

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO



César Raúl Mamani Choquehuanca

**PROJETO E CONTROLE ROBUSTO DE UM
TRANSPORTADOR PESSOAL ROBÓTICO AUTO-
EQUILIBRANTE**

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da PUC-Rio.

Orientador: Marco Antonio Meggiolaro

Rio de Janeiro, outubro de 2010



César Raúl Mamani Choquehuanca

**PROJETO E CONTROLE ROBUSTO DE UM
TRANSPORTADOR PESSOAL ROBÓTICO AUTO-
EQUILIBRANTE**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Marco Antonio Meggiolaro

Orientador

Departamento de Engenharia Mecânica - PUC-Rio

Mauro Speranza Neto

Departamento de Engenharia Mecânica - PUC-Rio

Max Suell Dutra

Departamento de Engenharia Mecânica – Coppe/UFRJ

José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 01 de outubro de 2010

Ficha Catalográfica

Mamani Choquehuanca, César Raúl

Projeto e controle robusto de um transportador pessoal robótico auto-equilibrante / César Raúl Mamani Choquehuanca ; orientador: Marco Antonio Meggiolaro. – 2010.

98 f. : il.(color.) ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica, 2010.

Inclui bibliografia

1. Engenharia mecânica – Teses. 2. Transportador robótico auto-equilibrante. 3. Sistema não linear. 4. Controle PID. 5. Controle fuzzy. 6. Controle robusto. 7. Controle deslizante. 8. Método de Kane. I. Meggiolaro, Marco Antonio. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Mecânica. III. Título.

CDD: 621

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

César Raúl Mamani Choquehuanca

Graduou-se em Engenharia Mecatrónica (Universidad Nacional de Ingeniería-Perú) em 2006. Trabalhou na área de desenvolvimento de projetos de automação industrial antes de começar mestrado na área de Mecânica Aplicada na Pós-Graduação da PUC-Rio. Suas áreas de interesse abrangem robótica, controle, visão computacional, modelagem de sistemas, automação de processos e inteligência artificial.

aos meus pais, Juan e Sebastiana e ao meu irmão Roger

Agradecimentos

- À CAPES, pelo apoio financeiro;
- Ao orientador Marco Antonio Meggiolaro, pelas oportunidades, orientação e ensinamentos no âmbito da Robótica;
- Ao professor Mauro Schwanke da Silva, pelo apoio no laboratório;
- A meus colegas e amigos do mestrado que me apoiaram no dia a dia;
- Aos alunos de graduação e pós-graduação que diariamente trabalham no Laboratório de Robótica e me ajudaram tanto para a conclusão desse trabalho.

Resumo

Mamani, César R. Ch., Meggiolaro, Marco A. **PROJETO E CONTROLE ROBUSTO DE UM TRANSPORTADOR PESSOAL ROBÓTICO AUTO-EQUILIBRANTE**. Rio de Janeiro 2010, 95p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Nesta dissertação, um transportador pessoal robótico auto-equilibrante (TPRE) foi desenvolvido, consistindo de uma plataforma com duas rodas que funciona a partir do equilíbrio do indivíduo que o utiliza, assemelhando-se ao funcionamento do clássico pêndulo invertido. Entre as características que o TPRE tem, podem-se destacar a rapidez na movimentação, o uso de um espaço reduzido, alta capacidade de carga, e capacidade de fazer curvas de raio nulo. Ao contrário de veículos motorizados tradicionais, o TPRE utiliza alimentação elétrica, portanto não gera emissões poluentes e, além disso, não contribui com poluição sonora. Para a locomoção, são utilizados dois motores de corrente contínua de potências entre 0,7HP e 1,6HP. Para medir o ângulo de inclinação e a velocidade da variação do ângulo de inclinação, é utilizado um acelerômetro de três eixos e um girômetro de um eixo. Para indicar a direção do TPRE, foi utilizado um potenciômetro deslizante. A modelagem dinâmica do sistema foi feita usando o método de Kane, utilizada posteriormente em simulações na plataforma Matlab. O controlador lê os sinais provenientes do acelerômetro, do girômetro e do potenciômetro deslizante, e envia o sinal de controle, em forma de PWM, a placas controladoras de velocidade dos motores, usando a linguagem eLua. Os algoritmos de controle desenvolvidos neste trabalho foram PID, Fuzzy e Robusto, tendo como variáveis de controle o erro e a velocidade da variação do erro do ângulo de inclinação. Experimentos demonstram que os controles Fuzzy e Robusto reduzem significativamente as oscilações do sistema em terrenos planos em relação ao PID. Verifica-se também uma maior estabilidade para terrenos irregulares ou inclinados.

Palavras-chave

Transportador robótico auto equilibrante, Sistema não linear, Controle PID, Controle Fuzzy, Controle Robusto, Controle Deslizante, Método de Kane

Abstract

Mamani, César R. Ch., Meggiolaro, Marco A. **DESIGN AND ROBUST CONTROL OF A SELF-BALANCING PERSONAL ROBOTIC TRANSPORTER VEHICLE.** Rio de Janeiro 2010. 95p. MSc Dissertation – Mechanical Engineering Department, Pontifical Catholic University of Rio de Janeiro.

A Self Balancing Personal Transporter (SBPT) is a robotic platform with two wheels that functions from the balance of the individual who uses it, resembling the operation of classic inverted pendulum. In this thesis, a SBPT is designed, built and controlled. Among the features from the developed SBPT, it can be mentioned: relatively high speeds, agility, compact aluminum structure, zero turn radius, and high load capacity, when compared to other SBPT in the market. Unlike traditional motor vehicles, the SBPT uses electric power, so there is no pollutant emissions to the environment and no noise pollution. It is powered by two motors with output powers between 0.7HP and 1.6HP. To measure the tilt angle and its rate of change, a three-axis accelerometer and a gyroscope are used. The turning commands to the SBPT are sent through a potentiometer attached to the handle bars. The method of Kane is used to obtain the system dynamic equations, which are then used in Matlab simulations. The controller, programmed in eLua, reads the signals from the accelerometer, gyroscope and potentiometer slider, process them, and then sends PWM output signals to the speed controller of the drive motors. This thesis studies three control implementations: PID, Fuzzy and Robust Control. The control variables are the error and error variation of the tilt angle. It is found that the Fuzzy and Robust controls are more efficient than the PID to stabilize the system on inclined planes and on rough terrain.

Key Words

Self-Balancing robotic transport, Non Linear System, PID Control, Fuzzy Control, Robust Control, Sliding Control, Method's Kane

Sumário

1 INTRODUÇÃO	20
1.1 MOTIVAÇÃO	
1.2 OBJETIVO.....	
1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	
1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	
2 MODELAGEM	29
2.1 MODELO I.....	
2.2 MODELO II.....	
2.3 MODELO III	
2.3.1 Método de Kane	
2.3.2 Sistema Holonômico	
2.3.3 Sistema Não Holonômico	
2.3.4 Força Ativa Generalizada	
2.3.5 Força Inercial Generalizada.....	
2.3.6 Modelagem pelo método de Kane	
2.3.7 Modelagem com o motor de corrente contínua e o usuário para a implementação da simulação.....	
3 CONTROLE	45
3.1 CONTROLE PID.....	
3.1.1 Controle Proporcional (P).....	
3.1.2 Controle Integral (I)	
3.1.3 Controle Derivativo (D).....	
3.2 CONTROLE INTELIGENTE	
3.2.1 Controlador Fuzzy	
3.3 CONTROLE ROBUSTO.....	
3.4 CONTROLE DIRECIONAL	
4 SIMULAÇÃO	58
4.1 RESULTADOS DA SIMULAÇÃO SEM CONTROLE	
4.2 RESULTADOS DA SIMULAÇÃO DO CONTROLE PID.....	
4.2.1 Resultados da Simulação do Controle PID sem Usuário	
4.2.2 Resultados da Simulação do Controle PID em malha fechada com usuário.....	
4.3 RESULTADOS DA SIMULAÇÃO DO CONTROLE FUZZY	
4.3.1 Resultados da Simulação do Controle Fuzzy sem Usuário.....	
4.3.2 Resultados da Simulação do Controle Fuzzy em Malha Fechada com Usuário	
4.4 RESULTADOS DA SIMULAÇÃO DO CONTROLE ROBUSTO	
4.4.1 Resultados da Simulação do Controle Robusto sem Usuário	
4.4.2 Resultados da Simulação do Controle Robusto em malha fechada com usuário	
4.5 COMPARAÇÕES DAS ESTRATÉGIAS DE CONTROLE	
5 SISTEMA EXPERIMENTAL.....	78
5.1 SENSORES	
5.1.1 Acelerômetro	
5.1.2 Girômetro	
5.2 MOTORES	
5.3 CONTROLADOR.....	
5.4 SOFTWARE DE CONTROLE	
6 RESULTADOS EXPERIMENTAIS	89

