

# AVALIAÇÃO ESTATÍSTICA DAS ESTIMATIVAS DE PROPRIEDADES MECÂNICAS NO PROJETO À FADIGA

Marco Antonio Meggiolaro<sup>1</sup>  
Jaime Tupiassú Pinho de Castro<sup>2</sup>

## Resumo

A maioria dos engenheiros não pode se dar ao luxo de medir precisamente todas as propriedades mecânicas de um dado material em projetos de vida à fadiga ou de integridade estrutural, e por isto muitas vezes precisam estimá-las da melhor forma possível. O objetivo desse trabalho é avaliar estatisticamente a dispersão e a aplicabilidade das principais estimativas de propriedades mecânicas, validando as regras existentes e propondo novas quando necessário. Propriedades mecânicas de mais de 7500 materiais foram coletadas, incluindo valores de dureza e resistências ao escoamento e à ruptura de mais de 6500 materiais, todas as 7 constantes do método  $\epsilon N$  de dimensionamento à fadiga (os 4 parâmetros de Coffin-Manson, os 2 da curva de encruamento cíclica de Ramberg-Osgood e o módulo de elasticidade) de mais de 550 aços, e os limites de fadiga de 218 ligas de alumínio.

Palavras-chave: fadiga, estimativas, iniciação de trinca.

---

57<sup>o</sup> Congresso Anual da ABM - Julho de 2002, São Paulo, SP

<sup>1</sup>Eng.Mecânico, Ph.D., Prof. Visitante Dept. Engenharia Mecânica PUC-Rio

<sup>2</sup>Eng.Mecânico, Ph.D., Prof. Dept. Engenharia Mecânica PUC-Rio

## 1. Introdução

O dimensionamento mecânico à iniciação de uma trinca por fadiga pelos métodos SN e  $\epsilon N$  correlaciona o número de ciclos que inicia a trinca, **N**, com a gama das tensões ou deformações atuantes no ponto crítico da peça, **Ds** ou **De**. Estes métodos só se aplicam ao dimensionamento à fadiga de peças não-trincadas.

Wöhler [1-2] identificou que a resistência à fadiga do material poderia ser medida sob cargas simples em pequenos CPs padronizados, mas a resistência à fadiga dos componentes estruturais também depende muito dos detalhes do seu ponto crítico. Assim, o ideal é testar sempre todas as peças sob cargas reais de trabalho mas, como isto raramente é possível, em geral é necessário estimar sua resistência à fadiga. Assim, se a resistência à fadiga do material for conhecida, deve-se estimar o efeito de todos os detalhes que afetam a vida (do ponto crítico) da peça, caso contrário deve-se também estimar a resistência à fadiga do material a partir de propriedades mecânicas simples (como a resistência à ruptura  $S_R$  ou a dureza HB).

A resistência à fadiga  $S_F(N)$  decresce com a vida  $N$  (em número de ciclos), e no método SN é modelada por uma relação parabólica ajustável

$$N \times S_F^B = C \quad (1)$$

Uma contribuição de Wöhler foi identificar a possível existência de um limite de fadiga  $S'_L$  tal que as tensões alternadas de amplitude  $s_a = Ds/2 < S'_L$  não causam dano por fadiga nos CPs (que assim têm vida infinita à fadiga nestas cargas). O limite de fadiga  $S'_L$  dos aços em geral ocorre entre  $10^6$  e  $10^7$  ciclos, mas outros materiais (como os alumínio) podem não apresentar um limite de fadiga bem definido.

Por outro lado, o método  $\epsilon N$  quantifica explicitamente as deformações plásticas cíclicas macroscópicas, podendo ser usado para prever qualquer vida de iniciação [3-4]. O método  $\epsilon N$  *tem que* ser usado quando o problema for fadiga oligocíclica ou de pouca ciclagem, isto é, quando a gama das deformações plásticas **De<sub>p</sub>** atuantes na raiz do entalhe for da mesma ordem ou maior que as elásticas **De<sub>e</sub>**, e *pode* ser usado também para o dimensionamento às vidas longas.

A metodologia  $\epsilon N$  clássica trabalha com tensões e deformações reais, usa relações **Ds** vs **De** tipo Ramberg-Osgood e considera o amolecimento ou endurecimento cíclico do material, mas *não* o seu transiente a partir do comportamento monotônico. Este método assume uma relação única entre as amplitudes das deformações e das tensões impostas sobre a peça, logo uma equação única para todos os laço de histerese, expressa por:

$$e_a = \frac{De}{2} = \frac{De_e}{2} + \frac{De_p}{2} = \frac{Ds}{2E} + \frac{\alpha Ds}{2H_c} \frac{1}{\epsilon}^{1/h_c} \quad (2)$$

onde **E** é o módulo de Young, **H<sub>c</sub>** o coeficiente e **h<sub>c</sub>** o expoente de encruamento da curva **s<sub>e</sub>** cíclica estabilizada (que devem ser medidas experimentalmente). Valores típicos para o expoente de encruamento cíclico estão entre  $0.1 < h_c < 0.2$ , enquanto que o expoente de encruamento monotônico **h** varia mais, tipicamente  $0 < h < 0.5$ .

A relação de Ramberg-Osgood ajusta-se bem à resposta cíclica de muitos materiais, mas é apenas uma de muitas relações empíricas que podem ser usadas com este mesmo propósito. Sua maior limitação é não reconhecer um comportamento puramente elástico nem sequer para as deformações muito pequenas, e sua maior vantagem é a simplicidade matemática.

