MODELAGEM DOS EFEITOS DE SEQÜÊNCIA NA PROPAGAÇÃO DE TRINCAS POR FADIGA

Marco Antonio Meggiolaro[1]
Jaime Tupiassú Pinho de Castro[2]

Resumo

Neste trabalho discute-se a modelagem dos efeitos de seqüência na propagação de trincas por fadiga em modo I. São estudadas tanto as trincas planas, que se propagam uni-dimensionalmente, como também as trincas que se propagam em duas direções, mudando de forma a cada ciclo. São considerados os efeitos de retardo na taxa de propagação induzidos por sobrecargas, e é discutida a implementação dos diversos modelos de cálculo na linguagem ViDa 97, recentemente desenvolvida para automatizar o projeto à fadiga por todos os métodos tradicionais de projeto mecânico.

Palavras-Chave: Fadiga, Propagação de Trincas, Efeitos de Seqüência

1. Introdução

Este trabalho trata da modelagem da propagação uni (1D) e bi-dimensional (2D) de trincas macroscópicas por fadiga sob carregamentos complexos, considerando os efeitos da ordem do carregamento na taxa de propagação das trincas, como os retardos ou paradas subseqüentes a sobrecargas.

Como o modo I (trativo) de propagação é de longe o mais importante na prática, ele será o único tratado neste trabalho. Na seqüência do texto, primeiro apresenta-se o programa ViDa 97, recentemente desenvolvido para automatizar todos os métodos tradicionais de dimensionamento mecânico à fadiga [1,2], dando-se ênfase às suas facilidades de propagação de trincas. A seguir, são discutidos (i) os problemas da previsão do crescimento da trinca sob carregamentos complexos pelos métodos do valor médio quadrático e do crescimento ciclo a ciclo, (ii) as diferenças entre os modelos de propagação 1D e 2D, (iii) as propostas para sua implementação computacional, e (iv) os modelos para considerar os efeitos de interação entre os ciclos do carregamento, como os retardos na taxa de propagação causados por sobrecargas. Por fim, avaliam-se as vantagens e limitações dos diversos modelos estudados.

2. O ViDa 97

O objetivo deste programa é automatizar a previsão da vida à fadiga de estruturas que trabalhem sob carregamentos complexos, usando os métodos SN, IIW (para estruturas soldadas) ou εN para prever a iniciação das trincas, e o da/dN para tratar de sua propagação.

III SEMINÁRIO DE MECÂNICA DA FRATURA / INTEGRIDADE ESTRUTURAL
[1]Eng.Mecânico, MSc, atualmente em doutoramento no Mech.Eng.Dept. M.I.T.
[2]Eng.Mecânico, PhD, Prof. Dept.Eng.Mecânica PUC-Rio

O programa roda em ambiente Windows e inclui todas as ferramentas necessárias às previsões de vida residual (como interfaces gráficas intuitivas e amigáveis, vários bancos de dados inteligentes, dois contadores *Rain-Flow*, geradores de laços de histerese elastoplástica e de frentes de trincas, ajuste automático de dados experimentais, interpretador de equações, etc.).

De particular interesse acadêmico são seus modelos de dano, que introduzem várias melhorias não-triviais nos métodos tradicionais de projeto. O problema da iniciação de trincas foi descrito em [3], e neste trabalho detalham-se os modelos de cálculo para contabilizar a propagação das trincas 1D e 2D.

Os modelos de dano associados à propagação de trincas por fadiga são baseados nos conceitos tradicionais da Mecânica da Fratura. Desta forma, assume-se que a taxa de propagação de trincas, da/dN, é controlada primariamente pela gama do fator de intensidade de tensões, $\Delta K = \Delta\sigma \cdot [\sqrt{(\pi a)} \cdot f(a/W)]$, onde $\Delta\sigma$ é a gama das tensões aplicadas, a o comprimento da trinca e W o tamanho característico da peça. A função que quantifica a influência da geometria da peça e da trinca é dada por $[\sqrt{(\pi a)} \cdot f(a/W)]$. Os outros parâmetros que também podem influenciar a taxa são a carga média, geralmente especificada por $R = K_{min}/K_{max}$, o limiar de propagação de trincas por fadiga, ΔK_{th}, e a tenacidade à fratura, K_c.

Como discutido nos trabalhos complementares que estudam as vantagens e limitações das diversas regras de propagação de trincas por fadiga [4,5], o ViDa 97 pode calcular o crescimento das trincas por *qualquer* regra de propagação especificada pelo usuário, $da/dN = F(\Delta K, R, \Delta K_{th}, K_c, ...)$.

Os carregamentos podem ser dados por uma lista sequenciada de picos (σ_{max}) e vales (σ_{min}), ou então pela seqüência equivalente de cargas alternadas (σ_a), médias (σ_m) e número de reversões (n/2). Os dados podem ser digitados ou importados de qualquer arquivo tipo .csv, inclusive os gerados experimentalmente (e.g., através de um *strain-gage* ligado a um sistema de aquisição de dados).

