carga média, aos detalhes microestruturais, ao meio ambiente e à geometria da peça: os efeitos destes parâmetros têm importância secundária quando a fadiga é controlada por grandes deformações plásticas cíclicas, exatamente como observado nos testes εN.

Entretanto, deve-se notar que este tipo de racionalização, apesar do forte apelo didático, não pode descrever toda a complexidade do problema: o trincamento ocorre numa escala dimensional onde a mecânica (isotrópica) usada para descrever os testes εN não pode ser aplicada indiscriminadamente. (Na região de Paris as taxas de crescimento das trincas vão, a grosso modo, de nm a μm/ciclo, e são em geral muito menores que o tamanho de grão dos materiais estruturais metálicos). É por isto que os testes de propagação de trincas ainda são indispensáveis, e que modelar a curva da/dN vs. ΔK *medida* é muito mais útil na prática do que modelar as suas *causas*.

A fase III reflete a proximidade ou da propagação instável da trinca ou do rasgamento da peça, que ocorre quando o valor de K_{max} atinge a sua tenacidade à fratura. A falha final da peça se dá por um processo brusco que deve ser chamado de *fraturamento*, para diferencia-lo do lento trincamento por fadiga, que é progressivo e estável. O fraturamento pode ocorrer por mecanismos dúcteis (cavitação e coalescência de vazios, e.g.) ou frágeis (clivagem), enquanto que o trincamento forma as estrias sucessivas características das superfícies das trincas de fadiga.

Deve-se notar que a tenacidade à fratura pode depender não apenas do material mas também da geometria da peça. Mesmo sob condições de carregamento predominantemente lineares elásticas, a tenacidade só é uma verdadeira propriedade mecânica (quantificada por K_{Ic}) quando o estado de tensões próximo da ponta da trinca for dominado por condições de deformação plana. Quando as condições lineares elásticas dominantes forem de tensão plana, a tenacidade depende da espessura t da peça (e é quantificada por $K_c(t)$).

Além disto, se no fraturamento o tamanho da zona plástica no entorno da ponta da trinca não for desprezível frente às outras dimensões da peça, deve-se usar a Mecânica da Fratura Elastoplástica para quantificar a sua tenacidade (pela energia absorvida por unidade de área de trinca no início do rasgamento, J_{Ic}, ou pela correspondente abertura máxima da ponta da trinca, $CTOD_i$). Nestes casos, pode até não haver sentido em correlacionar da/dN com ΔK para descrever o trincamento na fase III, pois ΔK é um parâmetro linear elástico. Mas, mesmo que a falha final ocorra em condições elastoplásticas, deve-se enfatizar que as fases I e II do trincamento por fadiga podem ser relacionadas a cargas nas quais o conceito de ΔK é válido.

A transição da fase I para a II se dá tipicamente em taxas de propagação entre 10^{-10} e 10^{-8} m/ciclo, e da fase II para a III com da/dN entre 10^{-6} a 10^{-4} m/ciclo. O que nem sempre é devidamente reconhecido é que a fase I é sempre muito mais importante do que a III, e freqüentemente muito mais relevante do que a própria fase II, para os problemas de cálculo de *vida* à fadiga. Isto porque é na fase I que a trinca se propaga mais lentamente, podendo consumir milhões de ciclos para crescer alguns μm. A fase III é importante para caracterizar a falha final da peça, mas pouco contribui para a sua vida à fadiga (expressa em número de ciclos).

Portanto, a regra de Paris, que devido à sua simplicidade matemática é de longe a mais usada na prática, pode ser *extremamente* conservativa em todos os casos onde as trincas iniciais sejam pequenas, e induzam valores de ΔK próximos a ΔK_{th}. E perigosamente ***não***-conservativa em valores altos de ΔK e quando as cargas médias forem altas. Nestes casos o modelo de Paris é simplista, pois:

- Paris não reconhece os efeitos da carga média, de ΔK_{th} nem de K_{Ic} na taxa da/dN.
- *Freqüentemente a maior parte da vida das peças é consumida ou propagando trincas pequenas ou, no caso de carregamentos complexos, após sobrecargas que retardem a trinca reduzindo os valores de DK até a ordem de DK_{th}.*

Desta forma, na prática pode ser muito importante usar modelos de propagação de trincas mais precisos que a regra de Paris para calcular o dano por fadiga, tanto ao se projetar quanto ao se avaliar a integridade estrutural de uma peça.