Quanto à relação entre a amplitude das deformações atuantes na raiz do entalhe,  $\mathbf{De}/2$ , e a vida à fadiga dada em número de reversões,  $2\mathbf{N}$ , ela é tradicionalmente expressa pela regra de Coffin-Manson:

$$\frac{\mathbf{De}}{2} = \frac{\mathbf{s}_c}{\mathbf{E}}(2\mathbf{N})^b + \mathbf{e}_c(2\mathbf{N})^c \quad (3)$$

onde  $\mathbf{s}_c$ ,  $\mathbf{e}_c$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$  são propriedades do material, que devem ser obtidas experimentalmente.

Deste modo, a aplicação das metodologias SN e  $\epsilon\mathbf{N}$  requer um grande número de experimentos para se obter todas as propriedades requeridas nas equações acima. Neste trabalho, estimativas de algumas das principais propriedades mecânicas são apresentadas e avaliadas, com o objetivo de se reduzir o número de experimentos necessários em projeto.

## 2. Estimativas de Propriedades Mecânicas

Este estudo foi feito em 7500 materiais do banco de dados do ViDa [5], cujas propriedades foram coletadas da literatura e filtradas para garantir sua qualidade. Esta filtragem arbitrária dos dados é fundamental para eliminar da análise valores não-realísticos como, e.g.:

- um módulo de elasticidade  $\mathbf{E} = 296\text{GPa}$  em um aço carbono (deveria provavelmente ser  $206\text{GPa}$ , e deve ser um erro de digitação na fonte original)
- uma resistência ao escoamento  $\mathbf{S}_E = 47\text{MPa}$  em um aço inox com resistência à ruptura  $\mathbf{S}_R = 710\text{MPa}$  (a fonte original deve ter trocado ksi por MPa, pois o correto provavelmente seria  $\mathbf{S}_E = 47\text{ksi} @ 323\text{MPa}$ )
- coeficientes plásticos da curva de Coffin-Manson  $\mathbf{e}_c$  muito maiores que  $2.3$  em aços estruturais (provavelmente devidos a ajustes inapropriados da curva de Coffin-Manson, pois esse valor implicaria em uma redução de área  $\mathbf{RA}$  muito maior que  $90\%$  em  $2\mathbf{N} = 1$ )

O processo de filtragem exige experiência e bom senso, mas algumas regras podem ser destacadas, como limitar os módulos de elasticidade dos aços na temperatura ambiente a  $180\text{GPa} < \mathbf{E} < 230\text{GPa}$ , o expoente e o coeficiente de encruamento cíclico em metais a  $0 < \mathbf{h}_c < 0.6$  e  $\mathbf{E}/10^3 < \mathbf{H}_c < \mathbf{E}/40$ , e os expoentes de Coffin-Manson em metais a  $-0.3 < \mathbf{b} < -0.01$  e  $-1.5 < \mathbf{c} < -0.1$ .

Vários subconjuntos desta coletânea de propriedades mecânicas são estatisticamente representativos:

- valores medidos de  $\mathbf{HB}$ ,  $\mathbf{S}_E$  e  $\mathbf{S}_R$  para mais de 6500 materiais
- todas as 7 constantes do método  $\epsilon\mathbf{N}$  ( $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{s}_c$ ,  $\mathbf{e}_c$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$ ,  $\mathbf{H}_c$  e  $\mathbf{h}_c$ ) para 549 aços
- limite de fadiga  $\mathbf{S}'_L$  para cerca de 220 ligas de Al

Este grande volume de dados permitiu também estudar estatisticamente as estimativas de propriedades usadas em projeto mecânico, e até mesmo propor novas regras. Algumas das principais regras estudadas são:

- $\mathbf{S}_R$  em função da dureza Brinell  $\mathbf{HB}$  para 2344 aços e Al
- $\mathbf{S}_E$  em função de  $\mathbf{HB}$  ou  $\mathbf{S}_R$  para mais de 5800 materiais
- limite de fadiga  $\mathbf{S}'_L$  em função de  $\mathbf{S}_R$  para 218 ligas de Al

Uma das estimativas mais comuns é a da resistência à ruptura  $\mathbf{S}_R$  (em MPa) dos aços a partir da dureza Brinell  $\mathbf{HB}$  (medida em  $\text{kg}/\text{mm}^2$ , como ainda é usual):

$$\mathbf{S}_R = 3.4 \times \mathbf{HB} \quad (4)$$

Esta estimativa foi verificada estudando-se os materiais incluídos no banco de dados do ViDa, baseada numa amostra de quase 2000 aços. Conclui-se que a estimativa  $S_R(\text{MPa}) = 3.4 \times \text{HB}(\text{kg/mm}^2)$  é bem razoável para os aços ferríticos e martensíticos, que têm média  $S_R/\text{HB} = 3.43$  e uma dispersão relativamente pequena, com desvio padrão  $s = 0.24$  e coeficiente de variação  $V = 7\%$  (definido pela razão entre o desvio padrão e a média  $\bar{x}$ ), mas é imprecisa e dispersa demais para os aços austeníticos ( $\bar{x} = 3.75$  e  $V = 21\%$ ).