Um carregamento complexo pode variar a cada reversão, e um bloco simples mantém σ_a e σ_m constantes durante n ciclos. Um evento é definido por um bloco simples, ou a cada i-ésima variação $(\sigma_{a_i}, \sigma_{m_i})$ no caso complexo. A propagação é calculada a cada evento do carregamento. É também possível especificar as dimensões iniciais e finais da trinca, caso se queira calcular a vida correspondente. Em qualquer caso, o programa automaticamente pára os cálculos, e indica o valor dos parâmetros que causaram a parada, se durante o carregamento ocorrer:

- fratura por $K_{max} = K_C$, ou se
- a trinca atingir o tamanho máximo especificado para a trinca final, ou se
- a peça atingir a resistência à ruptura no ligamento residual, ou se
- a taxa da/dN atingir 1 CTOD por ciclo ou 0.1mm/ciclo (acima disto o problema é de fraturamento e não de fissuração por fadiga), ou então se
- uma das fronteiras da peça for atingida pela frente da trinca, no caso das trincas 2D.

Além disto o programa avisa quando há escoamento do ligamento residual antes que seja atingido o valor especificado para o número de ciclos do carregamento, ou para o tamanho máximo da trinca. Desta forma, os valores calculados podem ser usados com a garantia de que o limite de validade dos modelos matemáticos nunca é excedido.

3. Método do Valor Médio Quadrático do Carregamento

A maneira mais simples de se tratar o problema da previsão da vida à fadiga de uma peça sujeita a um carregamento complexo é substitui-lo por um carregamento de amplitude constante que lhe seja equivalente, no sentido de causar o mesmo crescimento da trinca.

Descobriu-se experimentalmente que o valor médio quadrático (rms) da gama do fator de intensidade de tensões, ΔK_{rms}, pode em muitos casos ser usado para este propósito [6].

Segundo Hudson [7], pode-se calcular ΔK_{rms} a partir dos valores rms dos picos e dos vales das *tensões* atuantes sobre as peças. E, já que a trinca não cresce enquanto fechada, a parte negativa dos carregamentos deve ser desconsiderada, isto é, deve-se antes zerar os picos e vales que forem menores que zero, para obter:

$$\sigma_{max_{rms}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{p} (\sigma_{max_i})^2}{p}}, \quad \sigma_{min_{rms}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{q} (\sigma_{min_i})^2}{q}}, \quad (\sigma_{max_i}, \sigma_{min_i} \geq 0) \qquad (1)$$

e

$$\Delta\sigma_{rms} = \sigma_{max_{rms}} - \sigma_{min_{rms}}, \qquad R_{rms} = \frac{\sigma_{min_{rms}}}{\sigma_{max_{rms}}} \qquad (2)$$

Como no caso geral pode-se escrever $\Delta K_{rms} = \Delta\sigma_{rms} \cdot [\sqrt{(\pi a)} \cdot f(a/W)]$, este método trata o problema substituindo o carregamento complexo por um carregamento simples equivalente de gama ΔK_{rms} e carga média R_{rms}. Logo, a previsão do número de ciclos que a trinca leva para crescer do comprimento inicial a_0 até o final a_f é dada por:

$$N = \int_{a_0}^{a_f} \frac{da}{F(\Delta K_{rms}, R_{rms}, \Delta K_{th}, K_c, \ldots)} \qquad (3)$$

No ViDa 97 pode-se usar uma variação do algoritmo de Simpson para a integração numérica dos carregamentos simples e, por conseguinte, do método ΔK_{rms}. O incremento de trinca δa usado na discretização da integral pode ser especificado pelo usuário a partir de 0.1µm. Também se pode optar pelo uso de um método de degraus ajustáveis por uma variação do comprimento da trinca, como discutido mais abaixo no capítulo sobre o método do crescimento ciclo-a-ciclo.

Neste ponto deve-se mencionar que o valor ΔK_{rms} de um carregamento complexo é similar mas não idêntico ao ΔK de um carregamento simples. Como toda estatística, ΔK_{rms} não reconhece ordem temporal, e não pode perceber problemas como:

- a fratura súbita causada por um eventual grande pico durante o carregamento complexo (para que o processo de fraturamento comece, basta que ***num único*** evento $K_{max} = K_c$),
- qualquer interação entre os ciclos do carregamento (e.g., os fenômenos de retardo ou de parada da trinca que podem ocorrer ***após*** sobrecargas),
- *não se pode garantir a inatividade da trinca se* $\Delta K_{rms}(a_0) < \Delta K_{th}(R_{rms})$.

Este último problema é devido aos eventos do carregamento com $\Delta\sigma_i$ grande (que induzem $\Delta K_i > \Delta K_{th}$), os quais podem fazer a trinca ir crescendo lentamente. Portanto, como ΔK_i depende tanto de $\Delta\sigma_i$ como do tamanho da trinca a_i *naquele evento*, mesmo que o valor de $\Delta\sigma_{rms}$ permaneça constante não se pode garantir o mesmo para ΔK_{rms}.