3. Regras de Propagação de Trincas por Fadiga

Há vários modelos bem conhecidos que descrevem, pelo menos em parte, a forma sigmoidal da curva da/dN vs. ΔK, e consideram os efeitos de ΔK_{th}, de K_c, e da carga média (esta em geral quantificada por R ou por $K_{max} = \Delta K/(1-R)$). Dentre eles, vale a pena começar com a regra mais simples:

$$\frac{da}{dN} = A_e(\Delta K - \Delta K_{th})^{m_e} \qquad \text{(Elber)} \qquad (2)$$

Foi Elber quem introduziu o conceito do fechamento da trinca de fadiga, e propôs que a taxa de propagação fosse correlacionada não com ΔK mas sim com o seu valor efetivo $\Delta K_{ef} = (K_{max}\text{-}K_{ab})$. Desta forma, segundo Elber [3], $da/dN = A\cdot(\Delta K_{ef})^m$. Mas neste trabalho é usada a variação (2), assumindo que o valor do limiar ΔK_{th} se comporte como a carga de abertura da trinca.

Esta variação se ajusta muito bem às regiões I e II da curva de propagação de muitos materiais estruturais, ver figura 5 [7], mas não modela nem os efeitos da carga média nem a fase III. A descrição da fase I por Elber só é adequada para pequenos valores de R: quando o valor de ΔK for baixo esta regra gera previsões ***não***-conservativas para cargas médias altas. E o mesmo problema ocorre na fase III, quando ΔK for muito alto.

Outros modelos bem conhecidos que também usam apenas dois parâmetros experimentais são:

$$\frac{da}{dN} = \frac{A_f \Delta K^{m_f}}{(1-R)K_c - \Delta K} = \frac{A_f \Delta K^{m_f - 1}}{\left(\dfrac{K_c}{K_{max}} - 1\right)} \qquad \text{(Forman)} \qquad (3)$$

e

$$\frac{da}{dN} = A_p \left[\frac{\Delta K - \Delta K_{th}}{K_c - K_{max}}\right]^{m_p} \qquad \text{(Priddle)} \qquad (4)$$

A regra de Forman modela a fase III e os efeitos da carga média, mas não a fase I. Desta forma ela apresenta limitações similares às da regra de Paris quando ΔK for pequeno, gerando previsões altamente conservativas, mas encontra uso prático quando a taxa de propagação já estiver na fase II. Já a regra de Priddle modela as três fases da curva da/dN, mas não reconhece os efeitos da carga média em $\Delta K_{th}(R)$, apresentando assim um comportamento similar ao da regra de Elber nos valores de ΔK baixos, e ao de Forman nos ΔK mais altos. Dentre os modelos que usam três parâmetros experimentais, os dois mais conhecidos são:

$$\frac{da}{dN} = A_w \Delta K^{m_w} K_{max}^{p_w} = A_w \Delta K^{(m_w + p_w)} \left(\frac{1}{1-R}\right)^{p_w} \qquad \text{(Walker)} \quad (5)$$

e

$$\frac{da}{dN} = A_h \Delta K^{m_h} (K_{max} - \Delta K_{th})^{p_h} = A_h \Delta K^{m_h} \left(\frac{\Delta K - \Delta K_{th} \cdot (1-R)}{(1-R)}\right)^{p_h} \qquad \text{(Hall)} \quad (6)$$

Walker não modela a fase I nem a III, mas reconhece o efeito da carga média, o qual pode ser ajustado variando-se o valor do expoente p_w. Este ajuste representa apenas uma translação do comportamento parabólico previsto para R = 0. Desta forma pode-se pensar em Walker como uma modificação da regra de Paris para considerar o efeito da carga média, só sendo aplicável à fase II da curva de propagação de trincas. Já a regra de Hall não modela a fase III, mas descreve a fase I e o efeito da carga média, o qual também pode ser ajustado pelo valor do expoente p_h.