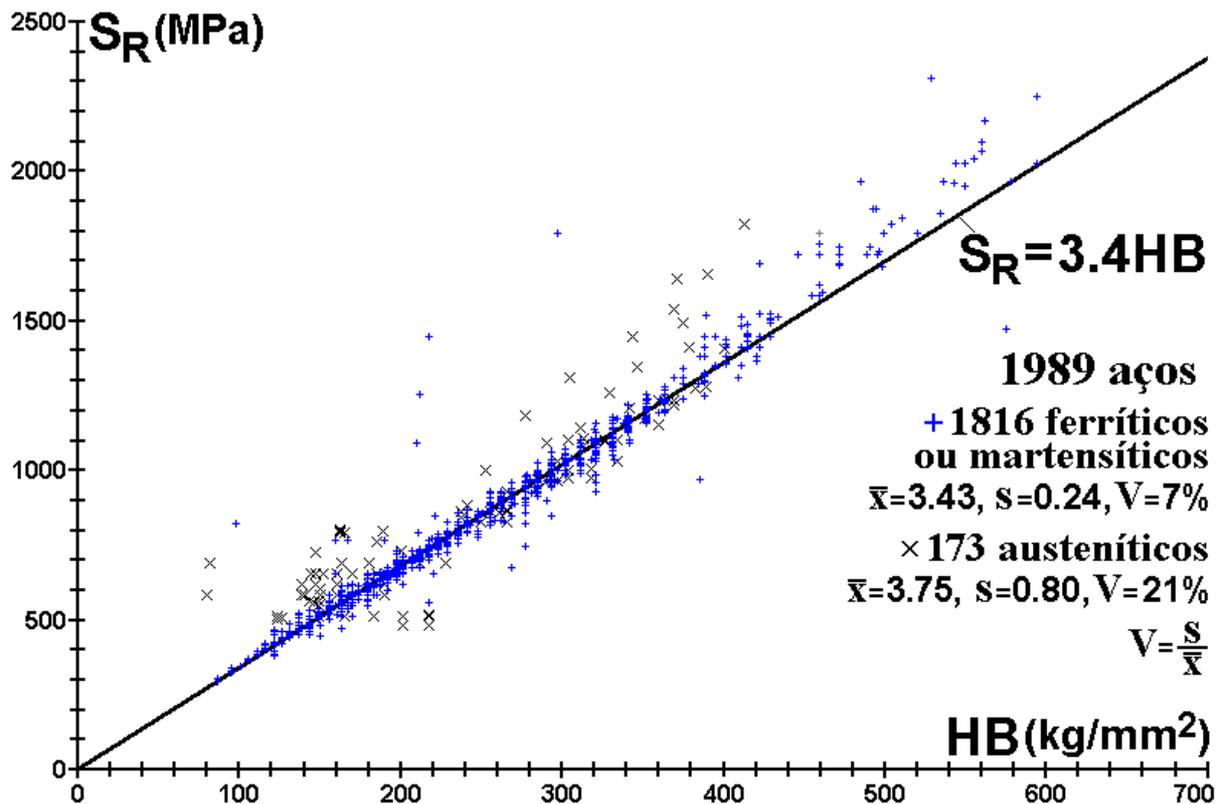


Figura 1 – A correlação  $S_R = 3.4\text{HB}$  é melhor e menos dispersa para os aços com micro-estrutura ccc ( $\bar{x}$  é a média e  $s$  o desvio padrão).

A correlação  $S_R = 3.75 \times \text{HB}$  para ligas de Al laminadas é boa e pouco dispersa ( $V = 5.9\%$ , exceto para ligas da série 6000, onde  $S_R = 3.4 \times \text{HB}$  é melhor, mas com maior dispersão  $V = 12\%$ ), e para as ligas fundidas a correlação é muito dispersa. As estimativas da resistência à ruptura em função da dureza são resumidas abaixo, incluindo propostas de estimativas para alumínio fundido, ferro fundido e ligas de titânio, níquel, cobalto, cobre e magnésio:

- $S_R = \text{HB} \times 3.4$  (baseada no estudo de 1924 aços do ViDa,  $V = 3.8\%$ )
- $S_R = \text{HB} \times 3.75$  (256 Al das séries 1, 2, 3, 4, 5 e 7xxx,  $V = 5.9\%$ )
- $S_R = \text{HB} \times 3.4$  (57 Al 6xxx,  $V = 12\%$ )
- $S_R = \text{HB} \times 3.0$  (107 Al fundidos,  $V = 18\%$ )
- $S_R = \text{HB} \times 2.4$  (40 Fe fundidos,  $V = 9.9\%$ )
- $S_R = \text{HB} \times 3.0$  (61 ligas de Ti,  $V = 16\%$ )
- $S_R = \text{HB} \times 3.7$  (71 ligas de Ni,  $V = 22\%$ )
- $S_R = \text{HB} \times 3.9$  (57 ligas de Co,  $V = 18\%$ )
- $S_R = \text{HB} \times 4.0$  (126 ligas de Cu,  $V = 25\%$ )
- $S_R = \text{HB} \times 4.2$  (68 ligas de Mg,  $V = 20\%$ )