A equação (3) só se aplica às trincas 1D, mas na prática muitas vezes é necessário estudar as trincas superficiais, as de canto ou as internas, que se propagam em 2D. A principal característica destas trincas é ***não*** se propagar de forma homóloga, tendendo a mudar de forma a cada ciclo, pois as taxas dependem de ΔK, e em geral ΔK varia de ponto para ponto da ponta das trincas.

Há expressões analíticas para o fator de intensidade de tensões de algumas trincas 2D. Nos casos em que as trincas têm forma elipsoidal, e estão embutidas numa placa de largura 2W e espessura t, ΔK é função de $\Delta\sigma$, a, a/c, a/t, c/W e Φ [8-10], onde a e c são os tamanhos dos semi-eixos elípticos, e Φ é definido na figura 1.

O problema da propagação 2D das trincas elipsoidais sob carregamentos simples foi recentemente discutido em [11-13]. Sua solução baseia-se em observações fratográficas, que indicam que as sucessivas frentes daquelas trincas permanecem aproximadamente elípticas durante a propagação por fadiga. Devido a isto, na modelagem pode-se assumir que a propagação muda apenas a forma das trincas (dada pela razão a/c entre os semi-eixos elípticos, que quantifica quão alongadas são as trincas), mas ***conserva*** a sua geometria elipsoidal básica.

Como uma elipse é completamente definida por seus dois semi-eixos, para se considerar o crescimento 2D destas trincas, incluindo suas mudanças de forma, basta calcular a cada ciclo os comprimentos a e c, resolvendo *acopladamente* os problemas de propagação da/dN e dc/dN. Para isto requer-se o tipo e o tamanho inicial da trinca a_0 e c_0, a geometria da peça, as propriedades mecânicas e a regra de propagação de trincas do material $da/dN = F(\Delta K, R, \Delta K_{th}, K_c, ...)$. Também especifica-se um pequeno incremento δa (50μm, cerca do limiar de resolução dos métodos de medição das trincas em testes de fadiga, pode ser uma boa escolha tanto do ponto de vista físico quanto numérico). Do carregamento complexo obtém-se σ_{rms} e R_{rms}. Em seguida calcula-se:

$$\Delta K_{rms}(a_0) = \Delta\sigma_{rms}\cdot[\sqrt{(\pi a_0)}\cdot f_a(a_0/c_0, a_0/t, c_0/W)] \tag{4}$$

$\Delta K_{rms}(c_0)$ pode ser calculado por uma expressão similar à (4). O número de ciclos N_0 que a trinca leva para crescer de a_0 até $a_0+\delta a$ é dado por:

$$N_0 = \frac{\delta a}{F(\Delta K_{rms}(a_0), R_{rms}, \Delta K_{th}, K_c, \ldots)} \tag{5}$$

O correspondente crescimento na direção do semi-eixo c, δc_0, é dado por:

$$\delta c_0 = N_0 \cdot F(\Delta K_{rms}(c_0), R_{rms}, \Delta K_{th}, K_c, \ldots) \tag{6}$$

A precisão numérica da metodologia é ajustada pelo valor de δa, pois o processo iterage fazendo $\Delta K_{rms}(a_1) = \Delta K_{rms}(a_0+\delta a)$, $N_1 = \delta a/F(\Delta K_{rms}(a_1),R_{rms},\Delta K_{th},K_c,...)$, etc.

Quando comparada com o crescimento 1D, a aplicação do método ΔK_{rms} ao problema 2D é mais trabalhosa e usa um método de integração menos eficiente, mas não apresenta dificuldades conceituais suplementares.

4. Método do Crescimento Ciclo-a-Ciclo

A idéia básica deste método é associar a cada reversão do carregamento o crescimento que a trinca teria se só aquele 1/2 ciclo atuasse sobre a peça. Isto implica em desprezar os efeitos de interação entre os diversos eventos de um carregamento complexo (como os já mencionados retardos ou paradas de crescimento causados por picos de sobrecarga). Desta forma é fácil escrever uma expressão geral para o crescimento da trinca ciclo-a-ciclo, segundo qualquer regra de propagação:

Sendo $da/dN = F(\Delta K, R, \Delta K_{th}, K_c, ...)$, se no i-ésimo 1/2 ciclo do carregamento a gama de tensão atuante é $\Delta\sigma_i$ e a carga média $R_i = R(\Delta\sigma_i, \sigma_{max_i})$, então neste evento a trinca cresce de δa_i dado por:

$$\delta a_i = \frac{1}{2} \cdot F(\Delta K(\Delta\sigma_i, a_i), R(\Delta\sigma_i, \sigma_{max_i}), \Delta K_{th}, K_c \ldots) \tag{7}$$

O crescimento da trinca é quantificado pelo $\Sigma(\delta a_i)$. Esta regra é similar em conceito ao acúmulo linear de dano usado nos métodos SN e εN. E, da mesma forma que naqueles métodos, requer que *todos* os eventos que causem dano à peça sejam reconhecidos antes de se efetuar o cálculo. Para isto deve-se primeiro fazer uma contagem tipo *rain-flow* do carregamento, para só então se calcular o crescimento da trinca por fadiga.