6.1 TESTES COM O PID	
6.2 TESTES COM CONTROLE INTELIGENTE FUZZY	
6.3 TESTE COM O CONTROLE ROBUSTO.....	
7 CONCLUSÕES	97
8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	99

Lista de Figuras

FIGURA 1: ROBONAUT DESENVOLVIDO PELA NASA	22
FIGURA 1: ROBÔ MÓVEL COM CÂMERA PARA APLICAÇÕES DE VISÃO COMPUTACIONAL DESENVOLVIDA PELA CARNEGIE MELLON UNIVERSITY	23
FIGURA 3: (A) ROBÔ TPRE COM SENSOR DE RAIO LASER (B) AMOSTRA DO MAPEAMENTO 3D.	24
FIGURA 4: UM TPRE PARA TRANSPORTE PÚBLICO, CHAMADO B2	25
FIGURA 5: PROTÓTIPO DE UM ROBÔ MÓVEL AUTO EQUILIBRANTE	26
FIGURA 6: ROBÔ MÓVEL DE DUAS RODAS JOE	27
FIGURA 7: SISTEMA DE COORDENADAS MODELADO POR TSAI-JIUN REN, TIEN-CHIE E CHUN-JUNG CHEN	30
FIGURA 8: SISTEMA DE COORDENADAS MODELADO POR S.W. NAWAWI, M. N. AHMAD E J.H.S.OSMAN	32
FIGURA 9: SISTEMA DE COORDENADAS DO SISTEMA [13]	37
FIGURA 10: LOOP DE CONTROLE CLÁSSICO	45
FIGURA 11: RESPOSTA DE UM SISTEMA PARA UM DEGRAU.	46
FIGURA 12: DIAGRAMA DE BLOCOS PARA UM CONTROLADOR PID	48
FIGURA 13: DIAGRAMA DE BLOCOS PARA UM CONTROLE FUZZY.	49
FIGURA 14: CONJUNTOS FUZZY E SEUS GRAUS DE PERTINÊNCIA	50
FIGURA 15: DIAGRAMA DE BLOCOS PARA UM CONTROLADOR PID	55
FIGURA 16: DIAGRAMA DE BLOCOS PARA UM CONTROLADOR PID	55
FIGURA 17: EFEITO DE CHATTERING OU CHAVEAMENTO EXCESSIVO	56
FIGURA 18: DESENHO SIMPLIFICADO UTILIZADO PARA A SIMULAÇÃO 3D	59
FIGURA 19: DIAGRAMA DE BLOCO SEM NENHUM CONTROLADOR	60
FIGURA 20: RESPOSTA PARA O SISTEMA SEM AÇÃO DE CONTROLE, SEM USUÁRIO E SEM ATRITO	60
FIGURA 21: RESPOSTA PARA O SISTEMA SEM AÇÃO DE CONTROLE E COM ATRITO	61
FIGURA 22: DIAGRAMA DE BLOCOS PARA O CONTROLE DO TPRE SEM USUÁRIO.	62
FIGURA 23: RESPOSTA PARA UM CONTROLE PID DA POSIÇÃO ANGULAR, MOSTRANDO O DESLOCAMENTO DO VEÍCULO E A VARIAÇÃO (VELOCIDADE) ANGULAR	63
FIGURA 24: RESPOSTA PARA UM CONTROLE PID MOSTRANDO A CORRENTE I DO MOTOR E A VELOCIDADE ANGULAR W DAS RODAS	64
FIGURA 25: DIAGRAMA DE BLOCOS PARA O CONTROLE DO TPRE CONSIDERANDO UM USUÁRIO DIRIGINDO.	65
FIGURA 26: RESPOSTA PARA UM CONTROLE PID DE POSIÇÃO ANGULAR, DESLOCAMENTO E A VELOCIDADE LINEAR EM UMA MALHA FECHADA COM A USUÁRIO, PARA UMA VELOCIDADE LINEAR DE REFERÊNCIA DE 1M/S	66
FIGURA 27: RESPOSTA PARA UM CONTROLE PID DA POSIÇÃO ANGULAR, DESLOCAMENTO E A VELOCIDADE LINEAR EM UMA MALHA FECHADA COM O USUÁRIO PARA UMA VELOCIDADE LINEAR DE REFERÊNCIA DE 2M/S.	66
FIGURA 28: DIAGRAMA DE BLOCOS PARA O CONTROLE DO TPRE SEM USUÁRIO.	67
FIGURA 29: RESPOSTA PARA UM CONTROLE FUZZY DA POSIÇÃO ANGULAR, DESLOCAMENTO E VELOCIDADE LINEAR	68
FIGURA 30: RESPOSTA PARA UM CONTROLE FUZZY DA CORRENTE I DO MOTOR E A VELOCIDADE ANGULAR W NAS RODAS	69
FIGURA 31: DIAGRAMA DE BLOCOS PARA O CONTROLE DO TPRE CONSIDERANDO UM USUÁRIO DIRIGINDO.	70
FIGURA 32: RESPOSTA PARA UM CONTROLE FUZZY DA POSIÇÃO ANGULAR, DESLOCAMENTO E VELOCIDADE LINEAR EM UMA MALHA FECHADA COM O USUÁRIO PARA UMA VELOCIDADE LINEAR DE REFERÊNCIA DE 1M/S	70
FIGURA 33: RESPOSTA PARA UM CONTROLE FUZZY DA POSIÇÃO ANGULAR, DESLOCAMENTO E VELOCIDADE LINEAR EM UMA MALHA FECHADA COM O USUÁRIO PARA UMA VELOCIDADE LINEAR DE REFERÊNCIA DE 2M/S	71
FIGURA 34: DIAGRAMA DE BLOCOS PARA O CONTROLE DO TPRE SEM USUÁRIO.	72
FIGURA 35: RESPOSTA PARA UM CONTROLE ROBUSTO DA POSIÇÃO ANGULAR, DESLOCAMENTO E VELOCIDADE LINEAR.	73
FIGURA 36: RESPOSTA PARA UM CONTROLE ROBUSTO DA CORRENTE I DO MOTOR E DA VELOCIDADE	

ANGULAR NAS RODAS _____	74
FIGURA 37: DIAGRAMA DE BLOCOS PARA O CONTROLE DO TPPE CONSIDERANDO UMA USUARIO DIRIGINDO. _____	75
FIGURA 38: RESPOSTA PARA UM CONTROLE ROBUSTO DA POSIÇÃO ANGULAR, DESLOCAMENTO E VELOCIDADE LINEAR EM UMA MALHA FECHADA COM A USUÁRIO PARA UMA VELOCIDADE LINEAR DE REFERÊNCIA DE 1M/S _____	75
FIGURA 39: RESPOSTA PARA UM CONTROLE ROBUSTO DA POSIÇÃO ANGULAR, DESLOCAMENTO E VELOCIDADE LINEAR EM UMA MALHA FECHADA COM A USUÁRIO PARA UMA VELOCIDADE LINEAR DE REFERÊNCIA DE 2M/S. _____	76
FIGURA 40: ROBÔ ORIGINAL DE ONDE FORAM APROVEITADAS A BASE DA ESTRUTURA DE ALUMÍNIO, MOTORES, RODAS E ELETRÔNICA DE POTÊNCIA. _____	78
FIGURA 41: MONTAGEM DA HASTE PARA O TPPE _____	79
FIGURA 42: POTENCIÔMETRO DESLIZANTE UTILIZADO PARA ENVIAR UM SINAL ELÉTRICO CONTÍNUO PARA O CONTROLADOR _____	80
FIGURA 43: PLACA CONTROLADORA DE VELOCIDADE DOS MOTORES UTILIZADOS NO TPPE _____	81
FIGURA 44: DESCRIÇÃO DA LOCALIZAÇÃO DOS COMPONENTES NO TPPE DESENVOLVIDO. _____	82
FIGURA 45: PLACA ONDE FORAM MONTADOS OS SENSORES. NO LADO ESQUERDO APARECE O GIRÔMETRO, E NO LADO DIREITO O ACELERÔMETRO. _____	83
FIGURA 46: ACELERÔMETRO ACCM3D _____	84
FIGURA 47: DIAGRAMA DE PINOS PARA O GIRÔMETRO ADXRS150 _____	85
FIGURA 48: MOTOR NPC _____	85
FIGURA 49: KIT DE CONTROLE LM3S8962, UTILIZADO COMO CONTROLADOR DO TPPE _____	87
FIGURA 50: TESTE COM ESTRATÉGIA DE CONTROLE PID COM PARÂMETROS DE CONTROLE $K_P=15$, $K_D=7$, $K_I=0.3$ _____	90
FIGURA 51: TESTE COM ESTRATÉGIA DE CONTROLE PID COM PARÂMETROS DE CONTROLE $K_P=10$, $K_D=5$, $K_I=0.3$ _____	90
FIGURA 52: TESTE COM ESTRATÉGIA DE CONTROLE PID COM PARÂMETROS DE CONTROLE $K_P=5$, $K_D=4$, $K_I=0.3$ _____	91
FIGURA 53: TESTE COM ESTRATÉGIA DE CONTROLE FUZZY COM PARÂMETROS DE CONTROLE $U_{ERRO}=25$, $U_{DERRO}=15$ E $U_{OUT}=100$ _____	92
FIGURA 54: TESTE COM ESTRATÉGIA DE CONTROLE FUZZY, COM PARÂMETROS DE CONTROLE $U_{ERRO}=22$, $U_{DERRO}=13$ E $U_{OUT}=100$ _____	93
FIGURA 55: TESTE COM ESTRATÉGIA DE CONTROLE FUZZY COM PARÂMETROS DE CONTROLE $U_{ERRO}=20$, $U_{DERRO}=10$ E $U_{OUT}=100$ _____	93
FIGURA 56: TESTE COM ESTRATÉGIA DE CONTROLE ROBUSTO COM PARÂMETROS DE CONTROLE $\mu =15$ E $\lambda=5$ _____	95
FIGURA 57: TESTE COM ESTRATÉGIA DE CONTROLE ROBUSTO COM PARÂMETROS DE CONTROLE $\mu =10$ E $\lambda=3$ _____	95
FIGURA 58: TESTE COM ESTRATÉGIA DE CONTROLE ROBUSTO COM PARÂMETROS DE CONTROLE $\mu =10$ E $\lambda=3$ _____	96

