



PUC  
RIO

**Manipuladores Paralelos – Plataforma de Stewart**

**Aluno: Sergio Santiago Ribeiro  
Prof.: Marco Antônio Meggiolaro**

## **1. Introdução**

Neste estudo orientado é feita uma introdução aos manipuladores paralelos que compila um pouco de história e dados técnicos com um estudo de modelagem e simulação da plataforma de Stewart, um dos robôs paralelos mais conhecidos. São apresentados os modelos da geometria, da cinemática inversa e da cinemática direta são de forma didática e bastante detalhada, assim como a implementação em ambiente MatLab e os resultados obtidos.

Em um trabalho conjunto na disciplina de Redes Neurais Artificiais, faz-se aqui uma comparação do método analítico/numérico de modelagem da cinemática direta com um método embasado nessa técnica de inteligência computacional. Isso porque, como se verá mais adiante a cinemática direta desse manipulador é bastante complexa.

Uma modela completa da Plataforma de Stewart pode ser feita utilizando-se todos os métodos detalhados aqui juntamente com um modelo dinâmico dos atuadores e da parte móvel da mesma.

## 2. História

Trabalhos teóricos relacionados com mecanismos robóticos de atuação paralela, e particularmente plataformas *hexapods* datam de séculos atrás, quando estudiosos de geometria ingleses e franceses estavam vidrados na idéia dos poliedros. No entanto, o primeiro homem a calcular através de um método analítico as quarenta soluções para o problema da cinemática direta de um *hexapod* foi o Prof. Manfred Husty, que ainda leciona geometria na Universidade de Innsbruck; e o primeiro livro sobre o tema foi escrito pelo Dr. Jean-Pierre Merlet, que é usado como referência deste trabalho.

Tipicamente, um manipulador paralelo é formado por duas plataformas, uma fixa (base) e uma móvel (parte móvel), ligadas entre si por duas ou mais cadeias cinemáticas abertas e independentes. Em geral, comparativamente a um manipulador série (antropomórfico), um manipulador paralelo possui: boa capacidade de posicionamento, elevada capacidade de carga, grande rigidez estrutural, grande compacidade, baixa inércia e reduzido espaço de trabalho.

As estruturas paralelas surgiram nos anos 60 associadas aos simuladores de vôo. A expansão da indústria aeronáutica e os elevados custos de formação de pilotos motivaram o aparecimento de mecanismos susceptíveis de animar uma plataforma com movimentos de pequena amplitude e grandes acelerações.

Em 1965, Stewart propôs uma estrutura paralela com seis graus de liberdade (a plataforma de Stewart) que constituiu o primeiro passo para os atuais manipuladores paralelos. No entanto, a maior contribuição de Stewart foi adaptar um simulador de vôo a uma estrutura (a plataforma de Gough) conhecida desde 1947, ano no qual Gough a aplicou na construção de uma máquina para testar pneus.

Atualmente à plataforma de Gough é muitas vezes atribuída a designação de plataforma de Stewart. A sua aplicabilidade não se limita à robótica, tendo sido, nos últimos anos, aplicada na construção de máquinas ferramentas de comando numérico.

### 3. Componentes Básicos dos Manipuladores

Tanto manipuladores paralelos quanto seriais, possuem elementos básicos que compõe sua estrutura e complexidade cinemática. Uma cadeia cinemática é composta por uma base, juntas, elos e uma extremidade, onde normalmente está localizada a ferramenta ou objetivo de atuação do manipulador. Como já foi mencionado, no caso dos manipuladores paralelos duas ou mais cadeias cinemáticas unem uma mesma base a uma mesma extremidade móvel.

Assim, abaixo é feito uma breve apresentação dos conceitos teóricos e de algumas noções práticas de cada um dos componentes básicos dessas cadeias cinemáticas:

#### 3.1. Base Fixa

A base é o primeiro componente de um manipulador, e o mais simples também. É a ela normalmente que está referenciado o sistema de coordenadas do mundo que se usa no equacionamento da posição e atitude da extremidade do manipulador. O projeto da base deve levar em conta não só o espaço que se tem para a fixação do manipulador, como também volume de trabalho do mesmo, para que esse seja estável enquanto se movimenta.

O volume de trabalho de um manipulador é definido pela região volumétrica dentro de alcance da extremidade do manipulador. Na ... vê-se alguns exemplos de volume de trabalho de manipuladores seriais e paralelos.

#### 3.2. Juntas

As juntas de um manipulador unem seus elos e são os elementos que determinam sua mobilidade. Existem diversos tipos de juntas, com diferentes graus de liberdade e cinemática associados, mas todas podem ser descritas como composições de dois tipos básicos de juntas de um único grau de liberdade:

##### 3.2.1. Juntas Rotativas

As juntas rotativas são elementos que promovem uma rotação simples entre os dois elos que conectam. Essas juntas podem ser representadas simbolicamente como mostrado na Figura 1.