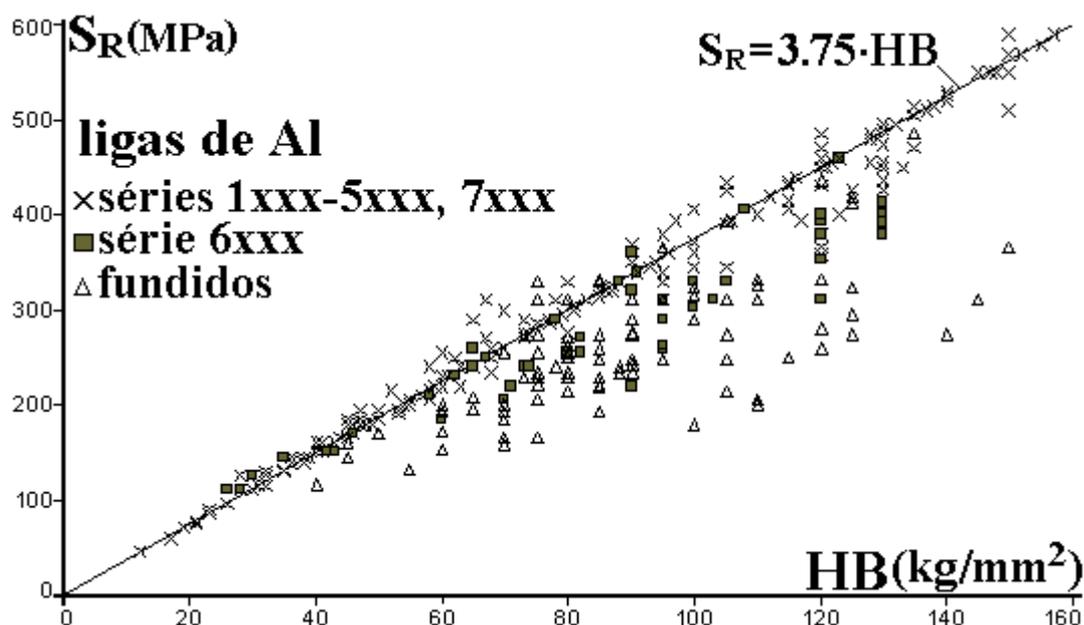


Figura 2 – Estimativas da resistência à ruptura  $S_R$  em função da dureza Brinell  $HB$  para alumínio.

Por outro lado, a correlação entre a dureza e a resistência ao escoamento  $S_E$  não é boa, pois depende muito do estado inicial da liga (apesar de ambas serem tipos de medidas de resistência às deformações plásticas). Nos aços ferríticos, boas correlações podem ser obtidas se os materiais forem separados de acordo com a sua história termo-mecânica, como evidenciado na figura abaixo.

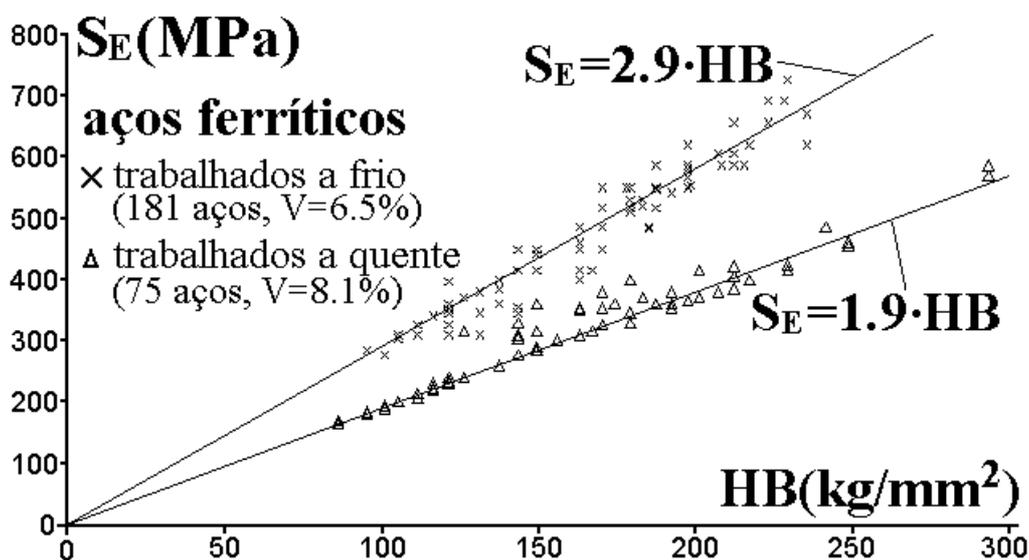


Figura 3 – Relação entre resistência ao escoamento  $S_E$  e a dureza  $HB$  dos aços ferríticos.

Apesar da grande variabilidade da relação entre  $S_E$  e  $HB$  (e conseqüentemente entre  $S_E$  e  $S_R$ ), pode-se propor bandas de dispersão para conter a maioria dos dados experimentais sobre a razão  $S_R/S_E$  de várias famílias de ligas metálicas estruturais, incluindo aços e ligas de alumínio, níquel, cobre e cobalto, vide Fig. 4.