Lista de Símbolos

θ	posição angular tilt utilizada no modelo I	[rad]
M_w	massa da roda	[kg]
ϕ	posição angular tilt utilizada no modelo III	[rad]
R	raio da roda	[m]
τ_2	torque sobre a roda	[N.m]
f_{dL}	força de perturbação da roda esquerda	[N]
f_{dR}	força de perturbação da roda direita	[N]
f_p	força de perturbação sobre estrutura	[N]
$J_{m\phi}$	inercia do chassis	[Kgm ²]
$J_{p\phi}$	inercia do pendulo	[Kgm ²]
M	massa do chassis	[kg]
m	massa do pendulo	[kg]
J_w	inercia da roda	[Kgm ²]
l	distancia entre o eixo das rodas e o centro de gravidade	[m]
x_{RL}	posição linear da roda esquerda	[m]
H_{TL}	força de reação horizontal entre o solo e a roda	[N]
H_L	força de reação horizontal entre o chassis e a roda	[N]
f_{dRL}	força de perturbação sobre a roda esquerda	[N]
f_{dRR}	força de perturbação sobre a roda direita	[N]
y_{RL}	posição linear vertical da roda esquerda	[m]
M_r	massa da roda, modelo	[kg]
V_{TL}	força de reação vertical entre o solo e a roda	[N]
V_L	força de reação vertical entre o chassis e a roda esquerda	[N]
g	aceleração de gravidade	[m/s ²]
θ_{RL}	posição angular da roda esquerda	[rad]
J_{RL}	inercia da roda esquerda	[Kgm ²]
C_L	torque sobre a roda esquerda	[N.m]
x_{RL}	posição linear da roda esquerda	[m]
θ_{RL}	posição angular da roda esquerda	[rad]
y_p	posição linear vertical da estrutura	[m]
θ_p	posição angular tilt utilizada no modelo I	[rad]
L	distancia entre o eixo da roda e o centro de gravidade	[m]
x_p	posição linear horizontal da estrutura	[m]

x_{RR}	posição linear horizontal da roda direita	[m]
δ	posição angular de yaw	[rad]
M_p	massa do pendulo modelo II	[kg]
H_R	força de reação horizontal entre o chassis e a roda	[N]
f_{dP}	força de perturbação sobre a estrutura ou ação do usuário sobre a estrutura	[N]
V_R	força de reação vertical entre o chassis e a roda direita	[N]
J_p	inerçia da estrutura com relação	[Kgm ²]
C_R	torque sobre a roda direita	[N.m]
J_δ	inerçia com relação ao eixo yaw	[Kgm ²]
H_L	força de reação horizontal entre o chassis e a roda esquerda	[N]
D	distancia entre as rodas	[m]
x_r	posição linear do veículo modelo II	[m]
\tilde{F}_r	força ativa generalizada; e	[N]
\tilde{F}_r^*	força inercial generalizada	[N]
q	coordenada generalizada	
t	variável do tempo	[seg]
\mathbf{v}_r^{Pi}	velocidade parcial da partícula Pi para coordenada r	[m/s]
R_i	enésima força de contato	[N]
$\tilde{\omega}_r^{Pi}$	velocidade angular da partícula Pi para a coordenada r	[rad/s]
T_i^*	torque total em S	[N.m]
R_i^*	enésima força de relacionada com a inerçia da partícula	[N]
\mathbf{R}^*	resultante das forças inerciais	[N]
M	massa total	[kg]
\mathbf{a}^*	aceleração de S	[m/s ²]
\mathbf{T}^*	torque no sistema S	[N.m]
\mathbf{I}^*	inércia no sistema S	[Kgm ²]
α	aceleração angular	[rad]
ω	velocidade angular	[rad/s]
${}^F_V^{\hat{C}_1}$	velocidade linear de C1 no sistema F	[m/s]
${}^F_V^{\hat{C}_2}$	velocidade linear de C1 no sistema F	[m/s]
u_1	velocidade generalizada	
${}^F_V^{Sc}$	velocidade linear de Sc no sistema F	[m/s]
u_2	velocidade generalizada	
${}^F_\omega^S$	velocidade angular de S no sistema F	[rad/s]
u_3	velocidade generalizada	
G	força de gravidade	[N]
\mathbf{K}_1	força total sob a roda	[N]
γ_1	componente escalar de força em n_1	
\mathbf{n}_1	vetor direção do sistema de coordenadas S	

γ_2	componente escalar de força em n2	
\mathbf{n}_2	vetor direção do sistema de coordenadas S	
γ_3	componente escalar de força em n3	
\mathbf{n}_3	vetor direção do sistema de coordenadas S	
\mathbf{K}_2	força total sob a roda	[N]
δ_1	componente escalar de força em n1	
δ_2	componente escalar de força em n2	
δ_3	componente escalar de força em n3	
\mathbf{M}_1	torque total sob a roda	[N.m]
α_1	componente escalar de torque em n1	
α_2	componente escalar de torque em n2	
α_3	componente escalar de torque em n3	
\mathbf{M}_2	torque total sob a roda	[N.m]
β_1	componente escalar de torque em n1	
β_2	componente escalar de torque em n2	
β_3	componente escalar de torque em n3	
m_s	massa da estrutura	[kg]
${}^F \boldsymbol{\omega}^S$	velocidade angular de S no sistema F	[rad/s]
${}^F \mathbf{v}^{S^C}$	velocidade angular de S no sistema F	[m/s]
${}^F \mathbf{v}^{S^*}$	velocidade angular de S no sistema F	[m/s]
d	comprimento da haste	[m]
${}^F \boldsymbol{\omega}^{C_1}$	velocidade angular de C1 no sistema F	[rad/s]
${}^F \mathbf{v}^{C_1^*}$	velocidade linear do centro de gravidade de C1 no sistema F	[m/s]
${}^F \boldsymbol{\omega}^{C_2}$	velocidade angular de C2 no sistema F	[rad/s]
${}^F \mathbf{v}^{C_2^*}$	velocidade linear do centro de gravidade de C2 no sistema F	[m/s]
${}^F \boldsymbol{\alpha}^S$	aceleração angular de S no sistema F	[rad/s ²]
${}^F \boldsymbol{\alpha}^{C_1}$	aceleração angular de C1 no sistema F	[rad/s ²]
${}^F \boldsymbol{\alpha}^{C_2}$	aceleração angular de C2 no sistema F	[rad/s ²]
${}^F \mathbf{a}^{S^*}$	aceleração linear de centro de gravidade de S no sistema F	[m/s ²]
${}^F \mathbf{a}^{C_1^*}$	aceleração linear de centro de gravidade de C1 no sistema F	[m/s ²]
${}^F \boldsymbol{\alpha}^{S_c}$	aceleração angular de S no sistema F	[rad/s ²]
${}^F \boldsymbol{\omega}^{S_c}$	velocidade angular de S no sistema F	[rad/s]
${}^F \mathbf{a}^{C_2^*}$	aceleração linear de centro de gravidade de C2 no sistema F	[m/s ²]
m_c	massa da roda	[kg]
m_s	massa da estrutura	[kg]
x	posição linear do veículo	[m]
ϕ	posição angular do tilt	[rad]
ψ	posição angular do yaw	[rad]
τ_1	torque da roda	[N.m]