Entretanto, este tipo de contagem *altera a ordem* dos carregamentos, como mostrado na figura 2. Isto pode causar sérios problemas nas previsões, pois os efeitos de ordem do carregamento na propagação das trincas são de ***duas*** naturezas distintas:

- Os de plasticidade ou correlatos, que podem induzir efeitos de retardo no crescimento subseqüente da trinca, e que podem ser causados por fechamento tipo Elber ou por bifurcações da frente da trinca [14,15]. Estes efeitos são desprezados pelo método ciclo-a-ciclo.

- Os relacionados com eventos de fratura, que dependem primariamente da relação entre K_{max} e a tenacidade à fratura. Estes últimos são muito mais dramáticos, pois significam a quebra da peça e têm que ser previstos com exatidão.

Como já mencionado acima, a entrada dos carregamentos no ViDa 97 é seqüencial, e preserva as informações de ordem temporal que são perdidas quando se geram histogramas ou qualquer outra estatística do carregamento. Para tirar partido desta facilidade, foi introduzida naquele programa a opção de se efetuar a contagem *rain-flow* de forma seqüenciada.

Com esta nova técnica, o efeito de cada grande evento é contado no momento em que ele ocorre (e não *antes* de sua ocorrência, como no método tradicional). A idéia é explicada na figura 2.

A principal vantagem da contagem *rain-flow* seqüencial é evitar a aplicação antecipada de sobrecargas, o que pode causar previsões ***não***-conservativas na propagação de trincas (como $K(\sigma,a)$ em geral cresce com a trinca, uma mesma carga aplicada quando a trinca é grande é mais danosa do que quando a trinca é pequena).

A contagem rain-flow seqüencial não elimina *todos* os problemas de ordenamento causados pelo método tradicional, mas é certamente uma opção recomendável pois apresenta vantagens sobre, e não acrescenta dificuldade alguma ao algoritmo de contagem original.

Como discutido no método ΔK_{rms}, nos cálculos a parte negativa dos carregamentos deve ser desconsiderada, isto é, deve-se zerar os picos e vales que forem compressivos. E na implementação numérica do tratamento dos carregamentos, um outro tipo de filtragem também pode ser útil: a opção de filtragem do carregamento em *amplitude* segundo um patamar ajustável, seguindo a idéia do método *race-track* [1,2].

A filtragem em amplitude pode diminuir significativamente o esforço computacional nos cálculos de dano à fadiga sob carregamentos complexos de longa duração. Mas este procedimento é intrinsecamente não-conservativo, porque *despreza* carregamentos. Um problema no uso deste recurso é causado pelo fato de ΔK depender não só das cargas, *mas também do tamanho da trinca*. Logo, seu valor *não* está disponível antes dos cálculos de propagação. Em conseqüência, a regra conservativa é limitar o corte do carregamento aos pares ($\Delta\sigma_i$, R_i) que causem $\Delta K(a_f) < \Delta K_{th}(R_i)$, onde a_f é o comprimento final esperado para a trinca. (Mas na prática pode ser mais fácil experimentar numericamente com patamares de corte decrescentes, até que não haja mais variação significativa nos cálculos).

A implementação computacional da equação (8), mesmo com a pre-zeragem dos picos e vales compressivos e com a filtragem em amplitude do carregamento, não é numericamente eficiente. Por isto introduziu-se no ViDa 97 uma facilidade adicional para diminuir o tempo de computação: a opção de se especificar uma (pequena) percentagem de variação no comprimento da trinca (na realidade na $\sqrt{a}$, $\delta(\sqrt{a})$), para só então mudar o valor do fator geométrico de ΔK usado nos cálculos.

Como $\Delta K = \Delta\sigma\cdot[\sqrt{(\pi a)}\cdot f(a/W)]$, onde $f(a/W)$ é um fator (geralmente complicado) que só depende da geometria da peça e não do carregamento, pode-se dizer que a variação do fator de intensidade de tensões ΔK_i a cada reversão do carregamento depende de duas variáveis de natureza diferente:

1. da variação da tensão naquele evento $\Delta\sigma_i$, e
2. do comprimento da trinca a_i naquele *instante*.

É claro que $\Delta\sigma_i$ pode variar bastante a cada reversão quando o carregamento é complexo, mas as trincas *sempre* se propagam muito devagar por fadiga. De fato, as maiores taxas de crescimento *estável* observadas na prática são da ordem de μm/ciclo, sendo que durante a maioria da vida as taxas são melhor medidas em nm/ciclo.

Mas como em geral as expressões para f(a/W) não apresentam descontinuidades, pode-se tirar proveito da pequena mudança no produto $[\sqrt{(\pi a)}\cdot f(a/W)]$ para pequenos incrementos no comprimento da trinca.

Desta forma, em vez de se calcular a cada evento de um carregamento complexo o valor de $\Delta K_i = \Delta\sigma_i\cdot[\sqrt{(\pi a_i)}\cdot f(a_i/W)]$, o que demandaria grande esforço computacional, pode-se manter o produto $[\sqrt{(\pi a_i)}\cdot f(a_i/W)]$ constante enquanto a $\sqrt{a}$ não variar da pequena percentagem especificada pelo usuário do programa.

