

ESTIMATIVAS DO TAMANHO E FORMA DA ZONA PLÁSTICA NA PONTA DE TRINCAS INCLUINDO EFEITOS DE TENSÃO NOMINAL¹

Habib Zambrano Rodriguez²
Jaime Tupiassú Pinho de Castro³
Marco Antonio Meggiolaro³

Resumo

As estimativas do tamanho e da forma das zonas plásticas (z_p) à frente da ponta das trincas tradicionalmente usadas na Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) são baseadas na suposição de que o fator de intensidade de tensões K_I (ou K_{II} ou K_{III}) é o único parâmetro necessário para descrevê-las. E é o tamanho da z_p que valida as previsões da MFLE. Logo, aquelas estimativas são muito usadas na prática, em aplicações que vão da medição de tenacidade à identificação do tipo de estado de tensões. Mas quando se resolve adequadamente o problema da análise de tensões LE numa placa de Inglis, ou se analisa a placa infinita trincada usando as tensões geradas pela função de Westergaard completa, verifica-se que aquelas estimativas tradicionais subestimam significativamente a distância da fronteira elastoplástica à ponta da trinca. Isto ocorre porque aquelas soluções ignoram a influência da tensão nominal σ_n neste problema. Portanto é razoável argumentar que ignorar o erro associado com as estimativas tradicionais ao analisar peças trincadas não é uma prática sensata.

Palavras-chave: Mecânica da fratura; Trinca; Zona plástica; Tensão nominal.

CRACK TIP PLASTIC ZONE SIZE AND SHAPE ESTIMATES INCLUDING NOMINAL STRESS EFFECTS

Abstract

The size and shape estimates of the plastic zone (z_p) ahead of a crack tip traditionally used in the Linear Elastic Fracture Mechanics (LEFM) are based on the supposition that the stress intensity factor K_I (or K_{II} or K_{III}) is the only parameter required to describe them. And it is the z_p size which validates the LEFM predictions. Thus, those estimates are very much used in practice, in applications going from toughness measurements to stress state identification. However, when the LE stress analysis problem in an Inglis plate is adequately solved, or when the cracked infinite plate is analyzed using the stresses generated by the complete Westergaard function, it is verified that those traditional estimates significantly underestimate the distance of the elastic-plastic border to the crack tip. This occurs because they ignore the influence of the nominal stress σ_n on the stress field, This fact has important consequences, because it can be used to question the similarity principle, one of the pillars of the mechanical design methods against fracture.

Key words: Fracture mechanics; Crack tip; Plastic zone.

¹ Contribuição técnica ao 63º Congresso Anual da ABM, 28 de julho a 1º de agosto de 2008, Santos, SP, Brasil

² Engenheiro Mecânico, M.Sc., Depto. Eng. Mecânica, PUC-Rio

³ Engenheiro Mecânico, Ph.D., Professor Depto. Eng. Mecânica, PUC-Rio

1 INTRODUÇÃO

Usando apenas as tensões LE geradas por K_I , a localização da fronteira da zona plástica em torno da ponta de uma trinca solicitada em modo I, $z_p(\theta)$, pode ser estimada superpondo o efeito de todas as componentes de tensão por Tresca ou Mises, e igualando o resultado à resistência ao escoamento S_E .⁽¹⁻¹⁰⁾ Para visualizar as várias fronteiras elastoplásticas das diversas zonas plásticas $z_p(\theta)$ que podem ser estimadas, podem-se fazer os gráficos $z_{p\sigma}(\theta)/z_{p0} = [f(\theta)]^2$ por Tresca e por Mises em tensão plana, e repetir este exercício em deformação plana por $z_{p\varepsilon}(\theta)/z_{p0}$, para compará-las numa mesma escala. Desta forma, as z_p s de Mises e de Tresca em modo I são dadas por:⁽¹⁰⁾

$$\text{Mises} \begin{cases} z_{p(\sigma - \text{plana})} = (K_I^2 / 2\pi S_E^2) \cdot \cos^2(\theta/2) \cdot [1 + 3 \sin^2(\theta/2)] \\ z_{p(\varepsilon - \text{plana})} = (K_I^2 / 2\pi S_E^2) \cdot \cos^2(\theta/2) \cdot [(1 - 2\nu)^2 + 3 \sin^2(\theta/2)] \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Tresca} \begin{cases} z_{p(\sigma - \text{plana})} = (K_I^2 / 2\pi S_E^2) \cdot \cos^2(\theta/2) \cdot [1 + |\sin(\theta/2)|]^2 \\ z_{p(\varepsilon - \text{plana})} = (K_I^2 / 2\pi S_E^2) \cdot \begin{cases} \cos^2(\theta/2) \cdot [1 - 2\nu + |\sin(\theta/2)|]^2, & |\theta| < \theta_1 \\ \sin^2 \theta, & |\theta| \geq \theta_1 \equiv 2 \sin^{-1}(1 - 2\nu) \end{cases} \end{cases} \quad (2)$$