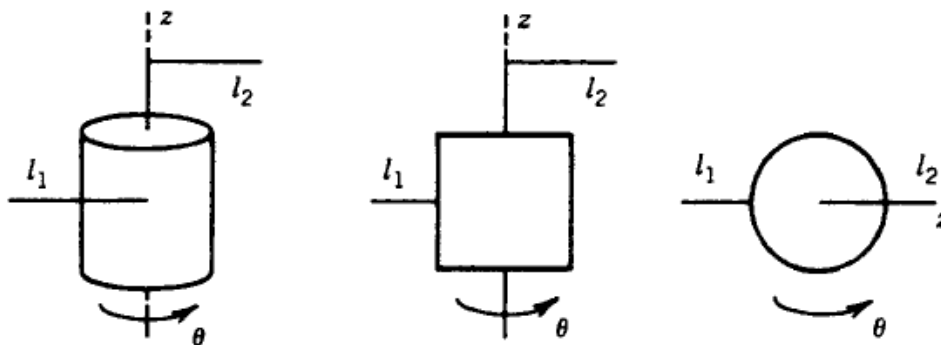
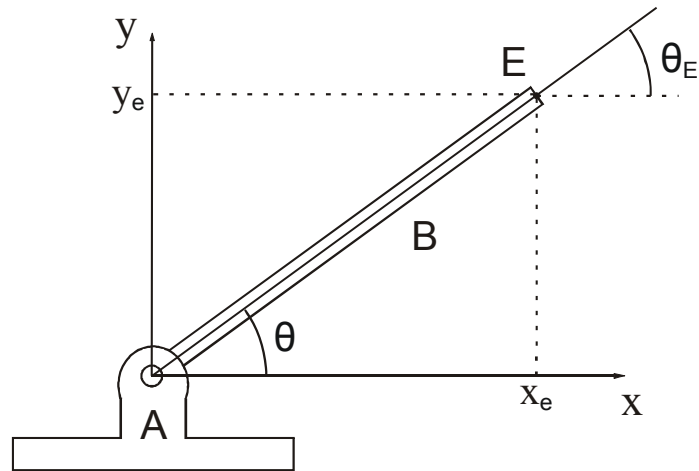


Figura 1 - Simbologia de uma junta rotativa



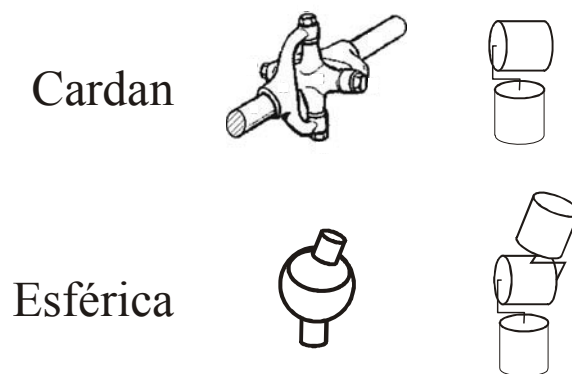
**Figura 2 - Cinemática direta associada a uma junta rotativa**

A cinemática associada a esse tipo de junta é a de uma rotação simples, e dados a base A e o elo B representados na Figura 2, a posição e orientação da extremidade E é dada por:

$$\begin{cases} x_E = l_B \cos \theta \\ y_E = l_B \sin \theta \\ \theta_E = \theta \end{cases} \quad , \text{onde } : l_B \text{ é o comprimento fixo do elo B}$$

Uma junta rotativa pode ser ativa, com um atuador influenciando diretamente sobre o ângulo  $\theta$ ; ou passiva, quando atuadores externos à junta determinam indiretamente  $\theta$ . No projeto de uma junta rotativa devem ser avaliadas as perdas por atrito que o controle dos atuadores poderá compensar para manter a precisão. Por isso, mesmo que passiva, busca-se que a junta tenha o menor atrito possível.

Acoplando juntas rotativas de um grau de liberdade, consegue-se criar juntas mais versáteis. Dentre essas juntas, as mais utilizadas em manipuladores paralelos podem ser vistas na Figura 3 e são as juntas cardan, com dois graus de liberdade; e a esférica, com três graus de liberdade.



**Figura 3 - Possível construção e simbologia das juntas cardan e esférica**

### 3.2.2. Juntas Prismáticas

As juntas prismáticas são elementos que promovem a translação em uma única direção com a variação da simbologia é exibida na Figura 4.

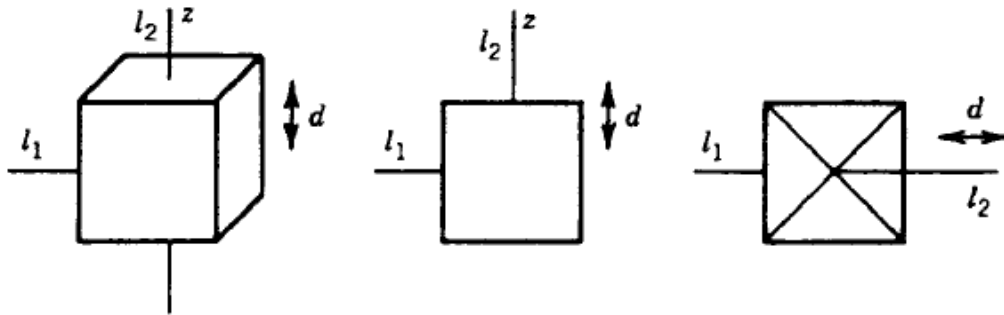


Figura 4 – Simbologia da junta prismática

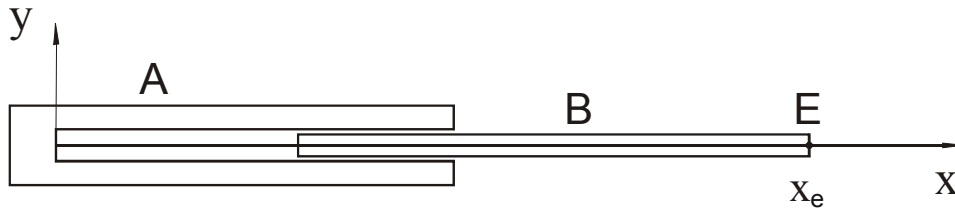


Figura 5 - Cinemática associada à junta prismática

A cinemática é extremamente simples, como visto na Figura 5. Para o dado referencial, tem-se que a posição da extremidade é dada por:

$$\begin{cases} x_E = 0 \\ y_E = d_B \text{ , onde : } d_B \text{ é o comprimento fixo do elo B acrescido do seu curso livre} \\ \theta_E = 0 \end{cases}$$

No projeto de uma junta prismática deve levar em conta também o problema do atrito, no entanto o mais relevante é a rigidez da junta quanto à flexão, uma vez que normalmente existe uma massa suspensa na extremidade.