Os erros introduzidos por este procedimento são não-conservativos, mas decrescem rapidamente com a diminuição do valor especificado para $\delta(\sqrt{a})$. E, como no caso da filtragem em amplitude, é mais fácil começar com um valor mais alto para minimizar os tempos de computação (no programa o máximo valor é limitado em 5%), e experimentar numericamente para achar o valor mais conveniente ao problema em questão.

O problema do crescimento em 2D é tratado de forma similar ao discutido no método ΔK_{rms}. No i-ésimo evento do carregamento a trinca elipsoidal tem semi-eixos de comprimento (a_i, c_i), e aos quais correspondem $\Delta K(a_i) = \Delta\sigma_i\cdot[\sqrt{(\pi a_i)}\cdot f_a(a_i/c_i, a_i/t, c_i/W)]$ e $\Delta K(c_i) = \Delta\sigma_i\cdot[\sqrt{(\pi a_i)}\cdot f_c(a_i/c_i, a_i/t, c_i/W)]$. (Note que $\Delta K(c_i)$ depende de a_i *mesmo*). Se $da/dN = F(\Delta K, R, \Delta K_{th}, K_c, ...)$, o crescimento da trinca neste 1/2 ciclo é dado por:

$$\delta a_i = \frac{1}{2}\cdot F(\Delta K(\Delta\sigma_i, a_i, f_a), R(\Delta\sigma_i, \sigma_{max_i}), \Delta K_{th}, K_c, \ldots) \tag{8}$$

e

$$\delta c_i = \frac{1}{2}\cdot F(\Delta K(\Delta\sigma_i, a_i, f_c), R(\Delta\sigma_i, \sigma_{max_i}), \Delta K_{th}, K_c, \ldots) \tag{9}$$

O crescimento da trinca é calculado pela solução *simultânea* de $\Sigma\delta a_i$ e $\Sigma\delta c_i$. Desta forma, ambos os incrementos δa_i e δc_i dependem de a_i e de c_i, o que caracteriza o crescimento acoplado destas trincas.

As mesmas observações feitas acima sobre a filtragem e a contagem do carregamento também se aplicam ao crescimento 2D. Da mesma forma, a manutenção de $\sqrt{(\pi a)}\cdot f_a$ e $\sqrt{(\pi a)}\cdot f_c$ constantes dentro de uma pequena variação da $\sqrt{a}$ é muito útil no cálculo 2D, pois em geral as expressões para f_a e f_c são muito complexas, e demandam grande esforço numérico. Mas, fora a complexidade computacional, o problema 2D não apresenta dificuldades conceituais suplementares.

5. Efeitos de Seqüência na Propagação de Trincas

É fato reconhecido que problemas de interação entre ciclos podem ter efeito significativo na previsão do crescimento das trincas de fadiga. Há vasta documentação na literatura comprovando que sobrecargas trativas, aplicadas sobre carregamentos cuja amplitude de outra maneira permaneça constante (ver figura 3), podem causar retardos ou paradas no crescimento, e até sobrecargas compressivas podem afetar a taxa de propagação subseqüente. Desprezar estes efeitos nos cálculos da vida à fadiga pode invalidar completamente as previsões. De fato, em muitos casos práticos, só considerando os efeitos de retardo pode-se justificar a vida atingida pelas estruturas.

Entretanto, a geração de um algoritmo universal para contabilizar estes efeitos é particularmente difícil, devido à quantidade e à complexidade dos mecanismos envolvidos. Dentre os mecanismos mencionados na literatura, destacam-se:

- fechamento da trinca induzido por plasticidade,
- bifurcação da ponta da trinca,
- cegamento da ponta da trinca,
- tensões residuais,
- deformações residuais,
- encruamento,
- rugosidade superficial,
- oxidação das faces da trinca.

Vários destes mecanismos podem atuar concomitante ou concorrentemente na fenomenologia de cada problema em particular. Além disto, dependendo de fatores como:

- tamanho da trinca,
- microestrutura do material,
- estado de tensões dominante, e
- meio ambiente,

a importância relativa dos diversos mecanismos pode variar. A discussão detalhada desta fenomenologia não cabe neste trabalho (uma revisão sucinta do problema pode ser encontrada em [15]).

Aqui só vale a pena mencionar que persistem muitos mitos nesta área, como atribuir às sobrecargas variações significativas no estado de *tensões residuais na ponta* de uma trinca. Isto é mecanicamente *impossível*, devido ao K_t extremamente alto de qualquer trinca de fadiga. As tensões atuantes próximo da ponta de uma trinca *sempre* induzem escoamento trativo no carregamento e compressivo no descarregamento durante a sua propagação por fadiga, o que impede variações de monta nas tensões residuais lá atuantes.

As modelagens mais comuns dos efeitos de retardo induzidos por sobrecargas na taxa de propagação de trincas por fadiga são, ainda que indiretamente, baseadas na variação da carga de abertura da trinca causada pela sobrecarga. Estes modelos são inspirados em experimentos nos quais o principal mecanismo de retardo é o fechamento da trinca induzido por plasticidade (a carga de abertura aumenta quando a trinca penetra na zona plástica hipertrofiada pela sobrecarga, o que diminui o valor efetivo do carregamento ΔK_{ef}, retardando ou parando a trinca como esquematizado na figura 4). Desta forma, prevê-se interação enquanto a zona plástica de um dado ciclo estiver contida na da sobrecarga.