Mas o desenvolvimento da solução de Irwin, a partir da função de tensão de Westergaard

$$\sigma_y = \sigma \cdot (x + a) / \sqrt{[(x + a)^2 - a^2]} \cong \sigma a / \sqrt{2ax} = \sigma \sqrt{(\pi a) / (2\pi x)} = K_I \sqrt{(2\pi x)} \quad (3)$$

deixa claro que K_I só quantifica as tensões quando $x \rightarrow 0$. É por isso que, estritamente falando, o campo LE de tensões em torno das pontas das trincas deveria ser sempre escrito como

$$\sigma_{ij}(r \rightarrow 0, \theta) = [K_I \sqrt{(2\pi r)}] \cdot f_{ij}(\theta) \quad (4)$$

É por isso também que é preciso questionar os limites de K_I como parâmetro controlador das tensões nos ligamentos residuais, pois neles as tensões nominais são maiores que as aplicadas na peça (e usadas no cálculo de K_I e nas estimativas clássicas das z_p s).

Por exemplo, numa grande placa de largura $2w$ com trinca central $2a$ sob tração σ perpendicular à trinca (que é a σ_n usada em K_I), a tensão nominal no ligamento residual lr é $\sigma_{nlr} = \sigma(1 - a/w)$, e é para este valor e não para σ que $\sigma_y(x \rightarrow w, 0)$ deve tender. Além disso, como $\phi_E = \sigma_n/S_E < 3$ na maioria das peças reais, a fronteira elastoplástica $z_p(r, \theta)$ certamente não tem $r \rightarrow 0$. Em suma, estimar o efeito de σ_n na z_p pode ser tarefa complexa, mas é claro que isto não justifica a prática comum de ignorar estes efeitos, assumindo que K_I descreve a z_p independentemente da σ_n . O uso indiscriminado de K_I pode de fato gerar previsões inapropriadas, ou até mesmo inaceitáveis em vários casos importantes.

O problema é que muitas dessas previsões são usadas pela comunidade de engenharia sem maiores questionamentos. Irwin, por exemplo, atacou o problema do equilíbrio trasladando σ_y , a tensão gerada por K_I , para compensar a perda de força gerada pelo escoamento na z_p . Mas a sua correção não basta para equilibrar a força aplicada na peça, uma vez que ela também não obedece à condição de contorno. Por isso vale a pena estudar as limitações de K_I com mais cuidado.

2 INFLUÊNCIA DA TENSÃO NOMINAL NO TAMANHO E NA FORMA DA ZONA PLÁSTICA

Não é difícil ao menos estimar o efeito da σ_n na forma e no tamanho das zps , incluindo-a nos cálculos das fronteiras elastoplásticas em σ -plana e ε -plana. Ao se fazer isso, as zps ficam bem maiores do que as estimadas acima, e passam a depender da geometria da peça e da trinca, e do tipo da carga. Por exemplo, sendo $\kappa = K_I/\sqrt{(2\pi r)}$, a tensão de Mises em σ -plana quando se força $\sigma_y(x \rightarrow \infty, 0) = \sigma_n$ é dada por:

$$\sigma_{Mises\sigma-pl} = [(\kappa f_x)^2 + (\kappa f_y + \sigma_n)^2 - (\kappa f_x)(\kappa f_y + \sigma_n) + 3(\kappa f_{xy})^2]^{1/2} \quad (5)$$

onde f_x , f_y e f_{xy} são as funções de θ de Williams. O efeito de σ_n na zp de Mises em σ -plana é calculado igualando $\sigma_{Mises, \sigma-pl}$ a S_E , e resolvendo a equação para obter a função de θ que localiza a fronteira elastoplástica (Figura 1). É fácil obter expressões similares para σ_{Mises} em ε -plana (Figura 1) e para σ_{Tresca} em σ -plana e ε -plana. Estas expressões dependem da geometria da peça, pois incluem termos independentes de K_I (que não podem ser eliminados ao dividi-la por uma tensão de referência tipo $\sigma_{Mises}(0)$, como acontecia nos modelos anteriores). Como fatores de segurança ao escoamento $1.5 < \phi_E < 3$ são muito comuns na prática, a influência da tensão nominal na forma e no tamanho das zonas plásticas não é apenas uma curiosidade acadêmica. Na realidade, é no mínimo estranho que este efeito muito significativo da σ_n na zp não seja devidamente enfatizado na literatura, uma vez que é a razão entre o tamanho da zp e as dimensões típicas da peça (da trinca a , do ligamento residual $lr = w - a$, da espessura t , etc.) que valida as previsões da MFLE.