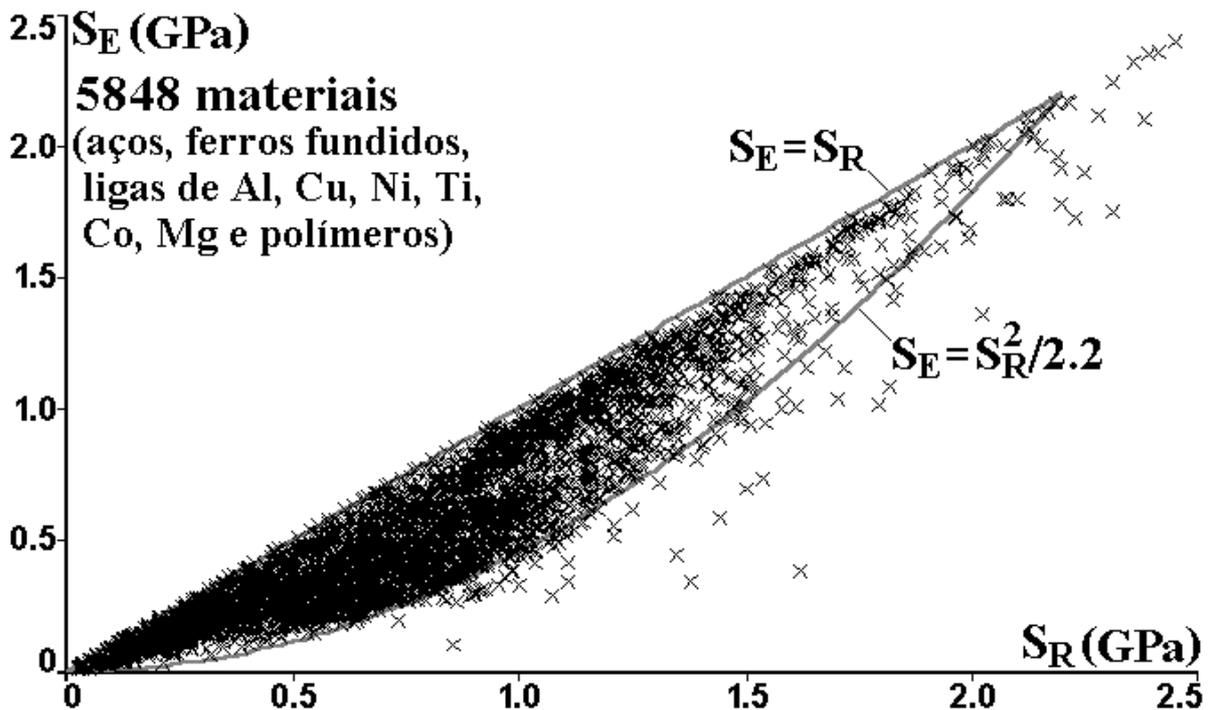


Figura 4 – Relação  $S_E/S_R$  e bandas de dispersão que englobam 98.6% dos aços, 97.0% dos Al, 98.3% dos Cu e 99.6% dos Ni.

Outra estimativa estudada foi a do limite de fadiga  $S'_L(N_L)$ , associada a uma vida de  $N_L$  ciclos, em função da resistência à ruptura  $S_R$ . A estimativa mais tradicional para os aços assume um limite de fadiga  $S'_L(10^6) = 0.5 \times S_R$  se  $S_R < 1.4 \text{ GPa}$ , ou  $S'_L(10^6) = 700 \text{ MPa}$  se  $S_R \geq 1.4 \text{ GPa}$  [2].

Alguns autores consideram que não há um limite de fadiga bem definido nos alumínio, mas outros consideram como limite a resistência à fadiga associada a uma vida de  $5 \cdot 10^8$  ciclos. Analisando os dados de 218 ligas de alumínio, obteve-se  $S'_L(5 \times 10^8) = 0.36 \times S_R$ , mas com uma dispersão bem alta,  $V = 27\%$ . Ao considerar-se apenas as ligas de alumínio com resistência à ruptura  $S_R < 325 \text{ MPa}$ , a estimativa é elevada para  $S'_L(5 \times 10^8) = 0.4 \times S_R$  (em 142 ligas de alumínio,  $V = 24\%$ ). Estimativas obtidas neste estudo para outras famílias de ligas são apresentadas abaixo:

- $S'_L(5 \times 10^8) = 130 \text{ MPa}$  (76 ligas de Al com  $S_R \geq 325 \text{ MPa}$ ,  $V = 28\%$ )
- $S'_L(10^6) = 0.4 \times S_R$  (Fe fundidos com  $S_R < 400 \text{ MPa}$ )
- $S'_L(10^6) = 160 \text{ MPa}$  (Fe fundidos de  $S_R \geq 400 \text{ MPa}$ )
- $S'_L(10^8) = 0.4 \times S_R$  (71 ligas de Cu com  $S_R < 750 \text{ MPa}$ ,  $V = 25\%$ )
- $S'_L(10^8) = 300 \text{ MPa}$  (37 ligas de Cu de  $S_R \geq 750 \text{ MPa}$ )
- $S'_L(10^6) = 0.55 \times S_R$  (49 ligas de Ti,  $V = 35\%$ )
- $S'_L(10^8) = 0.35$  a  $0.5 \times S_R$  (ligas de Ni)
- $S'_L(10^8) = 0.35 \times S_R$  (32 ligas de Mg,  $V = 20\%$ )
- $S'_L = 0.4 \times S_R$  (estudo em 60 polímeros,  $V = 29\%$ )

Além destas, estudaram-se as estimativas do coeficiente  $H_c$  e do expoente  $h_c$  de encruamento cíclico a partir dos coeficientes  $s_c$  e  $e_c$  e expoentes  $b$  e  $c$  de Coffin-Manson:

$$h_c = \frac{b}{c}, \quad H_c = \frac{s_c}{e_c^{h_c}} \quad (5)$$

A partir de dados de 549 aços, conclui-se que estimar  $h_c = 0.15$  reproduz bem a média dos dados, que são muito dispersos ( $V = 59\%$ ). Uma melhor aproximação é obtida pela expressão  $h_c = b/c$ , com dispersão de apenas  $V = 13\%$ .

A seguir, um estudo estatístico destas estimativas é apresentado.

### 3. Avaliação Estatística das Estimativas

A seção anterior apresentou gráficos de dispersão de algumas das estimativas usadas em projeto mecânico. Porém, para validar estatisticamente estas estimativas é necessário ajustar funções de probabilidade aos dados, para assim poder obter correlações associadas a diferentes confiabilidades.

Neste estudo estatístico, os dados foram ordenados de forma crescente, e cada valor foi associado ao posto médio  $r(i, T) = i/T - 0.5T$ , onde  $i = 1, \dots, T$  é número de ordem dos valores dos  $T$  elementos de cada amostra. Cada amostra foi então ajustada pelas distribuições beta, gama, gauss inversa, logística, log-logística, log-normal normal, pearson, gumbel (valor extremo) e weibull. Usando-se os testes de adequabilidade do qui-quadrado e de Anderson-Darling, verificou-se quais dentre as 10 distribuições ajustadas melhor ajustavam cada conjunto de dados [6-8].

As Figuras 5 a 8 apresentam os histogramas, as funções distribuição de probabilidade e as funções de probabilidade acumulada de algumas das estimativas, onde  $m$  é a média,  $x_{50}$  a mediana, e  $V$  o coeficiente de variação de cada distribuição.