Mas é muito importante enfatizar que este não é de forma nenhuma o *único* mecanismo importante envolvido no problema da interação entre ciclos. Por exemplo, Castro & Parks [16] mostraram que a carga de abertura *diminui* após uma sobrecarga, e mesmo assim as trincas retardam ou param, quando elas se propagam sob condições de deformação plana dominante (ver figura 5). Aqueles testes foram feitos num aço 2.25Cr-1Mo, sob um carregamento constante de $\Delta K = 10MPa\sqrt{m}$ (ponto correspondente ao início da fase II da curva da/dN vs. ΔK, ver [4,5]), e mantendo o tamanho da zona plástica da sobrecarga $ZP_{sc} << B$, a espessura do corpo de prova. O principal mecanismo de retardo nestes casos é a bifurcação da ponta da trinca.

O modelo de Wheeler é o mais conhecido dos modelos de retardo (ver, e.g., [17]).

O modelo é simplista e assume, meio arbitrariamente, que enquanto a zona plástica de um carregamento estiver embutida na de uma sobrecarga, o retardo depende da distância da fronteira da zona plástica da sobrecarga à ponta da trinca, ver figura 6. O retardo é máximo logo após a sobrecarga, e deixa de existir (isto é, tende para 1) quando a fronteira da zona plástica da trinca chega à da sobrecarga.

Sendo a_{sc} e a_i os tamanhos da trinca no instante da sobrecarga e no i-ésimo ciclo, ZP_{sc} e ZP_i os respectivos tamanhos das zonas plásticas, e $(da/dN)ret_i$ e $(da/dN)_i$ as taxas retardada e na qual a trinca estaria crescendo no i-ésimo ciclo se não tivesse havido a sobrecarga, então:

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{ret_i} = \left(\frac{da}{dN}\right)_i \cdot \left(\frac{ZP_i}{a_{sc} + ZP_{sc} - a_i}\right)^{\beta}, \quad a_i + ZP_i < a_{sc} + ZP_{sc} \qquad (10)$$

onde β é uma constante ajustável aos resultados experimentais. Broek [17,18] cita dados de Wheeler para aços (β = 1.43) e Ti-6AL-4V (β = 3.4), e afirma que valores típicos para β estão entre 0 e 2.

Note-se que este modelo não pode prever a parada das trincas após sobrecargas. Como $ZP \approx (K_{max}/S_y)^2$, o máximo valor do retardo previsto ocorre imediatamente após a sobrecarga, e vale $(K_{max}/K_{sc})^{2\beta} = (\sigma_{max}/\sigma_{sc})^{2\beta}$, onde σ_{max} é o máximo valor da tensão atuante no ciclo posterior à sobrecarga, e σ_{sc} é o valor de pico da sobrecarga.

Uma modificação que parece razoável para também modelar a parada das trincas é usar o parâmetro de Wheeler para multiplicar o valor de ΔK, em vez do valor da taxa de crescimento de trinca subseqüente à sobrecarga:

$$\Delta K_{ret}(a_i) = \Delta K(a_i) \cdot \left(\frac{ZP_i}{a_{sc} + ZP_{sc} - a_i}\right)^{\gamma}, \quad a_i + ZP_i < a_{sc} + ZP_{sc} \qquad (11)$$

onde $\Delta K(a_i)$ é o valor do fator de intensidade de tensões que corresponderia ao comprimento a_i da trinca caso não houvesse retardo, e $\Delta K(a_i)_{ret}$ é o valor correspondente reduzido pelo efeito da sobrecarga. É claro que o valor de γ neste caso deve ser diferente que o de β no modelo original, mas desta forma pode-se usar qualquer das regras de propagação que reconheçam ΔK_{th} para prever a parada das trincas após uma sobrecarga de amplitude suficiente.

A implementação numérica das equações de retardo num modelo de crescimento ciclo-a-ciclo não é conceitualmente difícil, mas é trabalhosa e envolve esforço computacional considerável. Para facilitar sua compreensão, na figura 7 apresenta-se um fluxograma simplificado do algoritmo de cálculo usado no ViDa 97. O fluxograma engloba o modelo linear e os dois modelos de retardo discutidos acima.

A implementação numérica destes modelos requer alguns cuidados que devem ser mencionados. O primeiro refere-se ao uso do filtro $\sqrt{a}$ no cálculo dos modelos de retardo quando a amplitude do carregamento após a sobrecarga permanece constante. O incremento de trinca para efeito do cálculo atrelado à $\sqrt{a}$ pode ser maior do que a ZP_{sc}, pois o tamanho físico das zonas plásticas em relação ao tamanho da trinca pode ser muito pequeno. Mas só se pode quantificar o gradiente de propagação que ocorre dentro da ZP_{sc} através da sua subdivisão em vários domínios numéricos. Por isto, na implementação do fluxograma da figura 7, tomou-se o cuidado de quebrar os carregamentos de amplitude constante a incrementos de $\sqrt{a}$ ou de $(ZP_{sc}-ZP_i)/p$, o que for menor, onde p é uma constante especificada pelo usuário.