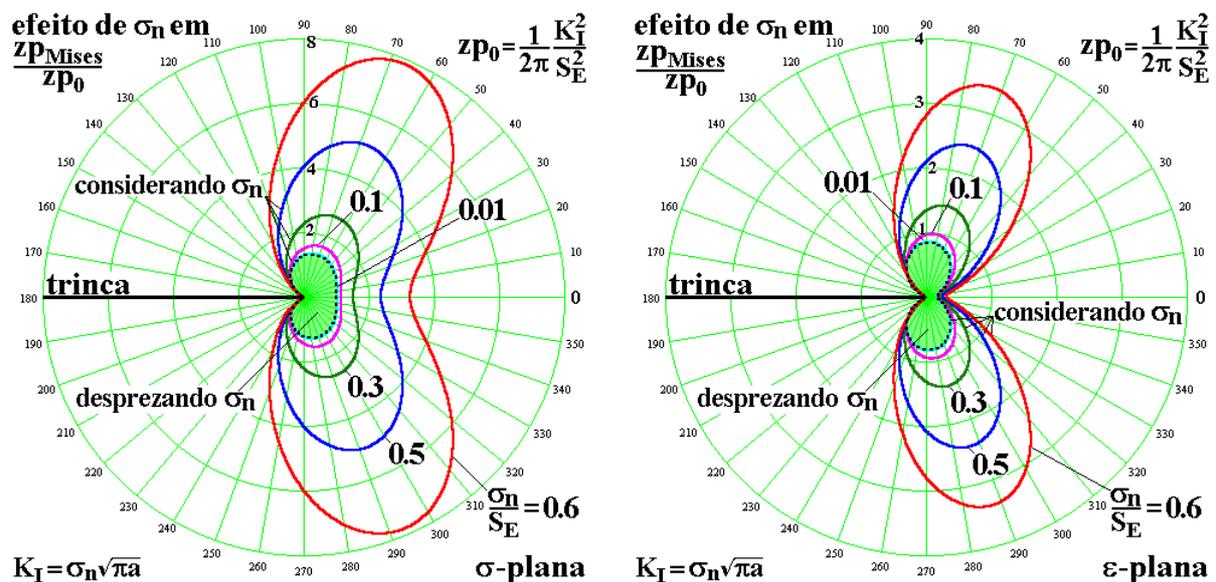


Figura 1. O tamanho e a forma das estimativas das zps de Mises mudam muito quando se soma σ_n à σ_y de Williams, para forçar $\sigma_y \rightarrow \sigma_n$ longe da ponta da trinca $2a$ numa placa infinita solicitada em modo I sob σ -plana (esquerda) e ε -plana (direita).

3 ESTIMATIVA DAS ZONAS PLÁSTICAS POR INGLIS

Para estimar de uma forma mais precisa o posicionamento da fronteira elastoplástica numa placa infinita tracionada $\sigma_y(x, y \rightarrow \infty) = \sigma_n$ com uma trinca $2a$ podem-se usar as soluções de Inglis ou uma função de Westergaard completa, pois ambas consideram todas as condições de contorno do problema. Esta tarefa é bastante trabalhosa, mas não é particularmente difícil. A solução de Inglis para o campo de tensões LE numa placa infinita tracionada com um furo elíptico central pode descrever as tensões numa placa infinita com uma trinca central. Para isto as faces da trinca devem coincidir com o eixo maior do furo elíptico, cujo raio da ponta deve ser a metade do CTOD. A solução de Inglis usa coordenadas ortonormais elíptico-hiperbólicas (α, β) , que mapeiam o plano através de elipses geradas pela coordenada α e de hipérbolas geradas por β , todas elas focadas em $x = \pm c$, as quais são dadas respectivamente por:

$$\begin{aligned} x^2/\cosh^2\alpha + y^2/\sinh^2\alpha &= c^2 \\ x^2/\cos^2\beta + y^2/\sin^2\beta &= c^2 \end{aligned} \quad (6)$$

As coordenadas cartesianas (x, y) se relacionam às coordenadas elíptico-hiperbólicas (α, β) por $x = c \cdot \cosh\alpha \cdot \cos\beta$ e $y = c \cdot \sinh\alpha \cdot \sin\beta$. Os semi-eixos do furo elíptico cuja fronteira é dada por $\alpha = \alpha_0$ são dados por $a = c \cdot \cosh\alpha_0$ e $b = c \cdot \sinh\alpha_0$ ($\therefore b/a = \tanh\alpha_0$), sendo que $c = a/\cos\alpha_0$, e o furo é descrito por:

$$x^2/\cosh^2\alpha_0 + y^2/\sinh^2\alpha_0 = c^2 \quad (7)$$

A componente σ_α da tensão é perpendicular e a componente σ_β é tangente às elipses α , na direção em que β varia, sendo assim análogas às componentes polares σ_r e σ_θ , respectivamente. No caso geral as tensões na placa de Inglis são dadas por:

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_\alpha &= \frac{1}{(\cosh 2\alpha - \cos 2\beta)^2} \sum_{\pi} A_n \{ (n+1)e^{(1-n)\alpha} \cos(n+3)\beta + (n-1)e^{-(n+1)\alpha} \cos(n-3)\beta - \\ &\quad - [4e^{-(n+1)\alpha} + (n+3)e^{(3-n)\alpha}] \cos(n+1)\beta + [4e^{(1-n)\alpha} + (3-n)e^{-(n+3)\alpha}] \cos(n-1)\beta \} + \\ &\quad + B_n \{ e^{-(n+1)\alpha} [n \cos(n+3)\beta + (n+2) \cos(n-1)\beta] - [(n+2)e^{(1-n)\alpha} + ne^{-(n+3)\alpha}] \cos(n+1)\beta \} \\ \sigma_\beta &= \frac{1}{(\cosh 2\alpha - \cos 2\beta)^2} \sum_{\pi} A_n \{ (3-n)e^{(1-n)\alpha} \cos(n+3)\beta - (n+3)e^{-(n+1)\alpha} \cos(n-3)\beta - \\ &\quad - [4e^{-(n+1)\alpha} - (n-1)e^{(3-n)\alpha}] \cos(n+1)\beta + [4e^{(1-n)\alpha} + (n+1)e^{-(n+3)\alpha}] \cos(n-1)\beta \} - \\ &\quad - B_n \{ e^{-(n+1)\alpha} [n \cos(n+3)\beta + (n+2) \cos(n-1)\beta] - [(n+2)e^{(1-n)\alpha} + ne^{-(n+3)\alpha}] \cos(n+1)\beta \} \\ \tau_{\alpha\beta} &= \frac{1}{(\cosh 2\alpha - \cos 2\beta)^2} \sum_{\pi} A_n \{ (n-1)e^{(1-n)\alpha} \sin(n+3)\beta + (n+1)e^{-(n+1)\alpha} \sin(n-3)\beta - \\ &\quad - (n+1)e^{(3-n)\alpha} \sin(n+1)\beta - (n-1)e^{-(n+3)\alpha} \sin(n-1)\beta \} - \\ &\quad - B_n \{ e^{-(n+1)\alpha} [n \sin(n+3)\beta + (n+2) \sin(n-1)\beta] - [(n+2)e^{(1-n)\alpha} + ne^{-(n+3)\alpha}] \sin(n+1)\beta \} \end{aligned} \right. \quad (8)$$

Na placa sob tração uniaxial σ_n perpendicular ao eixo a do furo elíptico, apenas cinco constantes da série de Inglis não são nulas:

$$\begin{aligned} A_1 &= -\sigma_n(1 + 2e^{2\alpha_0})/16 \text{ e } A_{-1} = \sigma_n/16; \\ B_1 &= \sigma_n e^{4\alpha_0}/8, B_{-1} = \sigma_n(1 + \cosh 2\alpha_0)/4 \text{ e } B_{-3} = \sigma_n/8 \end{aligned} \quad (9)$$

Como a borda do furo é uma superfície livre, $\sigma_\alpha(\alpha = \alpha_0) = \tau_{\alpha\beta}(\alpha = \alpha_0) = 0$, e como na borda $\alpha_0 = a \tanh(b/a)$, a tensão $\sigma_\beta(\alpha = \alpha_0)$ tangente à borda do furo é dada por:

$$\sigma_\beta(\alpha = \alpha_0) = \sigma_n e^{2\alpha_0} \left[\frac{(1 + e^{-2\alpha_0}) \sinh 2\alpha_0}{\cosh 2\alpha_0 - \cos 2\beta} - 1 \right] \quad (10)$$

Portanto, a tensão $\sigma_\beta(\alpha = \alpha_0)$ é maximizada nos pontos extremos do eixo $2a$ perpendicular à carga σ_n aplicada na placa, nos quais $\cos 2\beta = 1$ (e $\beta = 0$ ou π), onde:

$$\frac{\sigma_{\beta \max}}{\sigma_n} = e^{2\alpha_0} \left[\frac{(1 + e^{-2\alpha_0}) \cdot \sinh 2\alpha_0}{\cosh 2\alpha_0 - 1} - 1 \right] = \frac{3 \frac{a+b}{a-b} \frac{a-b}{a+b} - 2}{\frac{a+b}{a-b} + \frac{a-b}{a+b} - 2} = 1 + 2 \frac{a}{b}$$

$$\frac{b}{a} = \tanh \alpha_0 = \frac{e^{\alpha_0} - e^{-\alpha_0}}{e^{\alpha_0} + e^{-\alpha_0}} \Rightarrow e^{2\alpha_0} = \frac{a+b}{a-b} \quad (11)$$

Desta forma, sendo $\rho = b^2/a$ o raio do furo elíptico nos dois extremos do seu eixo maior $2a$, perpendicular à tensão nominal σ_n :

$$\frac{\sigma_{\beta \max}}{\sigma_n} = K_t = 1 + 2 \frac{a}{b} = 1 + 2 \sqrt{\frac{a}{\rho}} \quad (12)$$