Como nenhuma destas regras tradicionais ajusta o comportamento completo da curva da/dN vs. ΔK, não se pode esperar precisão matemática dos cálculos de vida à fadiga feitos a partir de sua integração. Entretanto, pode-se facilmente propor alterações nestas regras para eliminar suas deficiências. Por exemplo, dois modelos simples que representam a forma sigmoidal completa e também descrevem o efeito da carga média são:

$$\frac{da}{dN} = \frac{A_m \Delta K^{m_m} (K_{max} - \Delta K_{th})^{p_m}}{\left(\frac{K_c}{K_{max}} - 1\right)} \qquad \text{(Hall modificado)} \qquad (7)$$

e

$$\frac{da}{dN} = A_p \left[\frac{\Delta K - \Delta K_{th} \cdot (1 - R)}{K_c - K_{max}}\right]^{m_p} \qquad \text{(Priddle modificado)} \qquad (8)$$

Em (7) simplesmente divide-se a regra de Hall pelo denominador da de Forman, reproduzindo desta maneira a forma completa das curvas da/dN vs ΔK. Já em (8) a equação de Priddle é modificada para refletir a influência da carga média no valor de $\Delta K_{th}(R)$, e assim modelar o comportamento típico completo das curvas de propagação de trincas por fadiga.

Mas, como o objetivo final destas regras *não* é modelar a curva da/dN e sim prever a vida residual de estruturas trincadas, vale a pena enfatizar algumas recomendações práticas quanto aos cálculos da propagação de trincas por de fadiga:

- Para se evitar erros grosseiros nos cálculos deve-se sempre verificar se $K_{max} = K_c$. Também é importante garantir que os outros limites de validade das fórmulas usadas não sejam excedidos.
- Uma modificação bem simples pode minimizar o conservadorismo da regra de Paris nos pequenos valores de ΔK: basta fazer da/dN = 0 se $\Delta K(R) < (1-R) \cdot \Delta K_{th}$. Desta forma este modelo pode ser usado, inclusive nos casos de carregamentos complexos, com resultados muito mais realistas.
- Nos casos em que a fase I controla a vida à fadiga, também pode-se modificar a regra de Elber para obter um outro modelo ainda bem simples mas que, ao contrário do modelo de Paris modificado, considera não só o efeito de $\Delta K_{th}(R)$, como também a *curvatura* da curva da/dN vs. ΔK:

$$\frac{da}{dN} = A_e[\Delta K - \Delta K_{th} \cdot (1 - R)]^{m_e} \qquad \text{(Elber modificado)} \qquad (9)$$

- Além disto, pode-se melhorar estas regras propondo que a influência da carga média em $\Delta K_{th}(R)$ seja dada pelo fator (1 - αR) em vez de (1 - R) já que pode-se estimar um limite inferior para $\Delta K_{th}(R)$ dos aços por $\Delta K_{th}(R) = 6MPa\sqrt{m}$, se $R < 0.17$, ou por $\Delta K_{th}(R) = 7(1 - 0.85R)MPa\sqrt{m}$, se $R > 0.17$ [8]. Entretanto, assim se obtém equações com um parâmetro adicional (α) a ser experimentalmente medido.
- E não é difícil propor outras variações sobre o mesmo tema. Por exemplo, introduzindo o fator αR na equação de Elber modificada, e dividindo-a pelos denominadores de Forman ou de Priddle elevados a um expoente p_i, podem-se gerar duas regras de quatro parâmetros com um bom potencial para ajustar os dados experimentais de propagação de trincas:

$$\frac{da}{dN} = A_q \cdot \frac{[\Delta K - \Delta K_{th} \cdot (1 - \alpha R)]^{m_q}}{\left(\frac{K_c}{K_{max}} - 1\right)^{p_q}} \qquad \text{(4 parâmetros, variação 1)} \qquad (10)$$

$$\frac{da}{dN} = A_r \cdot \frac{[\Delta K - \Delta K_{th} \cdot (1 - \alpha R)]^{m_r}}{(K_c - K_{max})^{p_r}} \qquad \text{(4 parâmetros, variação 2)} \qquad (11)$$

- Há muitas outras regras similares [9-11] e, como mostrado acima, pode-se facilmente gerar outras tantas. Mas, em vez disto, é melhor frisar que todos estes modelos são empíricos e requerem a medição de constantes como A_i, m_i ou p_i, que dependem do material e são numericamente diferentes nas diversas regras, as quais devem ser obtidas experimentalmente em testes de propagação de trincas por fadiga.
- A escolha dentre os diversos modelos depende da quantidade e da qualidade dos dados experimentais que se queira ajustar, da precisão que se deseja obter dos cálculos e do tempo computacional disponível. Muitas vezes várias regras podem ser usadas de forma igualmente satisfatória, como pode ser visto nas STP 687 e 748 da ASTM [12-13], que usam o mesmo banco de dados experimentais.
- A comparação entre as diversas regras aqui estudadas é feita mais abaixo, tanto no ajuste de dados experimentais quanto na solução de alguns problemas simples de previsão de vida à fadiga.