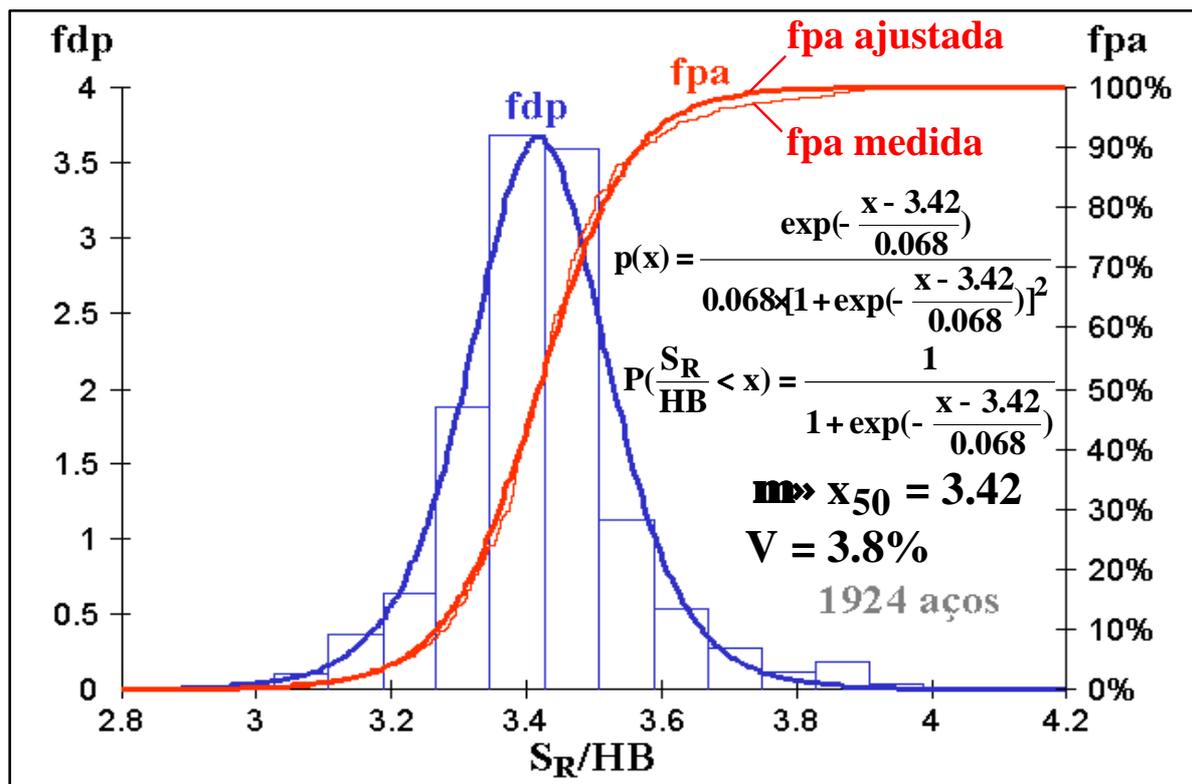


Figura 5 – A estimativa da tensão de ruptura pela dureza Brinell para aços é pouco dispersa e bem ajustada pela distribuição logística.

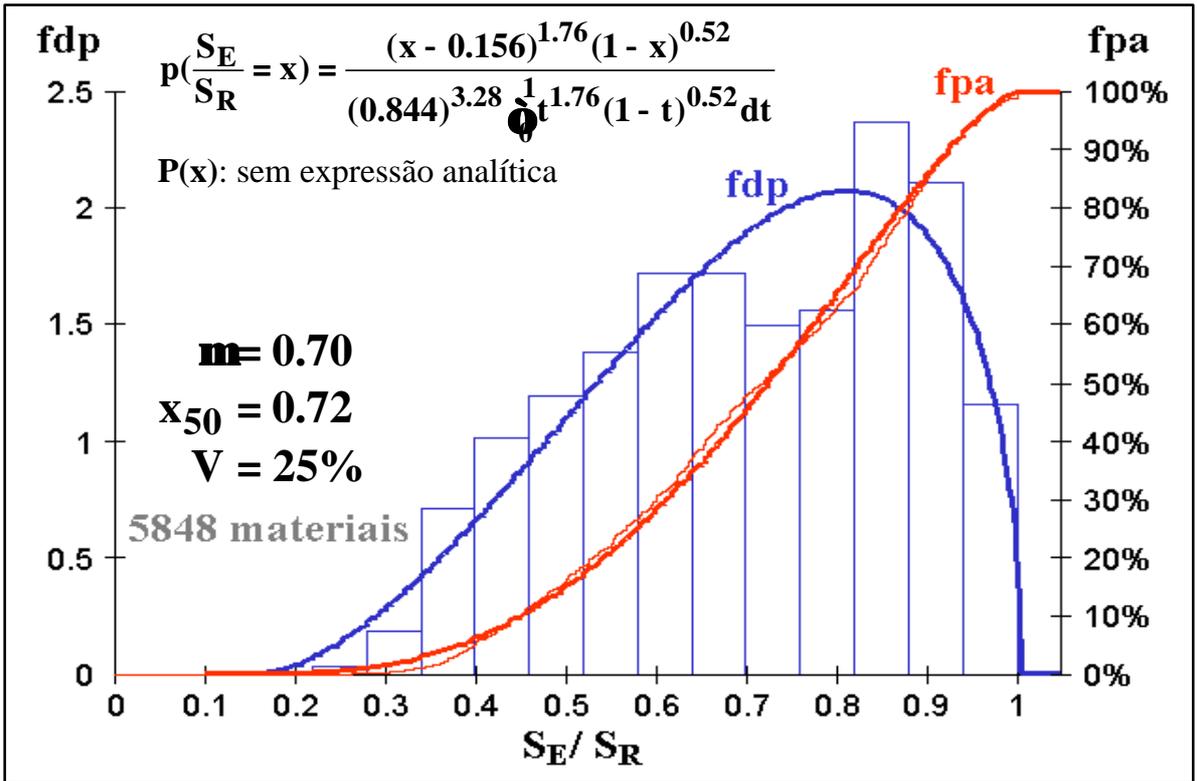


Figura 6 – A distribuição beta descreve bem a grande dispersão da relação  $S_E/S_R$ .