Supondo $\rho = CTOD/2 = 2K_t^2/\pi E' S_E$, e sabendo que $K_t = \sigma_n \sqrt{(\pi a)}$, pode-se escrever que:

$$\rho = \frac{2 \cdot \sigma_n^2 \cdot a}{E' \cdot S_E} \Rightarrow 1 + 2 \cdot \frac{a}{b} = 1 + 2 \cdot \sqrt{\frac{E' \cdot S_E}{2 \cdot \sigma_n^2}} \Rightarrow \frac{a}{b} = \sqrt{\frac{E' \cdot S_E}{2 \cdot \sigma_n \cdot \sigma_n}} \quad (13)$$

Usando o fator de segurança ao escoamento $\phi_E = S_E/\sigma_n$ na equação acima, chega-se a:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{b}{a} = \sqrt{\frac{2 S_E}{\phi_E^2 E'}}, \quad \sigma - plana \\ \frac{b}{a} = \sqrt{\frac{2 S_E (1 - \nu^2)}{\phi_E^2 E}}, \quad \varepsilon - plana \end{array} \right. \quad (14)$$

Substituindo as constantes dadas pelas equações (9) nas equações (8) para obter as tensões de Inglis na placa infinita trincada tracionada por σ_n , pode-se agora mapear a fronteira elastoplástica em torno da ponta da trinca com semi-eixos dados por (14). Usando Mises em tensão plana, para isto deve-se resolver a equação:

$$\sigma_{Mises_{\sigma-pl}} = \sqrt{\sigma_\alpha^2 + \sigma_\beta^2 - \sigma_\alpha \sigma_\beta + 3\tau_{\alpha\beta}^2} = S_E \quad (15)$$

A equação (15) pode ser resolvida numericamente para α e β fixando primeiro uma das variáveis, para achar o valor da outra que faz $\sigma_{Mises} = S_E$. Para obter estes pontos em coordenadas polares, como mostrado na Figura 2, pode-se primeiro transformá-los para coordenadas cartesianas (x,y) e destas para coordenadas polares (r, θ) . $z_p(K_t)$ é a zona plástica tradicional, dada pela equação (1), que só depende de K_t e não considera o efeito de σ_n no tamanho e na forma da z_p . No caso de deformação plana a tensão de Mises em volta da ponta da trinca é dada por:

$$\sigma_{Mises_{\varepsilon-pl}} = \sqrt{0.5 [(\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 + (\sigma_\alpha - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_\beta)^2] + 3\tau_{\alpha\beta}^2} = S_E \quad (16)$$

onde $\sigma_z = \nu(\sigma_\alpha + \sigma_\beta)$. Algumas fronteiras elastoplásticas geradas a partir desta equação estão mostradas na Figura 2.

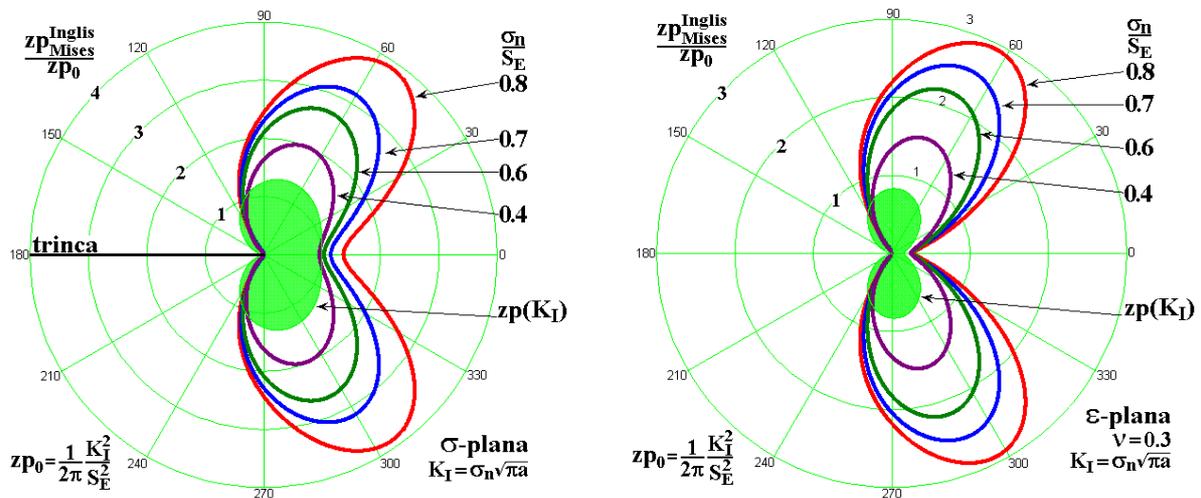


Figura 2. Zonas plásticas em torno da ponta trinca modelada como um furo de Inglis com $\rho = CTOD/2$, sob σ -plana (esquerda) e ε -plana (direita).