Um segundo cuidado pode economizar muito tempo de computação. Quando o carregamento é complexo, vale a pena introduzir um filtro de sobrecargas. Pequenas variações na amplitude dos carregamentos não causam retardos experimentalmente detectáveis, logo não precisam ser numericamente consideradas.

Desta forma, se $\sigma_j/\sigma_{j-1} < \alpha$, onde σ_{j-1} e σ_j são picos sucessivos do carregamento, não é preciso ativar a previsão dos retardos. Segundo [14], variações de até 25 a 30% podem ser consideradas pequenas, portanto a escolha de um valor da ordem de 1.25 para α pode ser razoável, na ausência de informações mais precisas.

Por fim, vale a pena lembrar que a fronteira da zona plástica avança com a trinca. Desta forma, no caso de carregamentos complexos, a fronteira controladora dos retardos vai avançando a medida que novas sobrecargas induzem zonas plásticas grandes o suficiente para cruzar a anteriormente vigente.

Há muitos outros modelos de retardo disponíveis na literatura [19], mas nenhum deles foi reconhecido como possuidor de vantagens definitivas sobre os modelos mais simples discutidos acima. É claro que aquelas equações são simplistas demais para modelar todas as *causas* dos efeitos de retardo, um problema cuja complexidade mecanística é muito grande. Mas, como modelos de engenharia ajustáveis empiricamente, elas *reproduzem a fenomenologia do crescimento de trinca sob carregamentos complexos*. Em particular, a equação (11) pode modelar os retardos e paradas mostrados nas figuras 3 e 5, cujo mecanismo primordial já citado é bifurcação e não fechamento por plasticidade.

Da mesma forma que se mede experimentalmente uma curva da/dN vs. ΔK, e se ajusta um modelo de propagação aos dados obtidos, pode-se calibrar os expoentes das equações (10) ou (11) através de testes. (Broek, ao discutir o uso *prático* da Mecânica da Fratura [17], recomenda este procedimento, e discute exemplos de sua utilização). Desta forma, tanto o modelo de Wheeler, quanto a modificação aqui proposta, podem ser muito úteis para se quantificar os efeitos de interação entre ciclos na previsão da vida residual de peças e estruturas.

Também se pode modelar os problemas de interação entre ciclos no crescimento 2D das trincas elipsoidais sob carregamento complexo. A idéia é manter a hipótese fundamental da preservação da geometria elipsoidal apesar da mudança da forma das trincas a cada ciclo. Desta forma o problema se resume de novo à simples contabilidade do crescimento acoplado dos semi-eixos a e c. Como o tamanho da zona plástica depende de ΔK, e como em geral $\Delta K(a) \neq \Delta K(c)$, os efeitos de retardo são diferentes em cada direção, mas fora isto não há dificuldades adicionais:

$$\Delta K_{ret}(a_i) = \Delta K(a_i) \cdot \left(\frac{ZP(a_i)}{a_{sc} + ZP(a_{sc}) - a_i} \right)^{\gamma}, \quad a_i + ZP(a_i) < a_{sc} + ZP(a_{sc}) \qquad (12)$$

$$\Delta K_{ret}(c_i) = \Delta K(c_i) \cdot \left(\frac{ZP(c_i)}{c_{sc} + ZP(c_{sc}) - c_i} \right)^{\gamma}, \quad c_i + ZP(c_i) < c_{sc} + ZP(c_{sc}) \qquad (13)$$

$$\delta a_i = \frac{1}{2} \cdot F(\Delta K_{ret}(\Delta\sigma_i, a_i, f_a), R(\Delta\sigma_i, \sigma_{max_i}), \Delta K_{th}, K_c, \ldots) \qquad (14)$$

$$\delta c_i = \frac{1}{2} \cdot F(\Delta K_{ret}(\Delta\sigma_i, a_i, f_c), R(\Delta\sigma_i, \sigma_{max_i}), \Delta K_{th}, K_c, \ldots) \qquad (15)$$

Só o modelo de Wheeler modificado é explicitado acima, pois só com ele é possível reproduzir toda a fenomenologia da interação entre ciclos do carregamento, incluindo as paradas da trinca.

Vale a pena notar que o problema da modelagem da propagação 2D com retardos é particularmente fascinante, pois é fácil antever diversos comportamentos não triviais como, e.g., o possível ancoramento da trinca pela indução de um $\Delta K_{ret}(c_i) < \Delta K_{th}$ enquanto $\Delta K_{ret}(a_i) > \Delta K_{th}$. Mas, por falta de espaço, uma discussão detalhada destes problemas fica para um próximo trabalho.

Por fim, deve-se mencionar que os problemas de filtragem do carregamento, da $\sqrt{a}$, da $ZP_{sc}/20$, etc., discutidos acima em relação ao crescimento unidimensional também se aplicam ao caso 2D.