τ_2	torque da roda	[N.m]
L	metade da distancia entre as rodas	[m]
R	radio da roda	[m]
d	distancia desde o eixo das rodas e o centro de gravidade	[m]
R_a	resistência elétrica	[Ω]
B	coeficiente de atrito	[kgm/rad/s]
J	coeficiente de Inércia	[Kgm ²]
L_a	indutância do motor	[mH]
K_w	constante de velocidade	[RPM/A]
K_m	constante de torque	[N.m/A]
u	sinal de controle	[V]
TL	torque de carga	[N.m]
e_{vel}	erro de velocidade linear	[m/seg]
x_{ref}	referência de posição linear	[m]
k_{pp}	ganho proporcional para o usuário	[V/rad]
k_{dp}	ganho derivativo para o usuário	[V/rad/seg]
A	matriz de estados das variáveis	
B	vetor de estados da entrada	
$e(t)$	erro em função do tempo	
y_{ref}	sinal de referencia	
$y(t)$	sinal medida	
$u(t)$	sinal de controle	
K_p	ganho proporcional	[V/rad]
K_i	ganho integral	[V/rad.seg]
K_d	ganho derivativo	[V/rad/seg]
$\mu_{U_i}(u)$	universo de discurso para a saída de controle	
$\mu_{E^1}(e_i)$	universo de discurso para o erro	
$\mu_{CE^1}(ce_i)$	universo de discurso para a velocidade da variação do erro	
s	superfície de deslizamento	
η	banda do sistema de controle para um grau de liberdade	
λ	coeficiente angular para a convergência até a superfície de deslizamento	
ϕ_{ref}	posição angular de referencia	[rad]
μ	Coeficiente para a saída de controle deslizante	[V]
I_3	Inércia com relação ao eixo das rodas	[Kgm ²]
I_2	Inércia com relação perpendicular ao eixo das rodas	[Kgm ²]
Vmax	Tensão máxima de alimentação do motor	[V]
u_ang	Limite de universo de discurso para a posição angular	[seg]
u_vel	Limite de universo de discurso para a velocidade da variação da posição angular	[seg/seg]
u_sal	Limite de universo de discurso para a saída de controle	[V]
U_erro	limite de universo de discurso para erro da posição angular	
U_derro	limite de universo de discurso para a velocidade da variação da	

U_out posição angular
 limite de universo de discurso para a saída do controlador

1 Introdução

1.1 Motivação

Um transportador pessoal robótico auto-equilibrante (TPRE) é uma plataforma com duas rodas paralelas que funciona a partir do equilíbrio do indivíduo que o utiliza, assemelhando-se ao funcionamento do clássico pêndulo invertido. Entre as principais características que o TPRE possui, podem-se destacar a rapidez na movimentação, possuir um espaço de uso reduzido, poder fazer curvas com raio igual a zero, e alta capacidade de carga em relação ao peso próprio. Ele pode ser resistente, se possuir uma estrutura compacta, e possuir agilidade muito maior que outros tipos de transporte pessoal. Ao contrário dos veículos motorizados regulares, o TPRE utiliza alimentação elétrica, portanto não existe emissão poluidora ao ambiente e, além disso, evita o problema de poluição sonora.

1.2 Objetivo

O objetivo da presente dissertação é desenvolver um transportador pessoal robótico auto-equilibrante funcional, utilizando diferentes estratégias de controle - Controle PID, Controle Fuzzy e Controle Robusto - e avaliar os desempenhos de cada um e sua estabilidade.

1.3 Revisão Bibliográfica

O lançamento do primeiro transportador pessoal robótico auto-equilibrante foi publicado em 3 de dezembro de 2001, em *Bryant Park*, na cidade de *Nova York*, no programa *Good Morning América* da rede de televisão ABC News. O inventor do mesmo foi o presidente da *DEKA Research & Development Corp*, Dean Kamen, que ganhou a medalha *Edwin F. Church* pelos aportes na área da engenharia biomédica e também por criar as competições *FIRST (For the Inspiration and Recognition of Science and Technology)*, com a finalidade de inspirar a juventude do país nas áreas de ciência e tecnologia. O primeiro TPPE não possuía freios e podia atingir uma velocidade de 12 milhas por hora. A velocidade, as curvas, e também a frenagem, eram controladas por quem o dirigia utilizando um mecanismo manual localizado no guidão. Os primeiros testes públicos foram feitos sobre o asfalto, sobre um gramado, sobre um solo oleoso e, também, sobre pequenos obstáculos [1].

Em um robô humanóide também foi instalado um TPPE como sistema de locomoção. Este robô humanóide foi desenvolvido pela NASA, com nome de *Robonaut RMP*, tornando-se uma amostra da mistura de um robô móvel com um robô com competências manipulativas [4], vide Figura 1.



Figura 1: Robonaut desenvolvido pela NASA

Outro trabalho foi desenvolvido pela *Carnegie Mellon University*. Nele se utilizou um TPPE com a finalidade de criar um time de robôs jogadores de futebol e, ainda, foram testados diferentes algoritmos de visão computacional [1], vide Figura 2.

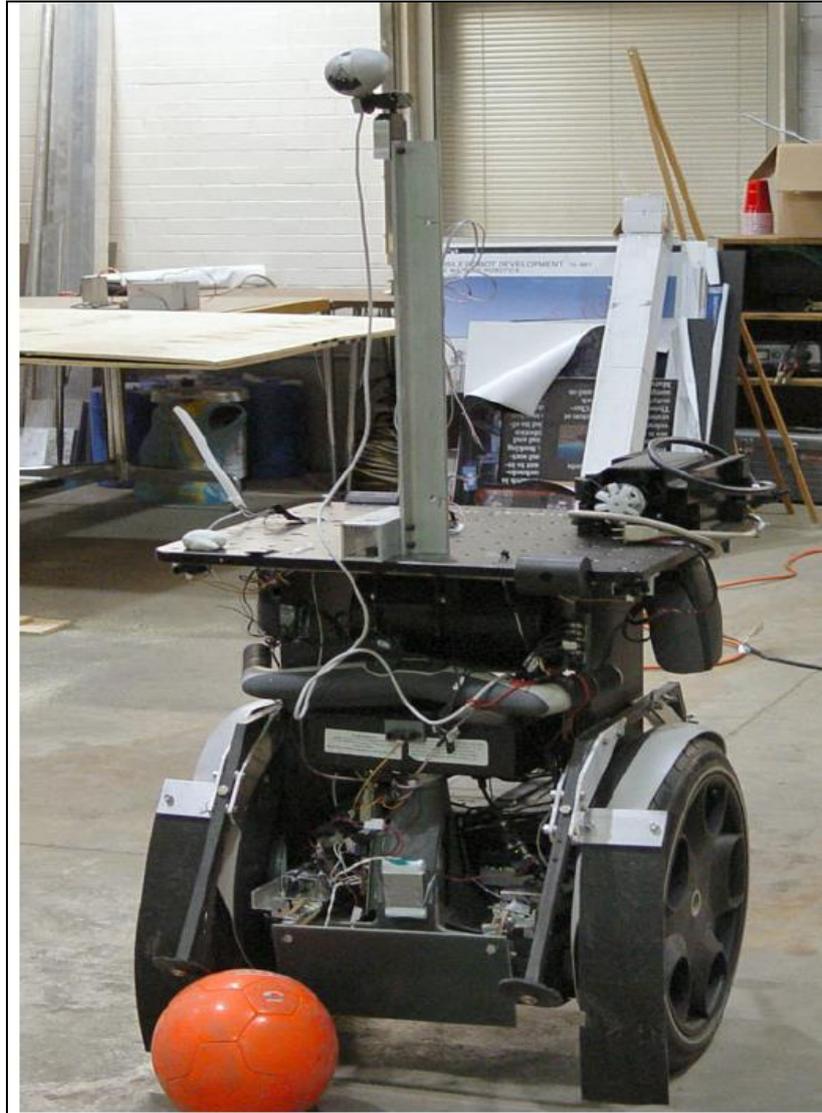
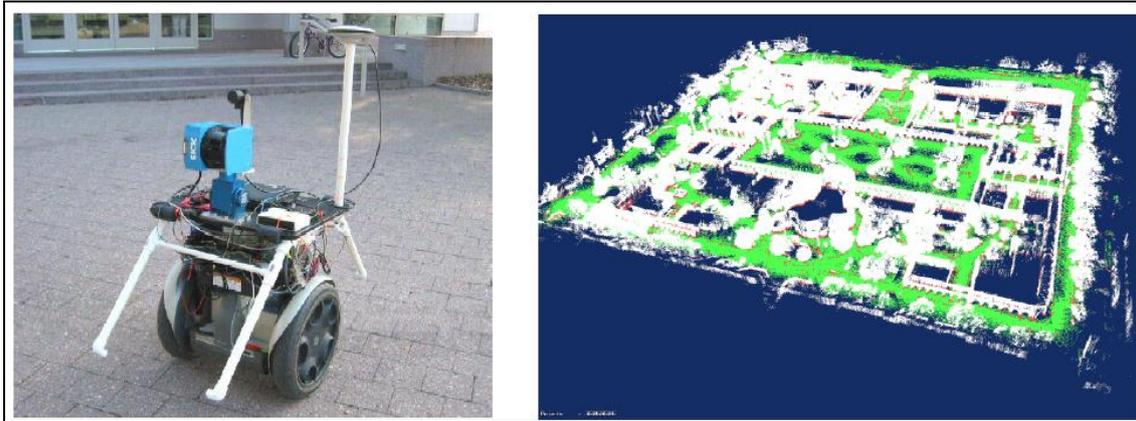


Figura 2: Robô Móvel com câmera para aplicações de visão computacional desenvolvida pela Carnegie Mellon University

Na *Neurosciences Institute* utilizaram-se times de TPRE's como parte de um projeto de desenvolvimento de dispositivos físicos, baseados no funcionamento do cérebro, com a finalidade de obter um melhor entendimento das funções realizadas dentro deste [1]. Na *Stanford University* montou-se sobre um TPRE uma câmara, como parte de um projeto de mapeamento em 3D para ambientes fechados [1], vide Figura 3. Na *Naval Warfare Systems Center* utilizaram-se os TPRE's como ajuda na área logística e foram aplicados nos setores militar e industrial [2].