Como as juntas rotativas, as prismáticas também podem ser acopladas para formarem juntas mais complexas. No entanto nem todas as juntas que são compostas de acoplamentos de juntas básicas possuem exatamente o número de graus de liberdade da soma dos graus de liberdade das que a compõe. Algumas juntas básicas e compostas, a nomenclatura que cada uma delas recebe e seu número de graus de liberdade estão descritos na Tabela 1.

Tabela 1 - Juntas

Junta	Nomenclatura	Classificação	DOF (Graus de Liberdade)
Rotativa	R	Básica	1
Prismática	P	Básica	1
Helicoidal	H	Composta : RP	1
Paralelograma	Pa	Composta : 4R	1
Cardan	RR	Composta : 2R	2
Esférica	S	Composta : 3R	3

Tanto nos manipuladores seriais quanto nos paralelos essa nomenclatura é usada para descrever a montagem do mesmo. A plataforma de Stewart (Gough), por exemplo, é conhecida como manipulador 6-SPRR, pois possui seis cadeias compostas igualmente por uma junta esférica, uma prismática e uma cardan, ou duas rotativas em seqüência.

### 3.3. Elos

Os elos na verdade são elementos muito simples, pois são as conexões entre as juntas. No equacionamento, costuma-se utilizar uma indexação numerada para nomear juntas e elos e assim, a base é considerada como o elo inicial ( $e_0$ ). Os elos podem não ser hastes, mas qualquer elemento rígido que conecta uma junta à outra ou uma junta à extremidade do manipulador.

### 3.4. Extremidade

É na extremidade do manipulador onde normalmente está a ferramenta que será utilizada pelo manipulador, ou então o objeto a ser movimentado pela plataforma. Sua orientação pode ser medida por sensores, ou é obtida pela cinemática direta a partir dos valores medidos nas juntas e sabendo as características dos elos.

### 3.5. Sensores e Atuadores

Descrever detalhadamente todos os tipos de sensores e atuadores que podem compor um manipulador seria muito extenso para esse trabalho. Assim, nos deteremos a comentar os mais comuns e ilustrar os mais utilizados em manipuladores paralelos do tipo plataforma.

Os sensores também variam muito de uma aplicação para outra. Também podem ser lineares ou rotativos, e são na sua grande maioria elétricos. Na Figura 6 vê-se três tipos de sensores elétricos de deslocamento linear, normalmente utilizados em manipuladores paralelos, que utilizam diferentes métodos para medir o deslocamento.



Figura 6 - Sensores de deslocamento linear

Os atuadores podem ser rotativos ou lineares; elétricos, hidráulicos ou pneumáticos; de atuação direta ou transmitida à junta. Na Figura 7 vê-se um atuador do tipo linear hidráulico, muito utilizado nas diversas configurações da plataforma de Stewart.

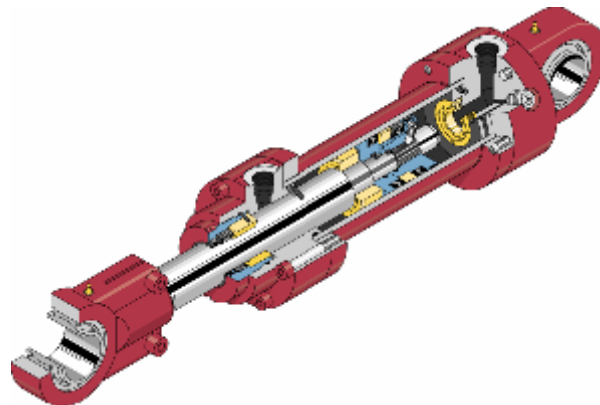


Figura 7 - Atuador hidráulico linear

#### 4. Mobilidade de um Manipulador

A mobilidade é um conceito bastante antigo, e no caso das juntas é bastante intuitivo identificar o número de graus de liberdade. No entanto, para os manipuladores seriais mais complexos assim como para os paralelos, Grübler criou duas formulas que determinam a mobilidade de qualquer manipulador planar ou espacial respectivamente:

$$\begin{aligned} 2D: m &= 3 \cdot (l - n - 1) + \sum_{i=1}^n d_i \\ 3D: m &= 6 \cdot (l - n - 1) + \sum_{i=1}^n d_i \end{aligned} \quad , \text{ onde: } \begin{cases} l \text{ é o n}^\circ \text{ de elos rígidos} \\ n \text{ é o n}^\circ \text{ de juntas} \\ d_i \text{'s são os graus de liberdade de cada junta } i \end{cases}$$



## 5. Modelos e Aplicações de Paralelismo Robótico

Os manipuladores paralelos são muito utilizados nas áreas de entretenimento e treinamento através dos simuladores de movimento. A essa aplicação é devida a fama de manipuladores como a Plataforma de Stewart, que na Figura 8 aparece numa configuração invertida para um simulador de vôo.