4 ESTIMATIVAS DAS ZONAS PLÁSTICAS POR WESTERGAARD

Para estimar as zps considerando o efeito da carga nominal na placa infinita trincada, solicitada por uma tensão trativa uniaxial σ_n perpendicular à trinca $2a$, deve-se trabalhar com a função de Westergaard completa, sem usar a simplificação de Irwin que gerou $K_I = \sigma_n \sqrt{\pi a}$. Assim, sendo $i = \sqrt{-1}$, $z = x + iy$, $Z(z) = z \sigma_n / \sqrt{(z^2 - a^2)}$ e $Z'(z) = -a^2 \sigma_n / (z^2 - a^2)^{3/2}$, onde $Z(z)$ é a função de Westergaard que resolve o problema da placa submetida às tensões nominais biaxiais $\sigma_x(z \rightarrow \infty) = \sigma_y(z \rightarrow \infty) = \sigma_n$, então as tensões que atuam na placa sob tração uniaxial são dadas por:

$$\begin{cases} \sigma_x = \text{Re}(Z) - y \text{Im}(Z') - \sigma_n \\ \sigma_y = \text{Re}(Z) + y \text{Im}(Z') \\ \tau_{xy} = -y \text{Re}(Z') \end{cases} \quad (17)$$

Como também acontece na série de Williams, pode-se somar um termo constante à componente σ_x para obedecer às condições de contorno neste caso. Reescrevendo Z e Z' em coordenadas polares centradas na ponta da trinca se obtém:

$$\begin{cases} Z = \frac{[a + (r \cdot \cos \theta) + i(r \cdot \sin \theta)] \cdot \sigma_n}{\sqrt{[a + (r \cdot \cos \theta) + i(r \cdot \sin \theta)]^2 - a^2}} \\ Z' = \frac{-a^2 \cdot \sigma_n}{\{[a + (r \cdot \cos \theta) + i(r \cdot \sin \theta)]^2 - a^2\}^{3/2}} \end{cases} \quad (18)$$

Para obter a estimativa da fronteira elastoplástica por Mises em σ -plana “basta” substituir (18) em (17) e usar uma equação similar a (15) para obter:

$$\begin{aligned}
& \left[\operatorname{Re} \left(\frac{(a+r \cdot \cos \theta+i \cdot r \sin \theta) \cdot \sigma_n}{\sqrt{(a+r \cdot \cos \theta+i \cdot r \sin \theta)^2-a^2}} \right) -y \operatorname{Im} \left(\frac{-a^2 \cdot \sigma_n}{[(a+r \cdot \cos \theta+i \cdot r \sin \theta)^2-a^2]^{3/2}} \right) -\sigma_n \right]^2 + \\
& + \left[\operatorname{Re} \left(\frac{(a+r \cdot \cos \theta+i \cdot r \sin \theta) \cdot \sigma_n}{\sqrt{(a+r \cdot \cos \theta+i \cdot r \sin \theta)^2-a^2}} \right) +y \operatorname{Im} \left(\frac{-a^2 \cdot \sigma_n}{[(a+r \cdot \cos \theta+i \cdot r \sin \theta)^2-a^2]^{3/2}} \right) \right]^2 - \\
& - \left[\operatorname{Re} \left(\frac{(a+r \cdot \cos \theta+i \cdot r \sin \theta) \cdot \sigma_n}{\sqrt{(a+r \cdot \cos \theta+i \cdot r \sin \theta)^2-a^2}} \right) -y \operatorname{Im} \left(\frac{-a^2 \cdot \sigma_n}{[(a+r \cdot \cos \theta+i \cdot r \sin \theta)^2-a^2]^{3/2}} \right) -\sigma_n \right] \cdot \\
& \cdot \left[\operatorname{Re} \left(\frac{(a+r \cdot \cos \theta+i \cdot r \sin \theta) \cdot \sigma_n}{\sqrt{(a+r \cdot \cos \theta+i \cdot r \sin \theta)^2-a^2}} \right) +y \operatorname{Im} \left(\frac{-a^2 \cdot \sigma_n}{[(a+r \cdot \cos \theta+i \cdot r \sin \theta)^2-a^2]^{3/2}} \right) \right] + \\
& + 3 \cdot \left[-y \operatorname{Re} \left(\frac{-a^2 \cdot \sigma_n}{[(a+r \cdot \cos \theta+i \cdot r \sin \theta)^2-a^2]^{3/2}} \right) \right]^2 \Bigg\}^{1/2} -S_E = 0 \tag{19}
\end{aligned}$$

Esta equação pode ser resolvida por métodos numéricos usando técnicas similares às usadas anteriormente: para cada valor de θ , acha-se o valor de r que obedece à condição expressa em (19), localizando assim a fronteira desejada. Este processo é trabalhoso, mas pode ser repetido sem dificuldade no caso de deformação plana, para gerar a Figura 3.