4. Modelagem das Curvas da/dN vs. ΔK no Programa ViDa 97

Uma poderosa linguagem chamada ViDa (de DAnômetro VIsual) foi recentemente desenvolvida para automatizar *todos* os métodos tradicionalmente usados no dimensionamento mecânico à fadiga sob carregamentos complexos: os métodos SN, IIW (estruturas soldadas) e εN, para prever a iniciação das trincas, e a Mecânica da Fratura para contabilizar a sua propagação uni (1D) e bi (2D) dimensional. Ela roda em ambiente Windows, e inclui facilidades como interfaces gráficas intuitivas e amigáveis, bancos de dados inteligentes, contadores *Rain-Flow*, gerador de laços de histerese elastoplástica, ajuste automático de dados experimentais, interpretador de equações, etc., e contém modelos de dano que introduzem várias melhorias não-triviais nos métodos tradicionais de projeto, seguindo detalhes descritos alhures [14,15].

Os carregamentos podem ser manualmente digitados ou diretamente importados de qualquer arquivo tipo .csv, inclusive os gerados experimentalmente (e.g., através de um *strain-gage* ligado a um sistema de aquisição de dados). A propagação é calculada a cada evento do carregamento, que pode ser de qualquer complexidade. É também possível especificar as dimensões iniciais e finais da trinca, caso se queira calcular a vida correspondente.

Em qualquer caso, o programa automaticamente pára os cálculos, e indica o instante desta ocorrência, se durante o carregamento ocorrer:

- fratura por $K_{max} = K_C$, ou se
- a trinca atingir o tamanho máximo especificado para a trinca final, ou se
- a peça atingir a resistência à ruptura no ligamento residual, ou se
- a taxa da/dN atingir 1 CTOD por ciclo ou 0.1mm/ciclo (acima disto o problema é de fraturamento e não de fissuração por fadiga), ou então se
- uma das fronteiras da peça for atingida pela frente da trinca, no caso das trincas que se propagam em 2D.
- Além disto o programa avisa quando há escoamento do ligamento residual antes que seja atingido o valor especificado para o número de ciclos do carregamento, ou para o tamanho máximo da trinca.

Desta forma, pode-se usar os valores calculados com a garantia de que o limite de validade dos modelos matemáticos nunca é excedido. Além disto, vale a pena apresentar uma facilidade do programa que é útil na modelagem do crescimento das trincas: a tela 1D (figura 6), que inclui um gráfico das curvas da/dN vs. ΔK. Este gráfico é uma ferramenta interativa, que plota qualquer regra de propagação escolhida pelo usuário, inclusive novas regras digitadas seguindo a notação do interpretador de equações.

Também se pode estudar o efeito da variação da carga média em qualquer modelo escolhido. Além disto, como o programa permite o ajuste automático de dados experimentais de propagação de trincas por Paris e por Elber usando-se mínimos quadrados, esta facilidade permite uma conveniente e rápida obtenção dos parâmetros experimentais de qualquer outra regra, através do seu ajuste visual às regras experimentalmente medidas. Vale lembrar que desta forma pode-se facilmente estudar a sensibilidade das previsões de vida à fadiga aos diversos modelos de propagação de trincas. Várias das figuras deste trabalho foram geradas neste ambiente.

5. Comparação entre as Diversas Regras de Propagação de Trincas por Fadiga

A figura 7 esquematiza as diversas regras estudadas acima, quando R = 0. Para normalizar a comparação, faz-se com que todas elas coincidam no regime de Paris com os valores nominais citados por Barson & Rolfe [8] para os aços ferrítico-perlíticos, e assume-se $\Delta K_{th} = 7$ e $K_c = 250$ MPa√m. A tabela 1 resume os parâmetros obtidos para as diversas regras, com da/dN expresso em mm/ciclo e ΔK em MPa√m.