**Figura 8 - Simulação de Movimentos**

Apesar de ser o uso mais conhecido dos sistemas robóticos paralelos e ser o foco deste trabalho, a plataforma de Stewart aplicada ao problema de simulação de movimentos, não é o único modelo nem tão pouco atende a todas as aplicações industriais. Assim é relevante que abaixo sejam apresentados outras aplicações e configurações interessantes de sistemas robóticos paralelos:

### 5.1. Exploração e Locomoção

Para essas aplicações são utilizados os chamados de robôs móveis e são em sua quase totalidade sistemas robóticos paralelos. Muitos são dotados de rodas ou esteiras sobre as quais se locomovem, mas outros se utilizam de conjuntos de manipuladores robóticos aplicados como pernas, que interagem paralelamente com o meio onde o robô se encontra deslocando-o. Na Figura 9 vê-se um exemplo de *tetrapod* utilizado para a exploração e na Figura 10 um veículo *hexapod* de locomoção e ataque.



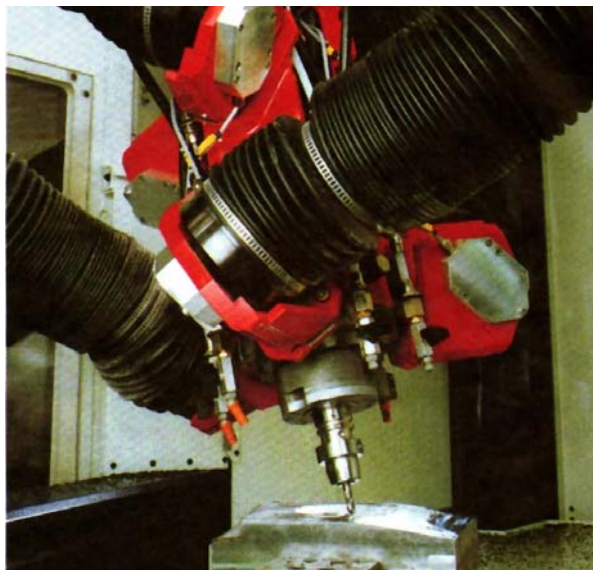
**Figura 9 – Tetrapod: Robô de Exploração**



**Figura 10 - Hexapod: Tanque de Guerra**

## **5.2. Usinagem e Aplicações Industriais**

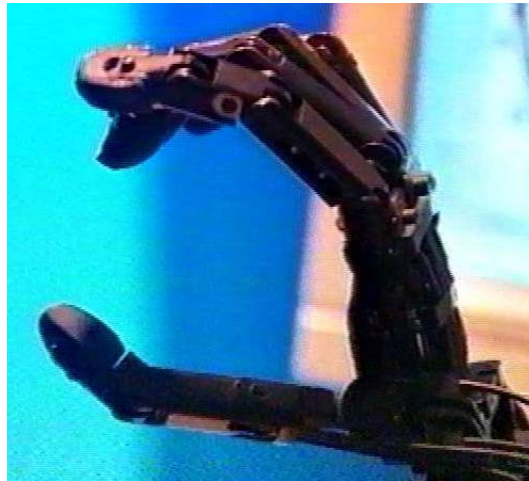
Para esta aplicação os sistemas paralelos de manipuladores recebem na maioria das vezes uma ou mais ferramentas na sua parte móvel para que esta interaja sobre a peça a ser confeccionada ou reparada. Lixadeiras, furadeiras e fresas são as ferramentas mais comuns, pois realizam trabalhos que se beneficiam da pouca flexibilidade dos manipuladores paralelos. Na Figura 11 observa-se uma fresa computadorizada usinando uma peça em alumínio segundo as coordenadas em três dimensões passadas a ela por um software de CAD.



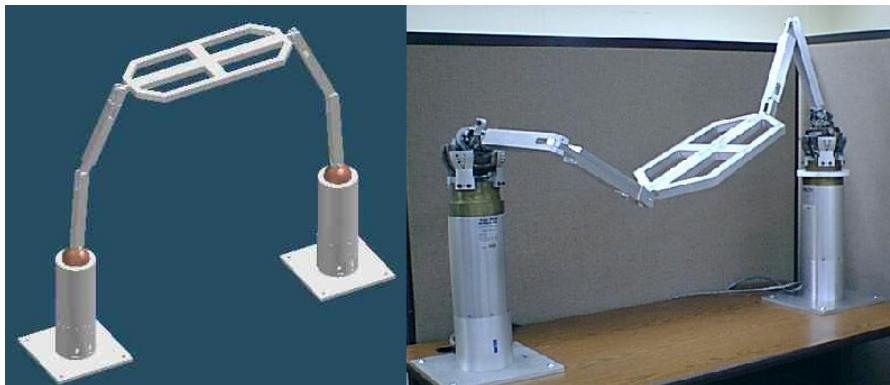
**Figura 11 - Usinagem: Fresa Computadorizada**

### 5.3. Manipulação e Carregamento

A tarefa de manipulação e carregamento de objetos para nós parece simples, pois fazemos isso todos os dias, usando de forma paralela os braços e até os dedos de uma mão. No entanto, esta é umas das aplicações mais recentemente exploradas no uso dos manipuladores robóticos, dada a sua complexidade. Na Figura 12 vê-se uma mão robótica com cinco manipuladores (dedos) que atuam paralelamente para segurar o objeto, e na Figura 13 vê-se dois manipuladores independentes, sendo um o líder e o outro apenas cooperando para movimentar um mesmo objeto.