(a) (b)
Figura 3: (a) Robô TPRE com sensor de raio laser (b) Amostra do mapeamento 3D.

Na *University of Michigan* um TPRE foi utilizado em um projeto com o objetivo de contornar obstáculos. Neste, o desenvolvimento incluiu análise e planejamento de uma trajetória ótima, usando um sensor de raio laser de grande alcance para detectar os obstáculos à frente [3]. Outro trabalho foi desenvolvido pelo Mallapragada e Chattopadhyay, um TPRE que utilizou um Controle Ótimo que pôde atingir um funcionamento autônomo [5].

O departamento de *Computer Science da University of Massachusetts Amherst* projetou um robô manipulador montado sobre um TPRE com a finalidade de utilizá-lo para se locomover e para procurar zonas quentes localizadas em um ambiente fechado. A abordagem usada para a modelagem foi a do pêndulo invertido. Também foi criada uma interface em Matlab para haver uma monitoração em tempo real do veículo. A estratégia de controle utilizada foi o Controle de Realimentação de Estados [8].

Outro TPRE [9] utilizou previamente uma análise dinâmica clássica para obter o modelo matemático do sistema, e nele foi implementado um controle PID cujos parâmetros possuem a capacidade de se auto-sintonizarem, com a finalidade de poder atingir estabilidade ótima em um ambiente com perturbações.

Outro trabalho, com aplicação futurista, foi desenvolvido por Michael Baloh e Michael Parent [10] (Figura 4), no qual se projeta um veículo com duas rodas muito parecido com um TPRE. É um veículo inteligente e autônomo orientado para o transporte público, com nome B2.



Figura 4: Um TPRE para transporte público, chamado B2

Há outro trabalho com um projeto de TPRE [11] no qual, utilizando-se uma linearização parcial do modelo matemático, se desenvolve um Controle por Realimentação de Estados para a velocidade e posição angular da haste. Promove-se também uma simulação utilizando as equações já obtidas anteriormente na linearização parcial e nas equações de controle.

Em um trabalho realizado por Kaustubh Pathak do Departamento de Engenharia Mecânica da *University of Delaware* [12], desenvolveu-se também um entorno de software para alguns sistemas móveis dinamicamente estabilizados. Como exemplos destacam-se pêndulos invertidos e/ou helicópteros autônomos. No caso do pêndulo invertido, utiliza-se uma linearização parcial do modelo matemático e aplica-se um Controle Não-Linear Preditivo para o controle da estabilidade, e um Controle Exponencial para o controle da trajetória.

Uma análise dinâmica, utilizando o método de Kane, com a finalidade de obter a modelagem matemática de um TPRE, foi desenvolvida por Yeonhoom Kim, Soo Hyum Kim e Yoon Keun Kwak [13]. Neste trabalho, foi utilizado um Controle de Realimentação de Estados para o sistema.

Uma estratégia de controle por localização de pólos baseado em *Linear Quadrature Root* (LQR) foi utilizada para o desenvolvimento de um TPRE por S.W. Nawawi, M. N. Ahmad e J.H.S. Osman [14], vide Figura 5.



Figura 5: Protótipo de um robô móvel auto equilibrante

Um TPRE chamado pelo nome de JOE (Figura 6) foi desenvolvido por Grasser, D'Arrigo, Colombi e Ruffer da *Swiss Federal Institute of Technology* [15]. Neste, usou-se uma abordagem de Espaço Estado para desenvolver o controle da estabilidade.

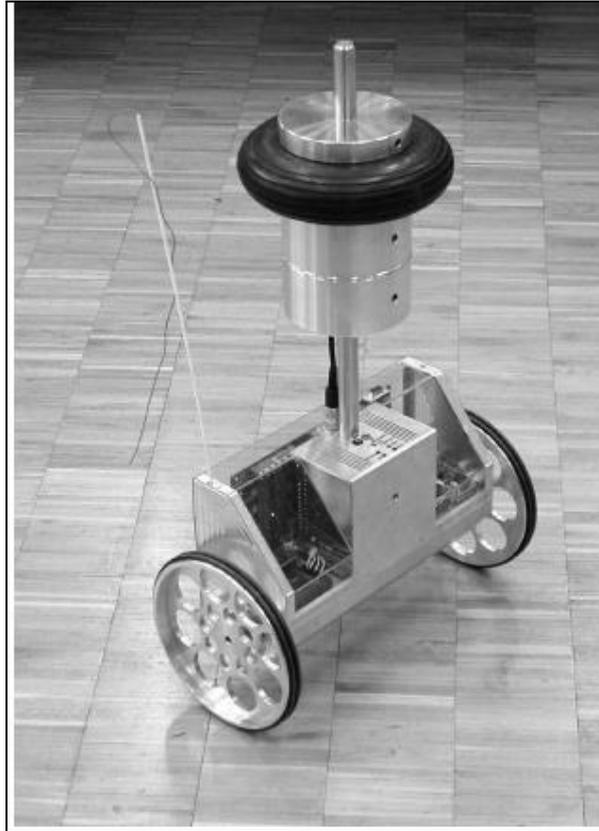


Figura 6: Robô móvel de duas rodas JOE

No departamento de Engenharia Elétrica do *Tatung Institute of Technology* foi desenvolvido por Hung, Yeh e Lu um controle misto que utiliza o Controle Proporcional Integral e o Controle Fuzzy, com a finalidade de aplicá-lo ao problema do pêndulo invertido [16].

No Departamento de Engenharia Elétrica da *Tulane University* [17-18] aplicou-se um controle Robusto, mais especificamente um Controle Deslizante, para atingir o controle estável de um TPRE. Este controle atinge um grande desempenho em um ambiente com perturbações, embora o sistema seja não-linear [17].

1.4 Estrutura da dissertação

Esta dissertação está dividida em sete capítulos, com os seguintes tópicos:

- Capítulo 1: Introdução, incluindo a motivação, o objetivo e o resumo da pesquisa bibliográfica, como suporte do estudo realizado.
- Capítulo 2: Apresenta a modelagem do sistema, utilizando o método de

Kane, e também outras modelagens retiradas de artigos, contidas na bibliografia da pesquisa.

- Capítulo 3: Demonstra os conceitos básicos das estratégias de controle utilizadas, como Controle PID, Controle Fuzzy e Controle Robusto.
- Capítulo 4: Descreve os resultados da simulação, utilizando as informações descritas nos capítulos 2 e 3, e reflete sobre os parâmetros dos sistemas utilizados na simulação.
- Capítulo 5: Apresenta a descrição completa do veículo, ou seja, dos materiais de construção do protótipo, das características básicas dos sensores, das características do controlador, dos motores, e das placas controladoras de velocidade dos motores.
- Capítulo 6: Apresenta os resultados dos testes feitos no protótipo dos algoritmos descritos no capítulo 3, assim como também as condições dos testes.
- Capítulo 7: Mostra as conclusões sobre a comparação dos resultados dos testes das estratégias implementadas e sobre a avaliação do desempenho do sistema.

2 Modelagem

O estudo de um sistema mecânico resulta em equações cinemáticas e dinâmicas, que expressam restrições, ou que limitam a possibilidade de movimento dos sólidos constituintes do sistema. O presente capítulo tem como foco o desenvolvimento do modelo matemático da dinâmica do TPRE, que será usado, posteriormente, na respectiva simulação.

A seguir serão apresentados dois modelos retirados de artigos de referência, e em seguida o modelo aqui desenvolvido e utilizado na simulação.