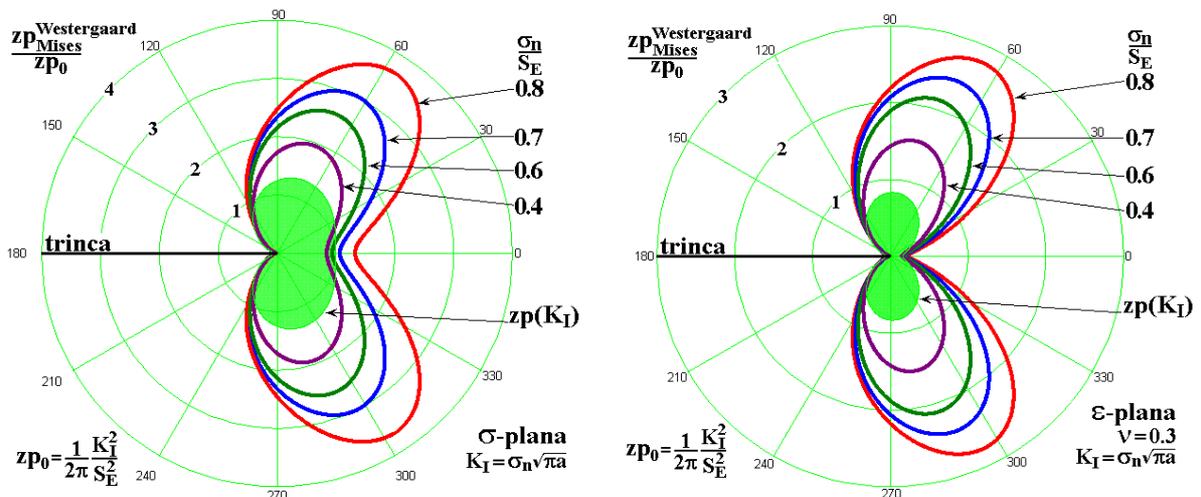


Figura 3. Zonas plásticas em torno da ponta trinca modelada usando a função de tensão de Westergaard completa, sob σ -plana (esquerda) e ε -plana (direita).

5 COMPARAÇÃO ENTRE AS SOLUÇÕES DE INGLIS E DE WESTERGAARD

A Figura 4 compara as z_p s estimadas por Inglis, supondo (i) que a trinca é um furo de Inglis com raio de ponta igual à metade da abertura da ponta da trinca sob K_i ; e (ii) usando a função de Westergaard completa, sem a simplificação que Inglis usou para obter K_i . A quase superposição destas duas curvas, que foram geradas a partir de equações totalmente diferentes, certamente não é fortuita. Isto indica que o grande efeito de σ_n na z_p previsto pelas duas soluções é verdadeiro.

Este ponto deve ser enfatizado. É o tamanho da zona plástica que valida as previsões da MFLE. E é muito conveniente supor que este tamanho só depende de K_I , como tradicionalmente é assumido em todos os livros-texto sobre este assunto. Entretanto, tanto o tamanho quanto a forma da z_p dependem também da magnitude da tensão nominal aplicada na placa. E com tensões nominais da ordem daquelas normalmente usadas em componentes mecânicos, as z_p s estimadas considerando o efeito de σ_n são muito maiores que a z_p que depende apenas de K_I . Além disso, o efeito de σ_n depende também da **forma** da peça. Aqui só se analisa a placa infinita, mas o efeito do tipo da peça é no mínimo tão importante quanto o de σ_n , e pode ser usado para explicar uma série de incongruências nas previsões da MFLE.