**Figura 12 - Manipulação: Mão Robótica**



**Figura 13 - Carregamento: Cooperação**

## 6. A Plataforma de Stewart (Gough)

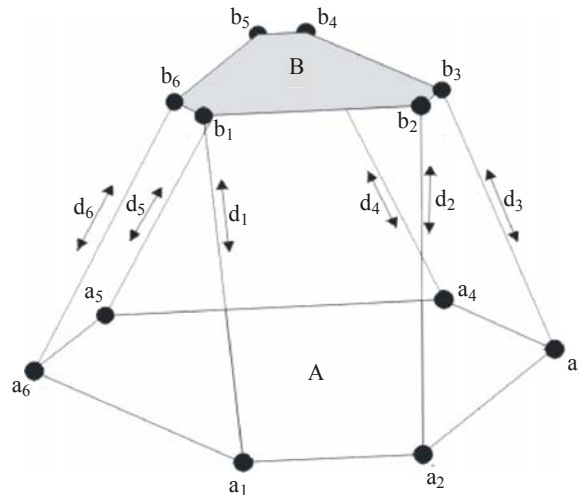


Figura 14 - Plataforma de Stewart (Gough)

Como foi dito inicialmente, a plataforma de Gough, aplicada por Stewart a simuladores e exibida na Figura 14, é o mais conhecido manipulador paralelo espacial. Outras configurações dessa plataforma também são muito utilizadas, mas a que será explorada aqui é exatamente a 6-SPRR. Isso porque para a aplicação de simular a dinâmica de veículos são necessários seis graus de liberdade e calculando a mobilidade desta configuração tem-se:

$$m = 6 \cdot (l - n - 1) + \sum_{i=1}^n d_i$$

$$m = 6 \cdot ((2 + 6 \cdot 2) - 6 \cdot 3 - 1) + 6 \cdot 2 + 6 \cdot 3 + 6$$

$$m = 6$$

### 6.1. Geometria

A definição da geometria utilizada é outra variável desse manipulador. Apesar de vários artigos se dedicarem a identificar uma geometria ótima que relacione a base fixa e a parte móvel, como nesse trabalho não será descrita a dinâmica desse manipulador, optou-se por deixar esses parâmetros parcialmente livres. Parcialmente, porque nesta implementação os parâmetros que definem a geometria não permitem que os doze pontos da base fixa e da parte móvel. Na estão ilustrados os parâmetros  $L$ , lado do triângulo, e  $p_{at}$ , porcentagem ativa do triângulo, realmente livres.

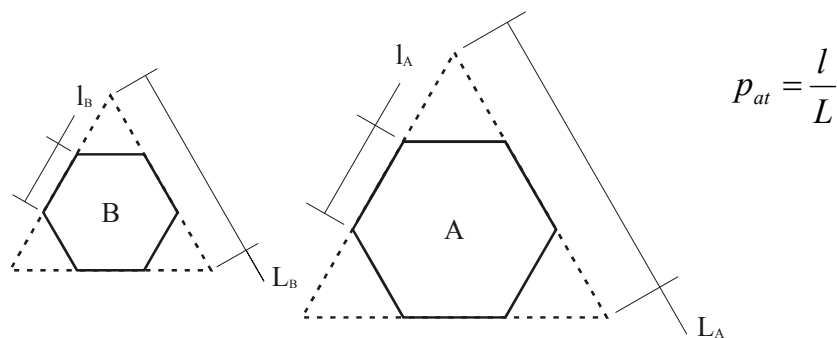


Figura 15 - Parâmetros Geométricos Livres:  $L$  e  $p_{at}$

Dessa forma a geometria amarra algumas propriedades do manipulador, que simplificam o modelo cinemático e que são muito comuns à grande maioria das configurações de plataformas existentes, como as enumeradas abaixo:

- os polígonos da base e da parte móvel definem dois planos respectivamente;
- quaisquer polígonos definidos desta forma possuem pelo menos um eixo de simetria.

Definem-se os seis pontos de cada polígono num referencial colocado em seu centro de massa. Esses referenciais serão fundamentais para a definição do modelo cinemático, como poderá ser visto a seguir.

## 6.2. Cinemática Inversa

Um modelo matemático que descreva os seis graus de liberdade da extremidade do manipulador deve escrever a posição e a orientação da mesma em relação a algum referencial fixo. Desta forma, a cinemática inversa começa a ser definida a partir da transformação rígida, que leva o referencial da parte móvel da plataforma (B) no referencial de sua base fixa (A), exibida na Figura 16.

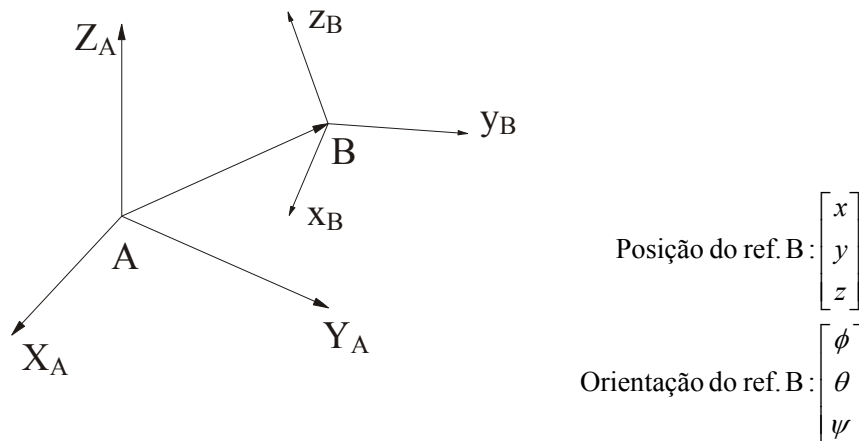


Figura 16 - Transformação Rígida

Matriz de Rotação :