2.1 Modelo I

Tsai-Jiun Ren, Tien-Chie Chen e Chun-Jung Chen [09] desenvolveram uma formulação dinâmica, baseada no sistema de coordenadas da Figura 7. Na Tabela I embaixo encontra-se a descrição dos parâmetros deste modelo:

Tabela I: Parâmetros utilizados no modelo I

Parâmetro	Descrição
l	Comprimento da haste
D	Metade da largura da base
R	Raio da roda
$J_{p\phi}$	Momento de inércia em relação ao eixo das rodas do chassis
$J_{m\phi}$	Momento de inércia em relação ao eixo das rodas do pendulo
g	Gravidade
M_w	Massa de cada roda
I_w	Momento de inércia da roda
M	Massa da estrutura
f_{dL}	Perturbação na roda esquerda
f_{dR}	Perturbação na roda direita

f_p	Perturbação no chassi
J_ψ	Momento de inércia perpendicular ao eixo das rodas

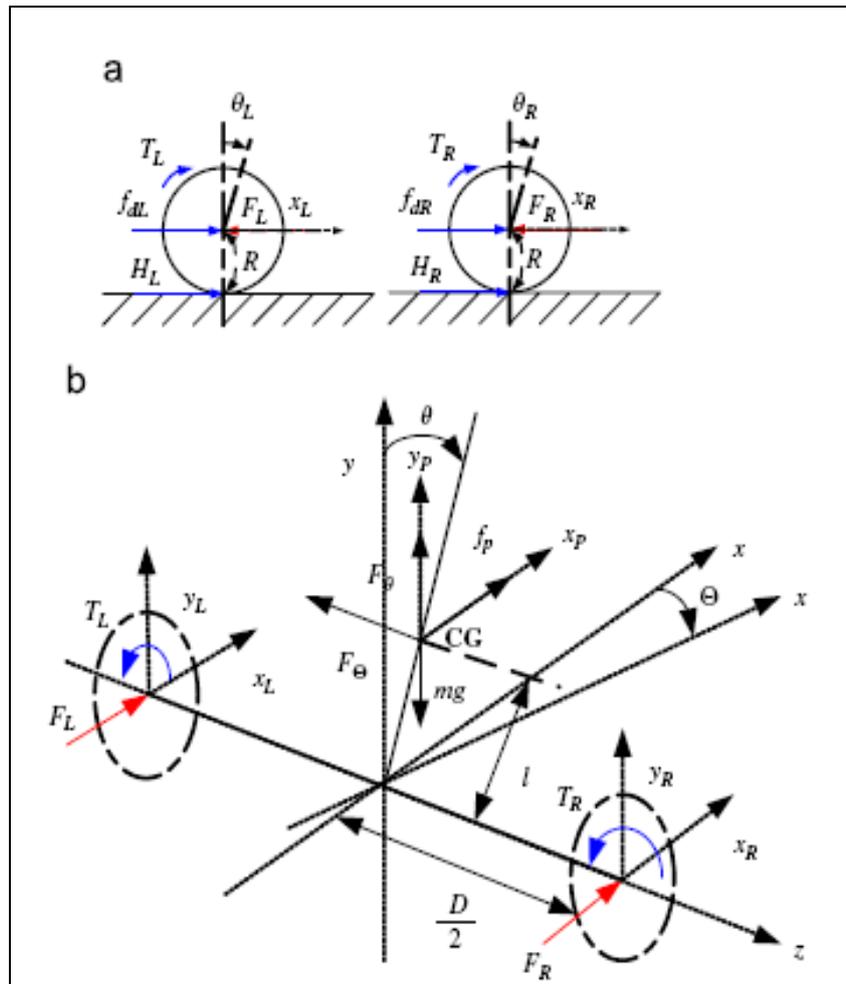


Figura 7: Sistema de Coordenadas modelado por Tsai-Jiun Ren, Tien-Chie e Chun-Jung Chen

Nas equações amostradas embaixo descrevem a dinâmica do sistema para um TPPE desenvolvido por Ren, Chie e Chen.

$$\ddot{\theta} = \frac{(M + m + 2M_w + 2J_w / R^2)(mgl \sin \phi + f_p l \cos \theta) - ml \cos \theta (\tau_1 / R + \tau_2 / R + f_{dL} + f_{dR} + f_p)}{(J_{m\phi} + J_{p\phi})(M + m + 2M_w + 2J_w / R^2) - m^2 l^2 \cos^2 \theta} \quad (2.1)$$

$$\ddot{x} = \frac{\tau_1 / R + \tau_2 / R + f_{dL} + f_{dR} + f_p - ml \cos \theta (mgl \sin \theta - f_p l \cos \theta) / (J_{m\phi} + J_{p\phi})}{(M + m + 2M_w + 2J_w / R^2) - m^2 l^2 \cos^2 \theta / (J_{m\phi} + J_{p\phi})} \quad (2.2)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{D(\tau_1 / R + \tau_2 / R + f_{dL} - f_{dR})}{2(J_\psi + D^2 / (2J_w / R^2 + M_w))} \quad (2.3)$$

2.2 Modelo II

S.W. Nawawi, M. N. Ahmad, e J.H.S. Osman [08] desenvolveram outro modelo matemático, baseado no sistema de coordenadas mostrado na Figura 9, no qual se aplica a mecânica Newtoniana para a obtenção das equações, descrito a seguir.

Na Tabela II encontra-se a descrição dos parâmetros do segundo modelo:

Tabela II: Parâmetros utilizados no modelo II

Parâmetro	Descrição
L	Comprimento da haste
D	Metade da largura da base
R	Raio da roda
g	Gravidade
M_r	Massa de cada roda
M_p	Massa da estrutura

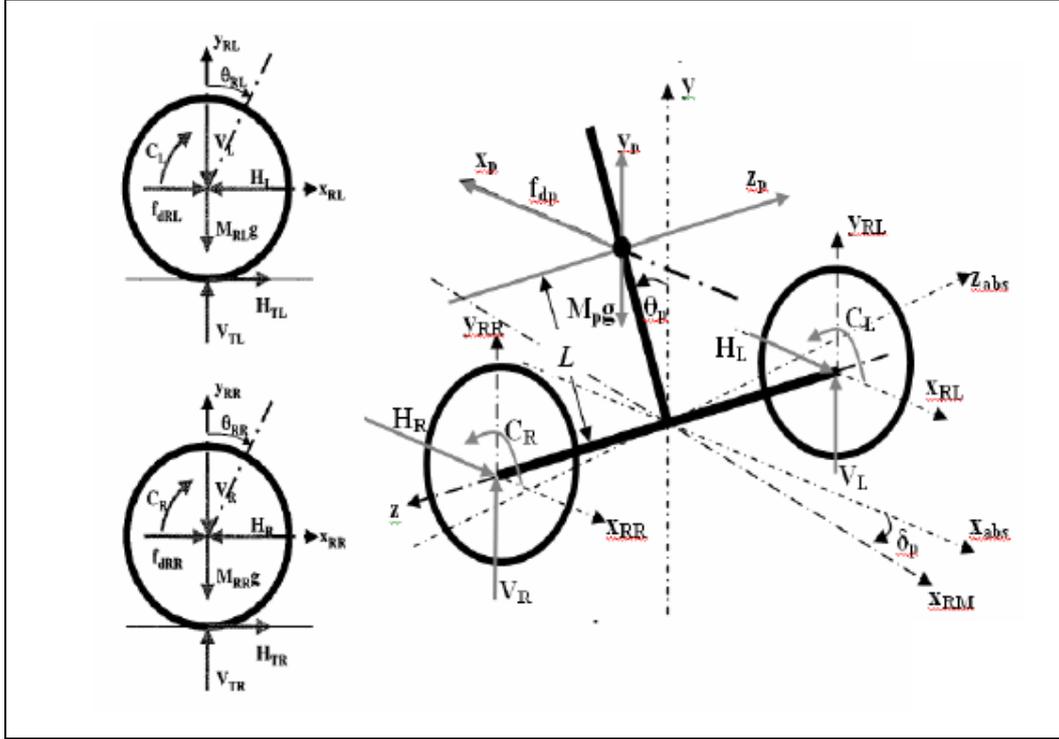


Figura 8: Sistema de Coordenadas modelado por S.W. Nawawi, M. N. Ahmad e J.H.S.Osman

Baseando-se no sistema de coordenadas da Figura 8, obtêm-se as equações de movimento, para a roda direita e esquerda:

$$\ddot{x}_{RL} M_r = H_{TL} - H_L + (f_{dRL} + f_{dRR}) \quad (2.4)$$

$$\ddot{y}_{RL} M_r = V_{TL} - V_L - M_r g \quad (2.5)$$

$$\ddot{\theta}_{RL} J_{RL} = C_L - H_{TL} R \quad (2.6)$$

$$\dot{x}_{RL} = R \dot{\theta}_{RL} \quad (2.7)$$

Baseando-se no sistema de coordenadas da Figura 8, escreve-se para o chassis:

$$\dot{y}_p = -\dot{\theta}_p L \sin \theta_p \quad (2.8)$$

$$\dot{x}_p = -\dot{\theta}_p L \cos \theta_p + \frac{\dot{x}_{RL} + \dot{x}_{RR}}{2} \quad (2.9)$$

$$\dot{\delta} = \frac{\dot{x}_{RL} + \dot{x}_{RR}}{2f} \quad (2.10)$$

onde: HTL, HTR, HL, HR, VTL, VTR, VL, VR, representam as forças de reação entre os componentes do veículo e que se encontram definidas na Figura 9.