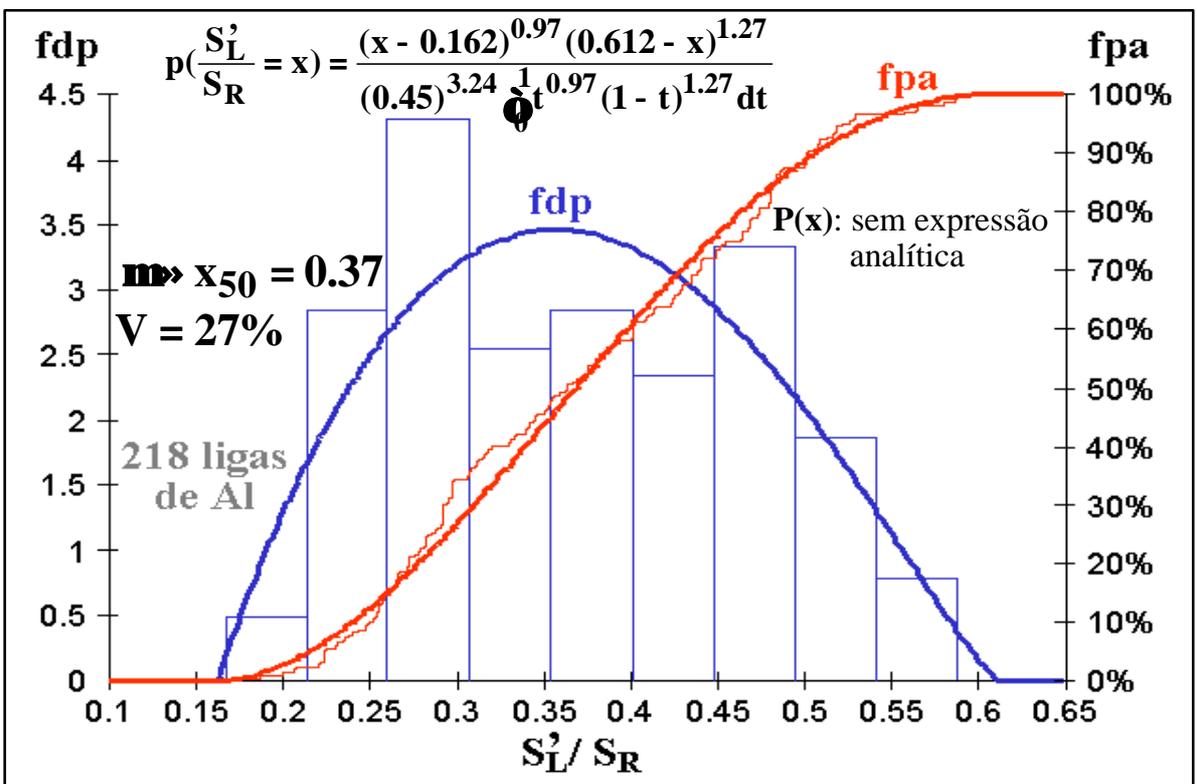


Figura 7 – A distribuição beta com média **0.37** foi a mais adequada para modelar a estimativa  $S'_L/S_R$  para os alumínios.