$$R_B^A = \begin{bmatrix} \cos(\psi)\cos(\theta) & \cos(\psi)\sin(\theta)\cos(\phi) - \sin(\phi)\cos(\theta) & \cos(\psi)\sin(\theta)\cos(\phi) + \sin(\psi)\sin(\phi) \\ \sin(\psi)\cos(\theta) & \sin(\psi)\sin(\theta)\sin(\phi) + \cos(\psi)\cos(\theta) & \sin(\psi)\sin(\theta)\cos(\phi) - \cos(\psi)\sin(\phi) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta)\sin(\phi) & \cos(\theta)\cos(\phi) \end{bmatrix}$$

Assim, na forma homogênea tem-se que:

Matriz da Transformação :

$$H_B^A = \begin{bmatrix} & & x \\ & R_B^A & y \\ & & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \therefore \quad \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \\ z_A \\ 1 \end{bmatrix} = H_B^A \cdot \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \\ 1 \end{bmatrix}$$

Vértices dos polígonos :

$$a_i = \begin{bmatrix} x_{ai} \\ y_{ai} \\ z_{ai} \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad b_i = \begin{bmatrix} x_{bi} \\ y_{bi} \\ z_{bi} \\ 1 \end{bmatrix}$$

Os vértices dos polígonos da base e da parte móvel são nomeados respectivamente de  $a_i$  e  $b_i$ , para  $i = \{1, 2, \dots, 6\}$ , e escritos no seu próprio referencial, como vê-se na Figura 17.

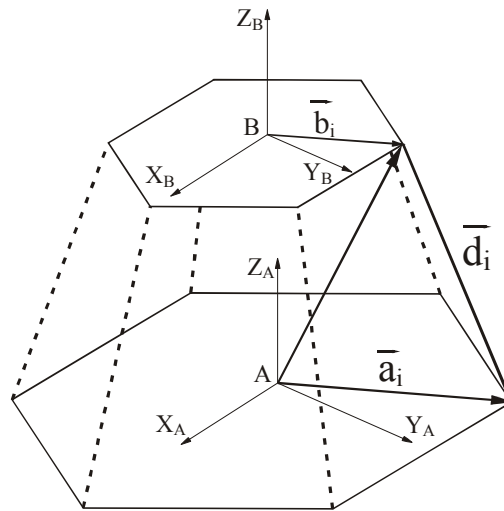


Figura 17 - Vertices escritos nos referenciais próprios

Finalmente, achando o comprimento de cada elo  $i$ , completa-se o modelo da cinemática inversa que funciona como representado na Figura 18.

$$\vec{d}_i = H_B^A \cdot \vec{b}_i - \vec{a}_i$$

$$d_i = |\vec{d}_i| = |H_B^A \cdot \vec{b}_i - \vec{a}_i| = \sqrt{[H_B^A \cdot \vec{b}_i - \vec{a}_i]^T \cdot [H_B^A \cdot \vec{b}_i - \vec{a}_i]}$$



Figura 18 - Cinemática Inversa

### 6.3. Cinemática Direta

As quarenta soluções, encontradas por Husty, são pontos de posição e orientação diferentes que a base móvel pode alcançar com uma mesma configuração de comprimentos dos seis atuadores. Essa liberdade ocorre porque todas as juntas rotativas não possuem atuadores ou sensores acoplados, o que faz com que não se tenha a informação da orientação de cada atuador. Como se pode ver no equacionamento a seguir essa característica seja necessário o uso de uma estimativa inicial para que o modelo acabe convergindo para a solução mais próxima desse “chute”.

Começou-se a desenvolver o modelo com a equação da transformação rígida entre os referenciais fixo e móvel, e na seqüência se escreve uma matriz Jacobiana, derivando-se essas componentes de  $d_i$  em relação as variáveis de posição e orientação.

$$\vec{d}_i = H_B^A \cdot \vec{b}_i - \vec{a}_i$$

$$\begin{bmatrix} d_{xi} \\ d_{yi} \\ d_{zi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{B1,1}^A \cdot b_{xi} + H_{B1,2}^A \cdot b_{yi} + H_{B1,3}^A \cdot b_{zi} + x - a_{xi} \\ H_{B2,1}^A \cdot b_{xi} + H_{B2,2}^A \cdot b_{yi} + H_{B2,3}^A \cdot b_{zi} + y - a_{yi} \\ H_{B3,1}^A \cdot b_{xi} + H_{B3,2}^A \cdot b_{yi} + H_{B3,3}^A \cdot b_{zi} + z - a_{zi} \end{bmatrix}$$

$$\dot{\vec{d}}_i = Jac_i \cdot \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad ; \text{ onde } Jac_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial d_{xi}}{\partial x} & \frac{\partial d_{xi}}{\partial y} & \frac{\partial d_{xi}}{\partial z} & \frac{\partial d_{xi}}{\partial \phi} & \frac{\partial d_{xi}}{\partial \theta} & \frac{\partial d_{xi}}{\partial \psi} \\ \frac{\partial d_{yi}}{\partial x} & \frac{\partial d_{yi}}{\partial y} & \frac{\partial d_{yi}}{\partial z} & \frac{\partial d_{yi}}{\partial \phi} & \frac{\partial d_{yi}}{\partial \theta} & \frac{\partial d_{yi}}{\partial \psi} \\ \frac{\partial d_{zi}}{\partial x} & \frac{\partial d_{zi}}{\partial y} & \frac{\partial d_{zi}}{\partial z} & \frac{\partial d_{zi}}{\partial \phi} & \frac{\partial d_{zi}}{\partial \theta} & \frac{\partial d_{zi}}{\partial \psi} \end{bmatrix}$$