Paris	$A = 7 \cdot E\text{-}9$	$m = 3.0$		
Elber	$A_e = 8 \cdot E\text{-}8$	$m_e = 2.5$		
Forman	$A_f = 2 \cdot E\text{-}6$	$m_f = 2.9$		
Priddle	$A_p = 2 \cdot E\text{-}2$	$m_p = 2.0$		
Walker	$A_w = 7 \cdot E\text{-}9$	$m_w = 2.0$	$p_w = 1.0$	
Hall	$A_h = 2 \cdot E\text{-}8$	$m_h = 1.8$	$p_h = 1.0$	
Hall mod.	$A_m = 5 \cdot E\text{-}6$	$m_m = 1.0$	$p_m = 0.7$	
4P-1	$A_q = 1 \cdot E\text{-}4$	$m_q = 1.0$	$p_q = 1.5$	$\alpha = 1$
4P-2	$A_r = 1 \cdot E\text{-}4$	$m_r = 2.0$	$p_r = 1.0$	$\alpha = 1$

Tabela 1: Parâmetros das diversas regras (dados ajustados para a fase II, $\Delta K_{th} = 7$ e $K_c = 250$ MPa√m).

Em relação a esta tabela, três pontos merecem ser comentados:

- O ajuste das diversas regras à curva de Paris de referência foi feito visualmente, tarefa que não toma mais que minutos no ambiente interativo do ViDa 97.
- Não é necessário nem recomendável associar muitos dígitos aos parâmetros da tabela 1 (basta um ou dois para as constantes e dois para os expoentes).
- Os expoentes m_i e p_i das regras de 3 e 4 parâmetros da tabela 1 claramente não são únicos, pois a regra de Barson & Rolfe não descreve os efeitos da carga média. Para ilustrar o seu potencial de ajuste, na figura 8 se explora o efeito da variação de m_m e p_m na regra de Hall modificada.

Além disto, vale a pena enfatizar um outro ponto bem interessante para auxiliar a compreensão do comportamento da fase II da curva da/dN vs. ΔK: A equação de Elber modificada, apresentada na figura 9 para vários valores de R, pode ser usada para mostrar como o conceito de ΔK_{ef} pode justificar a insensibilidade da região de Paris aos diversos fenômenos que afetam a carga de abertura da trinca. Como pode ser visto naquela figura, cujas diversas curvas só refletem a influência de ΔK_{th} na propagação das trincas, a fase II é quase insensível ao valor de $\Delta K_{th}(R)$!

Entretanto, deve-se novamente lembrar que, apesar de didaticamente interessantes, interpretações como esta devem ser usadas com cautela para descrever o problema da propagação de trincas por fadiga. Em muitos casos (materiais compósitos, e.g.), a mecanística do problema pode ser bem mais complexa do que implicado por uma equação como (9).

A figura 10 mostra diversas regras ajustadas aos dados de um aço 2.25Cr-1Mo (ASTM 542-2), de microestrutura martensita revenida com tamanho de pacote de 10μm, S_Y = 769 e S_u = 838MPa, dureza = 23Rc e redução de área RA = 70.5%. Os dados foram obtidos a 50Hz e em dois níveis de carga média: R = 0.05 e 0.70 [16].

Como $\Delta K_{th}(5\%) = 7$ e $\Delta K_{th}(70\%) = 2.8 MPa\sqrt{m}$, as diversas regras foram modificadas por $\Delta Kth(R) = (1 - \alpha R)\cdot\Delta K_{th} = (1 - 0.86R)\cdot 7 MPa\sqrt{m}$. Para isto altera-se as equações (7) a (9) por:

$$\frac{da}{dN} = \frac{A_m \Delta K^{m_m} (\frac{\Delta K}{1-\alpha R} - \Delta K_{th})^{p_m}}{\left(\frac{K_c}{K_{max}} - 1\right)} \qquad \text{(Hall 4 parâmetros)} \quad (12)$$

$$\frac{da}{dN} = A_p \left[\frac{\Delta K - \Delta K_{th} \cdot (1-\alpha R)}{K_c - K_{max}}\right]^{m_p} \qquad \text{(Priddle 3 parâmetros)} \quad (13)$$

e

$$\frac{da}{dN} = A_e [\Delta K - \Delta K_{th} \cdot (1-\alpha R)]^{m_e} \qquad \text{(Elber 3 parâmetros)} \quad (14)$$

A tabela 2 lista as constantes obtidas para as diversas regras estudadas (Paris é incluída para referência). Usou-se o valor 200 MPa√m para K_c. O ajuste das curvas foi feito visualmente, pois o problema da otimização dos coeficientes destas regras a dados experimentais obtidos em R diferentes é assunto para um trabalho em separado.