6. Conclusões

A automação do cálculo da propagação de trincas sob carregamentos complexos apresenta uma série de problemas que merecem cuidado. Os modelos mais simples, baseados no conceito de ΔK_{rms}, são os mais eficientes do ponto de vista computacional, mas não reconhecem efeitos de ordem nem podem garantir a inatividade de uma trinca. O modelo do crescimento ciclo-a-ciclo é conceitualmente similar ao acúmulo linear de dano usado nos modelos de iniciação, e apresenta as mesmas limitações. Devido ao esforço computacional requerido, é altamente recomendável o uso de filtros numéricos, como a separação de ΔK em duas partes, uma $f(\sigma)$ e outra $g(a)$, atualizáveis a taxas diferentes. Para considerar toda a fenomenologia dos efeitos de retardo, recomenda-se o uso do modelo de Wheeler modificado, o qual pode simular inclusive as paradas de trincas causadas por sobrecargas de magnitude suficientemente grande. Todos os modelos podem ser generalizados para o crescimento 2D das trincas, a um custo computacional elevado, mas sem complexidades operacionais significativas.

7. Referências

[1] Meggiolaro,M.A. & Castro,J.T.P. "Desenvolvimentos na Automação do Projeto à Fadiga sob Carregamentos Complexos", II Sem.Mec.Fratura, pp.99-118, ABM 96.

[2] Meggiolaro,M.A. & Castro,J.T.P. "ViDa 96 - Danômetro Visual para Automatizar o Projeto à Fadiga sob Carregamentos Complexos", submetido à RBCM, 97.

[3] Castro,J.T.P. & Meggiolaro,M.A. "Alguns Comentários sobre a Automação do Método εN para Dimensionamento à Fadiga sob Carregamentos Complexos", submetido à RBCM, 97.

[4] Castro,J.T.P. & Meggiolaro,M.A. “Uma Nota Sobre a Modelagem da Curva de Propagação de Trincas por Fadiga”, submetido à RBCM, 97.

[5] Meggiolaro,M.A. & Castro,J.T.P. "Equacionamento da Curva de Propagação de Trincas por F adiga", III Sem.Mec.Frat., ABM 97

[6] Barson,J.M. & Rolfe,S.T. "Fracture and Fatigue Control in Structures", Prentice-Hall 87.

[7] Hudson,C.M. "A Root-Mean-Square Approach for Predicting Fatigue Crack Growth under Random Loading", ASTM STP 748, pp.41-52, 81.

[8] Newman,J.C. "A Review and Assessment of the Stress Intensity Factors for Surface Cracks", ASTM STP 687, 79.

[9] Newman,J.C. & Raju,I.S. "Stress-Intensity Factor Equations for Cracks in Three-Dimensional Finite Bodies Subjected to Tension and Bending Loads", NASA TM-85793, 84.

[10] Anderson,T.L. "Fracture Mechanics", CRC 95.

[11] Castro,J.T.P.; Giassone,A. & Kenedi,P.P. "Fatigue Propagation of Superficial Cracks in Wet Welds", Fracture, Fatigue and Life Prediction (SMIRT 13) pp.21-38, 95.

[12] Castro,J.T.P.; Giassoni,A. & Kenedi,P.P. "Propagação por Fadiga de Trincas Superficiais e de Canto em Soldas Molhadas", II Sem.Mec.Fratura, pp.325-432,

ABM 96.
[13] Castro,J.T.P.; Giassoni,A. & Kenedi,P.P. "Propagação por Fadiga de Trincas Superficiais Semi e Quarto-Elípticas em Soldas Molhadas", submetido à RBCM, 97.
[14] Castro,J.T.P. "Load History Effects on Plane Strain Fatigue Crack Growth", Ph.D. Thesis Mech. Eng.Dept. M.I.T., 82.
[15] Suresh,S. "Fatigue of Materials", Cambridge 91.
[16] Castro,J.T.P. & Parks,D.M. "Decrease in Closure and Delay of Fatigue Crack Growth in Plane Strain", Scripta Metallurgica vol.16, pp.1443-1445, 82.
[17] Broek,D. "The Practical Use of Fracture Mechanics", Kluwer 88.
[18] Broek,D. "Elementary Engineering Fracture Mechanics", 4th ed., Martinus Nijhoff 86.
[19] Chang,J.B & Hudson,C.M. ed., ASTM STP 748 "Methods and Models for Predicting Fatigue Crack Growth Under Ramdom Loading", ASTM, 81.

MODELING SEQUENCE EFFECTS ON FATIGUE CRACK PROPAGATION

Abstract

The modeling of sequence effects on mode I fatigue crack propagation is discussed. Both plane cracks, which propagate uni-dimensionally, and elliptical cracks, which grow in two dimensions changing shape at each cycle, are studied. Overload-induced retardation effects on the crack growth rate are considered, and their implementation on the several numerical models available in the program ViDa 97, recently developed to automate the fatigue dimensioning process by all the traditional methods used in mechanical design, is studied.

Key-Words: Fatigue, Crack Propagation, Sequence Effects.