No entanto, não se tem como entrada as coordenadas dos vetores que descrevem cada elo, somente seus módulos. Então, sabendo-se que os módulos dos vetores  $d_i$  são os comprimentos dos elos, e calculando a variação desses comprimentos com o tempo, escreve-se outra matriz Jacobiana que relaciona somente essa variação com as variáveis de posição e orientação da parte móvel.

$$d_i = |\vec{d}_i| = \sqrt{d_{xi}^2 + d_{yi}^2 + d_{zi}^2}$$

Assim :

$$\dot{d}_i = J_i \cdot \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = J_i \cdot \dot{X}_e \Rightarrow J_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{d}_i}{\partial x} & \frac{\partial \dot{d}_i}{\partial y} & \frac{\partial \dot{d}_i}{\partial z} & \frac{\partial \dot{d}_i}{\partial \phi} & \frac{\partial \dot{d}_i}{\partial \theta} & \frac{\partial \dot{d}_i}{\partial \psi} \end{bmatrix} \Rightarrow J = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ J_4 \\ J_5 \\ J_6 \end{bmatrix}$$

$$\dot{d} = J \cdot \dot{X}_e \Rightarrow \dot{X}_e = J^{-1} \cdot \dot{d}$$

$$\dot{X}_e = J^{-1} \cdot \dot{d}$$

$$\Delta X_e = J^{-1} \cdot \Delta d$$

Assim, repete - se o algoritmo abaixo até que  $\Delta d < \text{Precisão}$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Chute inicial de } X_e \\ \text{Calcula } d \text{ pela cinemática inversa} \\ \Delta d = d_{des} - d \\ \Delta X_e = J^{-1} \cdot \Delta d \\ X_e = X_e + \Delta X_e \end{array} \right.$$

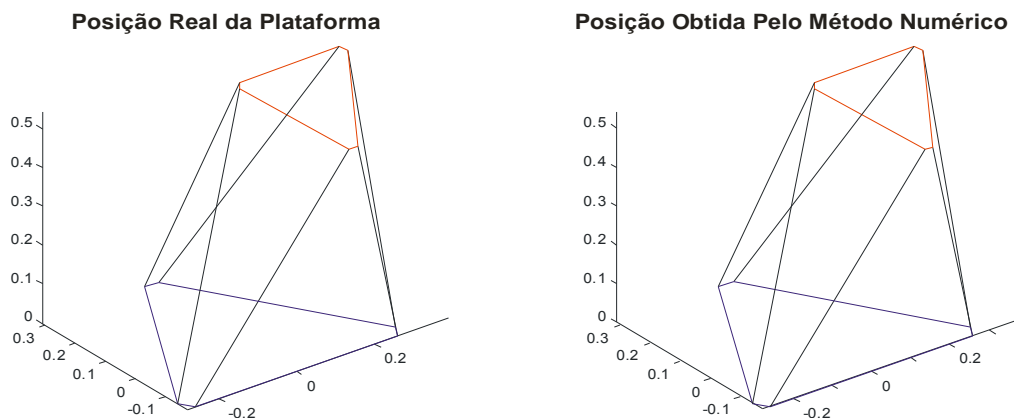
## 6.4. Simulação e Resultados

A implementação de todos os modelos exibidos anteriormente é feita em ambiente MatLab. O modelo da Cinemática Inversa é puramente analítico, já o modelo da Cinemática Direta utiliza um algoritmo de otimização para convergir numericamente. Como visto, esse método carrega uma imprecisão no valor encontrado e se utiliza de uma estimativa inicial, convergindo para a solução mais próxima dessa estimativa.

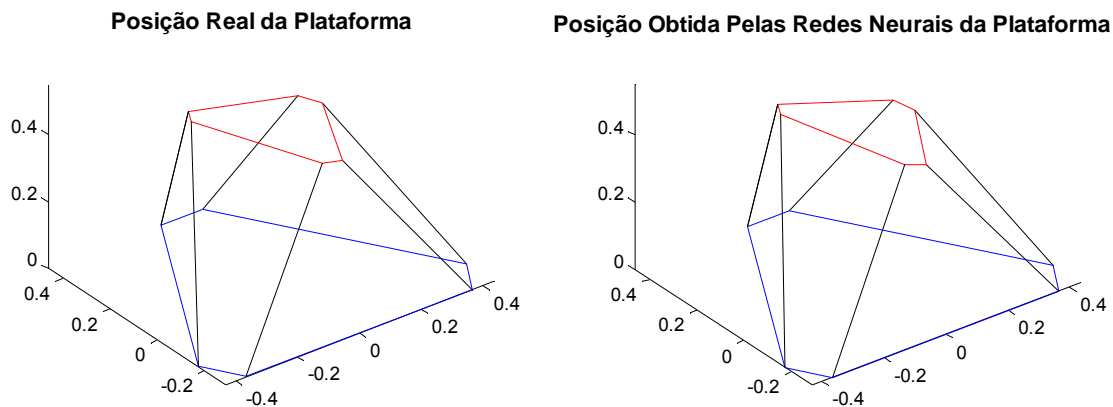
Cabe comparar esse método com outros para saber qual obtém a resposta mais correta em menos tempo. Essa comparação é feita com a técnica de inteligência computacional de Redes Neurais Artificiais. Esse modelo foi desenvolvido como o trabalho final dessa disciplina e não será detalhado aqui, mas consiste uma estrutura de multiplicações em rede que mimetizam o comportamento matemático de um sistema.