Paris R = 0.05	A = 4·E-9	m = 3.0		
Paris R = 0.70	A = 1·E-8	m = 3.0		
Elber 3P	A_e = 4·E-8	m_e = 2.6	α = 0.86	
Priddle 3P	A_p = 5·E-3	m_p = 1.9	α = 0.86	
Hall 4P	A_h = 4·E-6	m_h = 1.0	p_h = 0.4	α = 0.86
4P-1	A_q = 7·E-7	m_q = 1.8	p_q = 0.5	α = 0.86
4P-2	A_r = 5·E1	m_r = 1.5	p_r = 3.5	α = 0.86

Tabela 2: Parâmetros das diversas regras visualmente ajustadas aos dados de propagação de trincas do aço A542-2.

É interessante notar que todas as regras estudadas descrevem de forma adequada o comportamento de Paris quando R = 0.05, e que a de Hall 4P é a única que superestima (por um fator da ordem de 2) as taxas da fase II quando R = 0.7. Quanto à fase I, é claro que todas tendem para os valores corretos de $\Delta K_{th}(R)$, já que foram forçadas a isto, mas a curvatura da de Elber 3P é de longe a que mais se desvia dos dados experimentais deste aço, que tendem a cair entre a Hall 4P e a 4P-2.

Por fim, para enfatizar a importância da descrição adequada da curva da/dN vs. ΔK na previsão da vida residual de componentes estruturais trincados, estuda-se um problema de propagação simples usando-se as constantes das diversas regras listadas na tabela 2. Para realçar as diferenças entre as várias regras, faz-se o ΔK_0 inicial ligeiramente maior que ΔK_{th}, impondo-se durante 10^9 ciclos uma gama de tensões $\Delta\sigma = 40MPa$, com $R = 0$, numa placa de largura $2w = 2m$ com uma trinca central de comprimento $2a_0 = 20mm$ (o que gera um $\Delta K_0 = 7.09MPa\sqrt{m}$). A tabela 3 lista as previsões obtidas. Para ΔK usa-se a expressão de Tada [17], que tem precisão de 0.1% para qualquer a/w:

$$\Delta K = \Delta\sigma \cdot \sqrt{\pi a} \cdot \left[1 - 0.025\left(\frac{a}{w}\right)^2 + 0.06\left(\frac{a}{w}\right)^4\right] \cdot \sqrt{\sec\frac{\pi a}{2w}} \tag{15}$$

Regra	**δ2a (mm)**	**Nº ciclos**	**Efeito**
Paris	1850	$1.20 \cdot 10^7$	Quebra por K_{Ic}
Elber 3P	0.26	10^9	Não quebra
Priddle 3P	1796	$1.33 \cdot 10^8$	Atinge da/dN > 0.1mm/ciclo
Hall 4P	1838	$1.69 \cdot 10^7$	Atinge da/dN > 0.1mm/ciclo
4P-1	1848	$1.92 \cdot 10^8$	Atinge da/dN > 0.1mm/ciclo
4P-2	1756	$4.18 \cdot 10^7$	Atinge da/dN > 0.1mm/ciclo

Tabela 3: Previsões de vida da placa trincada obtidas pelas diferentes regras ajustadas aos dados do aço A542-2. Carregamento: 10^9 ciclos de $\Delta\sigma = 40MPa$. $2w = 2m$ e $2a_0 = 20mm$.

É importante notar as enormes diferenças entre as vidas previstas pelas diferente regras ajustadas aos *mesmos* dados experimentais: há um fator de 16 entre Paris e a 4P-1 (Elber é inadequado para descrever a fase I deste material, e não deve ser considerado ao não prever falha). É claro que o carregamento foi escolhido para realçar as diferenças, e que um pequeno aumento de 10% em $\Delta\sigma$ diminuiria o fator entre Paris e 4P-1 para apenas 3.4 (e com este $\Delta\sigma = 44MPa$ Elber já prevê falha, numa vida 7.3 vezes maior que a prevista por Paris). Entretanto, nos casos de pequenas trincas iniciais que induzam ΔK próximos a ΔK_{th} e, principalmente, nos casos de retardos provocados por sobrecargas, estas diferenças entre as diversas regras são significativas e não podem ser ignoradas pelo usuário. Este problema é estudado na complementação deste trabalho, "Modelagem dos Efeitos de Seqüência na Propagação de Trincas por Fadiga", que consta dos anais deste III Sem.Mec.Frat.