Então, para o chassi, obtêm-se as seguintes equações dinâmicas

$$\ddot{x}_p M_p = (H_R - H_L) + f_{dP} \quad (2.11)$$

$$\ddot{y}_p M_p = V_R + V_L - M_p g + F_{C\theta} \quad (2.12)$$

$$\ddot{\theta}_p J_p = (V_R + V_L)L \sin \theta_p - (H_R + H_L)L \cos \theta_p - (C_L + C_R) \quad (2.13)$$

$$\ddot{\delta} J_\delta = (H_L + H_R) \frac{D}{2} \quad (2.14)$$

As variáveis de estado são então definidas por:

$$x = \left[x_r, \dot{x}_r, \theta_p, \dot{\theta}_p, \delta, \dot{\delta} \right]^T \quad (2.15)$$

Modificando as equações acima, linearizando o resultado ao redor de $\theta_p = 0$, $\dot{x}_r = 0$ e $\delta = 0$, e escrevendo o sistema na forma de espaço-estado, encontra-se definida o modelo:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_r \\ \ddot{x}_r \\ \dot{\theta}_p \\ \ddot{\theta}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & A_{43} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r \\ \dot{x}_r \\ \theta_p \\ \dot{\theta}_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \\ 0 \\ B_4 \end{bmatrix} [C_L + C_R] \quad (2.16)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta} \\ \ddot{\delta} \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_6 \end{bmatrix} [C_L - C_R] \quad (2.17)$$

onde:

$$A_{23} = g \left(1 - \frac{4}{3} L \frac{M_p}{X} \right) \quad (2.18)$$

$$A_{43} = \frac{g M_p}{X} \quad (2.19)$$

$$B_2 = \left(\frac{4LY}{3X} - \frac{1}{M_p L} \right) \quad (2.20)$$

$$B_4 = -\frac{Y}{X} \quad (2.21)$$

$$B_6 = \frac{6}{(9M_r + M_p)RD} \quad (2.22)$$

$$X = \frac{1}{3} \frac{M_p (M_p + 6M_r)L}{M_p + \frac{3}{2}M_r} \quad (2.23)$$

$$Y = \frac{M_p}{(M_p + \frac{3}{2}M_r)R} + \frac{1}{L} \quad (2.24)$$

2.3 Modelo III

Nesta seção apresenta-se o modelo desenvolvido por Kim e Kwak, onde é acoplado o modelo do motor e o usuário, com a finalidade de atingir a maior exatidão na simulação e no processo sintonizar os parâmetros dos controladores.

2.3.1 Método de Kane

O método de Kane [19] relaciona as forças inerciais generalizadas, com as forças ativas generalizadas, através de:

$$\tilde{F}r + \tilde{F}r^* = 0 \quad (2.25)$$

onde:

$\tilde{F}r$: força ativa generalizada; e

$\tilde{F}r^*$: força inercial generalizada.

As relações de dependência entre os parâmetros do sistema: q , \dot{q} e t , sendo q a coordenada generalizada e t o tempo, podem ser consideradas holonômicas ou não-holonômicas. No caso dos robôs móveis equipados com rodas, assunto desta dissertação, constitui uma classe de sistemas caracterizados por restrições cinemáticas de contato que não são integráveis.

2.3.2 Sistema Holonômico

Um sistema Holonômico é aquele no qual se tem restrições descritas pela Equação (2.26), por exemplo, em um robô serial fixo. As restrições são de tipo

geométrico e não sofrem interferência da derivada temporal dos parâmetros do sistema \dot{q} .

$$f(q,t) = 0 \quad (2.26)$$

2.3.3 Sistema Não Holonômico

Um sistema não-holonômico é aquele no qual as restrições não são apenas de contato físico. Devido a certas condições cinemáticas de contato, não integráveis, estas restrições são descritas pela Equação (2.27), por exemplo, em um móvel no qual não existe escorregamento das rodas. Além de restrição geométrica, também existe a restrição de velocidade entre o ponto de contato da roda e o solo.

$$f(q, \dot{q}, t) = 0 \quad (2.27)$$

2.3.4 Força Ativa Generalizada

A força ativa generalizada se relaciona com todas as forças de contato como, por exemplo, a força do atrito e a força de distância. Entre as forças de distância, destacam-se as forças de gravidade e as forças magnéticas que atuam sobre um elemento, ou partícula.

$$\tilde{F}_r = \sum_{i=0}^3 \tilde{\mathbf{v}}_r^{Pi} \bullet R_i \quad (2.28)$$

2.3.5 Força Inercial Generalizada

Relaciona-se com as forças geradas pela inércia do sistema como, por exemplo, a aceleração angular e a aceleração linear.

$$\tilde{F}_r^* = \sum_{i=0}^3 (\tilde{\boldsymbol{\omega}}_r^{Pi} \bullet T_i^* + \tilde{\mathbf{v}}_r^{Pi} \bullet R_i^*) \quad (2.29)$$

onde:

$$\mathbf{R}^* = -M\mathbf{a}^* \quad (2.30)$$

$$\mathbf{T}^* = -\boldsymbol{\alpha} \bullet \mathbf{I}^* - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I} \bullet \boldsymbol{\omega} \quad (2.31)$$

e

- M : Massa total
 \mathbf{a}^* : aceleração de S
 \mathbf{T}^* : Torque em S
 \mathbf{I}^* : Inércia em S

2.3.6 Modelagem pelo método de Kane

Os parâmetros do sistema do TPPE, medidos e calculados, podem ser observados na Tabela III.

Tabela III: Parâmetros utilizadas no modelo III

Parâmetro	Descrição	Valor
D	Comprimento da haste	0,84 m
L	Metade da largura da base	0,83 m
R	Raio da roda	0,15 m
I_3	Momento de inércia em relação ao eixo das rodas	1,08 kg m ²
I_2	Momento de inércia perpendicular ao eixo das rodas	2,06 kg m ²
G	Gravidade	9,81 m/s ²
m_c	Massa de cada roda	3,8 kg
m_s	Massa da estrutura	42,2 kg

Define-se a restrição no sistema a partir da Equação (2.32), que assume que a velocidade entre o contato das rodas e o solo é zero [13].

$${}^F \hat{\mathbf{v}}^{\hat{C}_1} = {}^F \hat{\mathbf{v}}^{\hat{C}_2} = \mathbf{0} \quad (2.32)$$

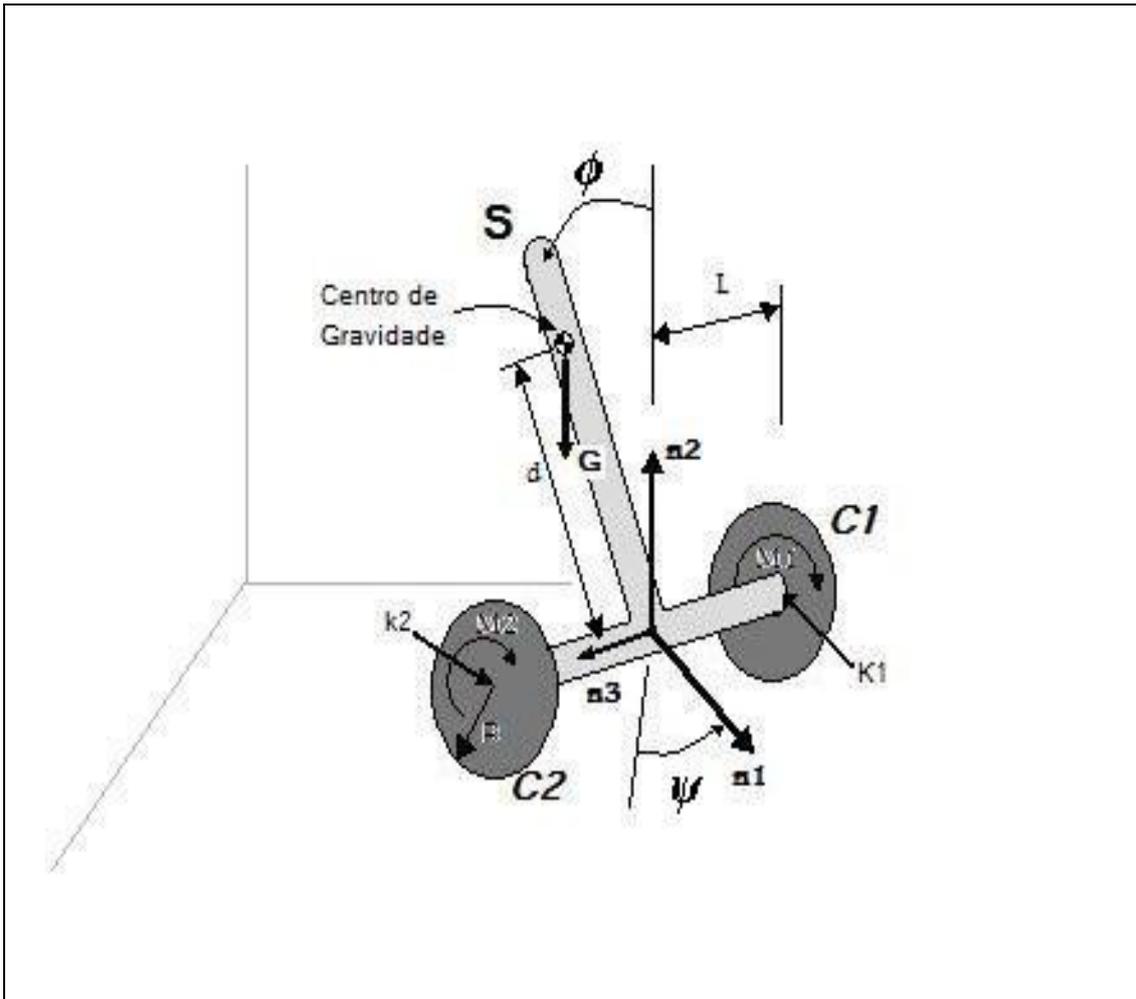


Figura 9: Sistema de Coordenadas do Sistema [13]