Neste caso, seis redes (uma para cada variável de saída) são alimentadas com dados que mapeiam todo o domínio das variáveis de entrada e são retirados do modelo da cinemática inversa. Assim, as redes são treinadas para mimetizar o comportamento de cada variável de posição e orientação.

Na Figura 19 e na Figura 20 é feita a comparação das posições reais da plataforma, escolhidas pelo usuário, e as posições obtidas pelo método numérico e pelas redes neurais respectivamente.



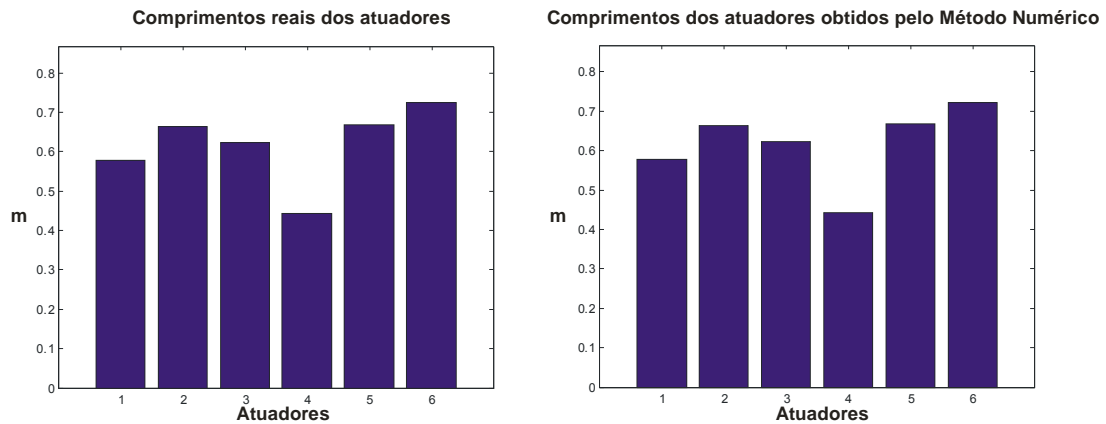
**Figura 19 - Comparação da Posição da Plataforma: Real x Método Numérico**



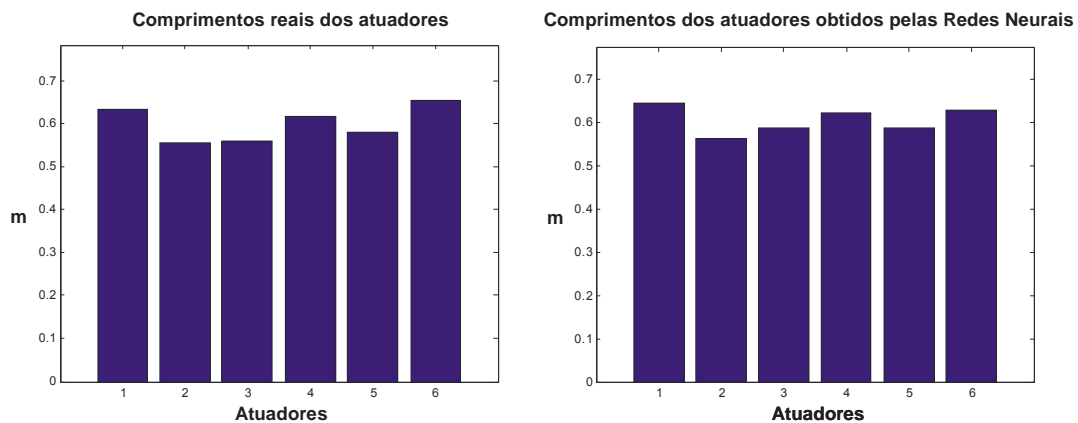
**Figura 20 - Comparação da Posição da Plataforma: Real x Redes Neurais**



Na Figura 21 e na Figura 22 vê-se a comparação dos comprimentos reais dos atuadores, calculados com o modelo da cinemática inversa, e os obtidos pelo método numérico e pelas redes neurais respectivamente.



**Figura 21 - Comparação dos Comprimentos dos Atuadores: Real x Método Numérico**



**Figura 22 - Comparação dos Comprimentos dos Atuadores: Real x Redes Neurais**

Na comparação de um método com o outro é muito importante que sejam consideradas duas questões: precisão e rapidez. Assim, vêem-se os valores do erro médio para os dois métodos.

**Tabela 2 - Comparação do Erro Médio para cada variável de Saída**

Erro Médio em:	X	Y	Z	Phi	Theta	Psi
Método Numérico	0,07%	0,09%	0,22%	0,90%	1,00%	0,92%
Redes Neurais	4,24%	9,64%	9,87%	6,02%	2,22%	5,75%

Utilizando os comandos de tempo (tic – toc) do MatLab, obtém-se que o método numérico converge para a resposta em um tempo médio de **14,8 s**. Já o método das redes neurais responde em um tempo médio de **0,2 s**.