6. Conclusões

O uso da regra de Paris para prever a vida de componentes estruturais trincados pode em muitos casos ser inadequado, pois esta regra não descreve a forma sigmoidal do comportamento da/dN vs. ΔK nem os efeitos da carga média. Quando o carregamento for complexo, com variações de carga significativas ou com efeitos de retardo importantes, e/ou quando as trincas iniciais induzirem gamas de intensidade de tensão perto de $\Delta K_{th}(R)$, é indispensável trabalhar com regras que ajustem de forma mais precisa os resultados experimentais de propagação de trincas. Diversas destas regras foram avaliadas neste trabalho, realçando-se em particular a importância da descrição da fase I nas previsões de vida à fadiga.

7. Referências

[1] Paris,P.C. cap. 6 in "Fatigue -an Interdisciplinary Approach", Syracuse U. Press 64.
[2] Hertzberg,R.W. "Deformation and Fract.Mech. of Eng.Materials", Wiley 89.
[3] Elber,W. "The Significance of Fatigue Crack Closure", ASTM STP 486, 71.
[4] Castro,J.T.P. "A Circuit to Measure Crack Closure", Experimental Techniques, Vol.17, No.2, pp.23-25, 93.
[5] Suresh,S. "Fatigue of Materials", Cambridge 91.
[6] Castro,J.T.P. & Kenedi,P.P. "Previsão das Taxas de Propagação de Trincas de Fadiga Partindo dos Conceitos de Coffin-Manson", Rev.Bras.Ciênc.Mecânicas XVII(3), pp.292-303, 95.
[7] Castro,J.T.P.; Giassoni,A. & Kenedi,P.P. "Propagação por Fadiga de Trincas Superficiais Semi e Quarto-Elípticas em Soldas Molhadas", submetido à R.B.C.Mec., 97.
[8] Barson,J.M. & Rolfe,S.T. "Fract. and Fatigue Control in Struct.", Prentice-Hall 87.
[9] Chand,S. & Garg,S.B.L. "Crack Propagation Under Constant Amplitude Loading", Eng.Fract.Mech. 21, pp.1-30, 85.
[10] Hoeppner,D.W. & Krupp,W.E. “Prediction of Component Life by Application of Fatigue Crack Growth Knowledge”, Eng.Fract.Mech. 6, pp.47-70, 74
[11] Schwalbe,K.H. “Comparison of Several Fatigue Crack Propagation Laws with Experimental Results”, Eng.Fract.Mech. 6, pp.325-341, 74.
[12] Chang,J.B & Hudson,C.M. ed., ASTM STP 748 "Methods and Models for Predicting Fatigue Crack Growth Under Ramdom Loading", ASTM, 81.
[13] Chang,J.B. ed., ASTM STP 687 "Part-Through Crack Fatigue Life Prediction", ASTM 79.
[14] Meggiolaro,M.A. & Castro,J.T.P. "Desenvolvimentos na Automação do Projeto à Fadiga sob Carregamentos Complexos", II Sem.Mec.Fratura, ABM 96.
[15] Meggiolaro,M.A. & Castro,J.T.P. "ViDa 96 - Danômetro Visual para Automatizar o Projeto à Fadiga sob Carregamentos Complexos", submetido à RBCM, 97.
[16] Castro,J.T.P. "Load History Effects on Plane Strain Fatigue Crack Growth", Ph.D. Thesis Mech. Eng.Dept. M.I.T., 82.
[17] Tada,H. et al. "The Stress Analysis of Cracks Handbook", Paris Productions Inc. 85

MODELING THE FATIGUE CRACK PROPAGATION CURVE

Abstract

This paper deals with the modeling problem of the fatigue crack propagation curve. The advantages and limitations of the most frequently used crack propagation rules are discussed, and alternative solutions to improve the adjustment of the characteristic sigmoidal shape of the experimental results are proposed. The various studied rules were adjusted and compared with experimental data and with the steel reference curves. It is also discussed the interactive graphical facilities of the new language named ViDa 97, recently developed to automate the fatigue dimensioning by all the traditional mechanical design methods, and their use in crack propagation problems.

Key-Words: Fatigue, Crack Propagation Rules