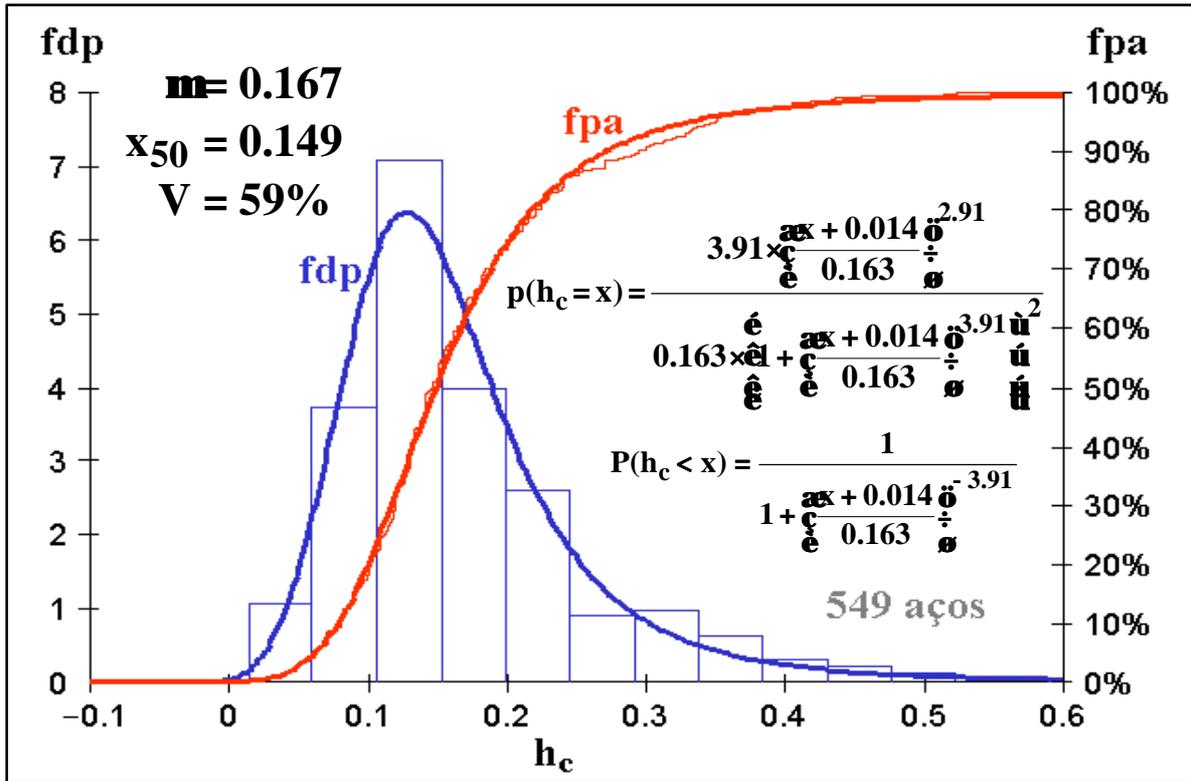


Figura 8 – A distribuição log-logística foi usada para ajustar o expoente de encruamento cíclico  $h_c$ , cuja média é 0.15 em aços.

A tabela abaixo mostra estimativas de resistências (em aços e alumínios) e de parâmetros de encruamento cíclico (em aços) em vários níveis de confiança, obtidas a partir das funções de probabilidade acumulada ajustadas acima.

Nível de confiança	50%	60%	70%	80%	90%	95%	99%
$S_R / HB$ (aços)	3.412	3.390	3.360	3.323	3.268	3.217	3.104
$S_R / HB$ (Al)	3.569	3.463	3.348	3.207	2.996	2.801	2.371
$S_E / HB$ (aços)	2.537	2.404	2.258	2.088	1.857	1.678	1.386
$S_E / S_R$ (metais)	0.725	0.672	0.613	0.543	0.451	0.382	0.279
$S_L' / S_R$ (Al)	0.369	0.340	0.310	0.278	0.240	0.216	0.185
$h_c$ (mínimo, aços)	0.149	0.133	0.117	0.100	0.079	0.062	0.036
$h_c$ (máximo, aços)	0.149	0.167	0.188	0.218	0.272	0.332	0.515
$h_c / (b/c)$ (mínimo)	0.997	0.973	0.946	0.913	0.864	0.818	0.718
$h_c / (b/c)$ (máximo)	0.997	1.022	1.049	1.082	1.131	1.177	1.277
$H_c / (s_c / e_c^{h_c})$	0.997	0.975	0.951	0.922	0.878	0.838	0.749

Tabela 1 – Estimativas para diversos níveis de confiança, obtidas através das funções de probabilidade ajustadas (e.g., segundo a tabela acima, 95% dos aços têm  $S_R / HB > 3.217$ , 80% têm  $h_c > 0.1$  e 99% têm  $h_c < 0.515$ ).

#### 4. Conclusões

Neste trabalho foi feita uma avaliação crítica dos procedimentos usuais para se estimar propriedades mecânicas, e algumas novas regras foram propostas. Os resultados incluem a média e dispersão das estimativas de resistência à ruptura e ao escoamento a partir da dureza, do expoentes da curva de encruamento cíclica, e do limite de fadiga de ligas de alumínio, aço, titânio, níquel, cobre, cobalto e magnésio. A partir destes resultados, é possível estimar propriedades mecânicas com maior confiabilidade, reduzindo o número de experimentos necessários para levantar as curvas de fadiga de um dado material.

#### 5. Referências

- [1] Schütz, W. "A History of Fatigue", Engineering Fracture Mechanics v.54, n.2, pp.263-300, 1996.
- [2] Juvinall, R.C. "Stress, Strain & Strength", McGraw-Hill 1967.
- [3] Dowling, N.E. "Mechanical Behavior of Materials", Prentice-Hall 1993.
- [4] Fuchs, H.O. & Stephens, R.I. "Metal Fatigue in Engineering", Wiley 1980.
- [5] Meggiolaro, M.A., Castro, J.T.P., "ViDa - Danômetro Visual para Automatizar o Projeto à Fadiga sob Carregamentos Complexos", *RBCM*, v. 20, n. 4, pp. 666-685, 1998.
- [6] D'Agostino, R.B. e Stephens, M.A., "Goodness-Of-Fit Techniques", Marcel-Dekker N.Y., pp.97-193, 1986.
- [7] Snedecor, G.W. e Cochran, W.G., "Statistical Methods", Iowa State University Press 1989.
- [8] Chakravarti, I., Laha, R.G. e Roy, J. "Handbook of Methods of Applied Statistics", v. I, John Wiley, pp.392-394, 1967.

## STATISTICAL EVALUATION OF MECHANICAL PROPERTIES IN FATIGUE DESIGN

Marco Antonio Meggiolaro  
Jaime Tupiassú Pinho de Castro

#### Abstract

Sound statistical evaluation of the popular rules of thumb used in practice to estimate fatigue properties are scarce, if available. This is particularly disturbing when comparing estimated material properties with the precise stress analysis and damage evolution calculations made by sophisticated computer codes. Therefore, the statistical evaluation of those estimation rules using representative experimental data can be useful to evaluate the overall design or analysis uncertainty. Mechanical properties of more than 7500 materials have been collected from the literature in order to implement the **ViDa** software database. Based on this database, a critical evaluation of the most popular procedures for estimating ultimate and yielding strengths, cyclic stress-strain parameters, and fatigue limits is made, and some new rules are proposed.

Key-words: fatigue, estimates, crack initiation.