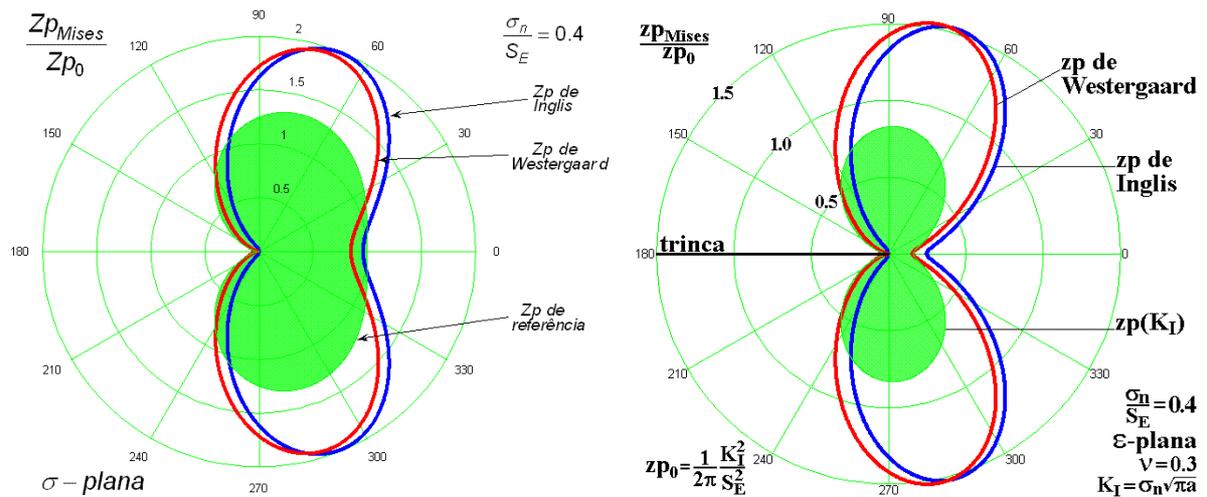


Figura 4. Comparação entre as z_p s estimadas por Inglis e por Westergaard, sob σ -plana (esquerda) e ϵ -plana (direita).

É interessante notar que se pode forçar a coincidência das z_p s estimadas por Inglis e por Westergaard simplesmente alterando a estimativa do entalhe de Inglis. Em vez de forçar o raio da ponta $\rho = CTOD/2$, fazendo com que o semi-eixo menor $b = CTOD/2$, obtém-se a Figura 5.

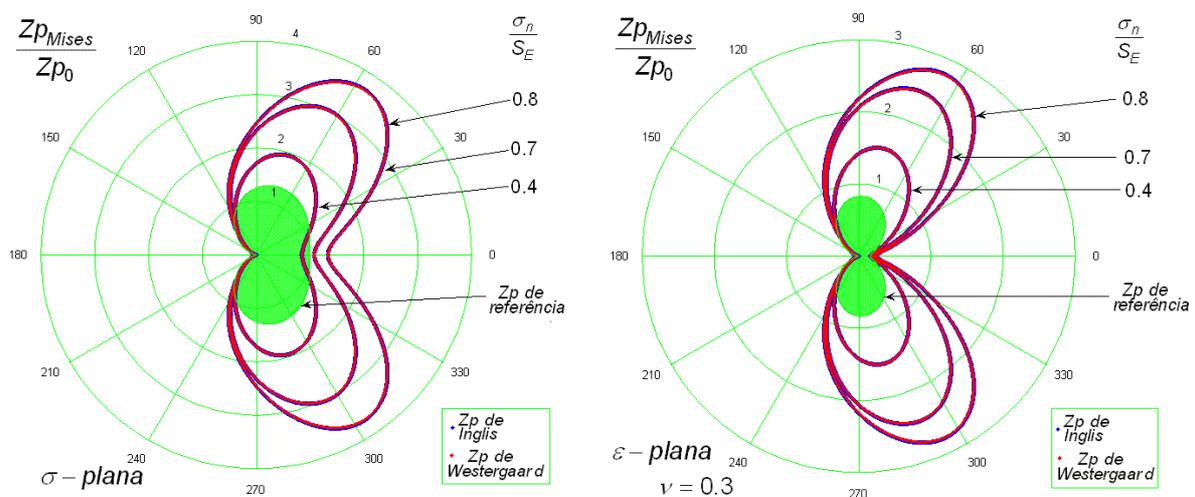


Figura 5. Ajuste das z_p s de Inglis e de Westergaard sob tensão plana (esquerda) e deformação plana (direita).

6 CONCLUSÃO

A tensão nominal afeta significativamente o tamanho e a forma das zonas plásticas à frente das trincas numa placa (infinita) de Inglis. Assim, ao contrário do normalmente aceito e ensinado na literatura tradicional sobre a MFLE, as *zps* não dependem apenas da magnitude do fator de intensidade de tensões K_I . Este fato tem conseqüências importantes, pois pode ser usado para questionar o princípio da similitude, um dos pilares do dimensionamento mecânico à fratura. Portanto, ele deve ser melhor explorado e compreendido.

REFERÊNCIAS

- 1 BARSON, J.M., Fracture Mechanics Retrospective, ASTM 1987.
- 2 SANFORD, R.J., Selected Papers on Linear Elastic Fracture Mechanics, SEM 1997.
- 3 ANDERSON, T.L., Fracture Mechanics, 3rd ed., CRC 2005.
- 4 BARSON, J.M., ROLFE, S.T., Fracture and Fatigue Control in Structures, 3rd ed., ASTM 1999.
- 5 BROEK, D., Elementary Engineering Fracture Mechanics, 4th ed., Kluwer, 1986
- 6 BROEK, D., The Practical Use of Fracture Mechanics, Kluwer 1988.
- 7 WHITTAKER, B.N., SINGH, R.N., SUN, G., Rock Fracture Mechanics, Elsevier 1992.
- 8 SANFORD, R.J., Principles of Fracture Mechanics, Pearson Education 2003.
- 9 GDOUTOS, E.E., Fracture Mechanics, An Introduction, 2nd ed., Springer 2006.
- 10 UNGER, D.J., Analytical Fracture Mechanics, Dover 2001.