As velocidades generalizadas definidas pelo método de Kane são apresentadas pelas Equações (2.33), de acordo com as direções dos eixos do sistema de coordenadas apresentadas na Figura 9:

$$\begin{aligned}
 u_1 &= \dot{x} = {}^F v^{Sc} \cdot n_1 \\
 u_2 &= \dot{\psi} = {}^F \omega^S \cdot n_2 \\
 u_3 &= \dot{\phi} = {}^F \omega^S \cdot n_3
 \end{aligned}
 \tag{2.33}$$

As forças e os torques entre o corpo e as rodas do robô, considerados no desenvolvimento, são representados de acordo com Figura 9 e estão descritos por:

$$\begin{aligned}
\mathbf{K}_1 &= \gamma_1 \mathbf{n}_1 + \gamma_2 \mathbf{n}_2 + \gamma_3 \mathbf{n}_3 \\
\mathbf{K}_2 &= \delta_1 \mathbf{n}_1 + \delta_2 \mathbf{n}_2 + \delta_3 \mathbf{n}_3 \\
\mathbf{M}_1 &= \alpha_1 \mathbf{n}_1 + \alpha_2 \mathbf{n}_2 + \alpha_3 \mathbf{n}_3 \\
\mathbf{M}_2 &= \beta_1 \mathbf{n}_1 + \beta_2 \mathbf{n}_2 + \beta_3 \mathbf{n}_3 \\
\mathbf{G} &= -m_s g \mathbf{n}_2
\end{aligned} \tag{2.34}$$

onde:

- K_i : são as forças sob as rodas.
- M_i : são os torques sob as rodas.
- G : é a força de gravidade

As velocidades lineares, acelerações lineares, velocidades angulares e acelerações angulares de cada parte do sistema são consideradas: velocidades generalizadas. Descreve-se, aqui, a velocidade angular do corpo em relação ao sistema de referência S e a velocidade do centro de gravidade no corpo, ambas representadas na Figura 9, descritas por:

$$\begin{aligned}
{}^F \boldsymbol{\omega}^S &= u_2 \mathbf{n}_2 + u_3 \mathbf{n}_3 \\
{}^F \mathbf{v}^{S^C} &= u_1 \mathbf{n}_1 \\
{}^F \mathbf{v}^{S^*} &= {}^F \mathbf{v}^{S^C} + {}^F \boldsymbol{\omega}^S \times \mathbf{d} \\
&= (u_1 - u_3 d \cos \phi) \mathbf{n}_1 - u_3 d \sin \phi \mathbf{n}_2 + u_2 d \sin \phi \mathbf{n}_3
\end{aligned} \tag{2.35}$$

A velocidade angular de cada roda e as velocidades lineares do centro de giro das rodas são descritas por:

$${}^F \boldsymbol{\omega}^{C_1} = \left(-\frac{1}{R} u_1 + \frac{L}{R} u_2 \right) \mathbf{n}_3 + u_2 \mathbf{n}_2 \tag{2.36}$$

$${}^F \mathbf{v}^{C_1^*} = (u_1 - u_2 L) \mathbf{n}_1$$

$${}^F \boldsymbol{\omega}^{C_2} = \left(-\frac{1}{R} u_1 + \frac{L}{R} u_2 \right) \mathbf{n}_3 + u_2 \mathbf{n}_2 \tag{2.37}$$

$${}^F \mathbf{v}^{C_2^*} = (u_1 - u_2 L) \mathbf{n}_1$$

A aceleração angular para cada roda com relação ao centro de giro é descrita por:

$${}^F \boldsymbol{\alpha}^S = \dot{u}_2 \mathbf{n}_2 + \dot{u}_3 \mathbf{n}_3 \quad (2.38)$$

$${}^F \boldsymbol{\alpha}^{C_1} = \left(-\frac{1}{R} u_1 u_2 + \frac{L}{R} u_2^2 \right) \mathbf{n}_1 + \dot{u}_2 \mathbf{n}_2 + \left(-\frac{1}{R} \dot{u}_1 + \frac{L}{R} \dot{u}_2 \right) \mathbf{n}_3 \quad (2.39)$$

$${}^F \boldsymbol{\alpha}^{C_2} = \left(-\frac{1}{R} u_1 u_2 - \frac{L}{R} u_2^2 \right) \mathbf{n}_1 + \dot{u}_2 \mathbf{n}_2 + \left(-\frac{1}{R} \dot{u}_1 - \frac{L}{R} \dot{u}_2 \right) \mathbf{n}_3 \quad (2.40)$$

As acelerações do corpo do robô e as acelerações do centro de giro de cada roda são descritas por:

$${}^F \mathbf{a}^{S^*} = \frac{d^F \mathbf{v}^{C_2}}{dt} + {}^F \boldsymbol{\alpha}^S \times \overline{S^C S^*} + {}^F \boldsymbol{\omega}^S \left({}^F \boldsymbol{\omega}^S \times \overline{S^C S^*} \right) \quad (2.41)$$

$$\begin{aligned} & \dot{u}_1 - \dot{u}_3 d \cos \phi + (u_2^2 + u_3^2) d \sin \phi \mathbf{n}_1 \\ & = -\dot{u}_3 d \sin \phi - u_3^2 d \cos \phi \mathbf{n}_2 \\ & + \dot{u}_2 d \sin \phi + u_2 u_3 d \cos \phi \mathbf{n}_3 \end{aligned} \quad (2.42)$$

$${}^F \mathbf{a}^{C_1^*} = \frac{d^F \mathbf{v}^{S_c}}{dt} + {}^F \boldsymbol{\alpha}^{S_c} \times \overline{S^C C_1^*} + {}^F \boldsymbol{\omega}^{S_c} \times \left({}^F \boldsymbol{\omega}^{S_c} \times \overline{S^C C_1^*} \right) \quad (2.43)$$

$$\begin{aligned} & \dot{u}_1 - L \dot{u}_2 \mathbf{n}_1 \\ & = +0 \mathbf{n}_2 \\ & + L u_2^2 \mathbf{n}_3 \end{aligned} \quad (2.44)$$

$${}^F \mathbf{a}^{C_2^*} = \frac{d^F \mathbf{v}^{S_c}}{dt} + {}^F \boldsymbol{\alpha}^{S_c} \times \overline{S^C C_2^*} + {}^F \boldsymbol{\omega}^{S_c} \times \left({}^F \boldsymbol{\omega}^{S_c} \times \overline{S^C C_2^*} \right) \quad (2.45)$$

$$\begin{aligned} & \dot{u}_1 + L \dot{u}_2 \mathbf{n}_1 \\ & = +0 \mathbf{n}_2 \\ & - L u_2^2 \mathbf{n}_3 \end{aligned} \quad (2.46)$$

Usando a informação da cinemática já obtida, torna-se possível calcular as forças ativas generalizadas e as forças inerciais também generalizadas, em relação ao

sistema S , vide Figura 9. As equações que definem a relação entre as velocidades generalizadas e as forças generalizadas ativas e inerciais, são (2.28) e (2.29):

Finalmente, as equações de movimento são descritas por:

$$(3m_c + m_s) \ddot{x} - m_s d \cos \phi \ddot{\phi} + m_s d \sin \phi (\dot{\phi}^2 + \dot{\psi}^2) = -\frac{\tau_1 + \tau_2}{R} \quad (2.47)$$

$$\{(3L^2 + 1/2R^2)mc + m_s d^2 \sin^2 \phi + I_2\} \ddot{\psi} + m_s d^2 \sin \phi \cos \phi \dot{\psi} \dot{\phi} = \frac{L}{R} (\tau_1 - \tau_2) \quad (2.48)$$

$$m_s d \cos \phi \ddot{x} + (-m_s d^2 - I_3) \ddot{\phi} + m_s d^2 \sin \phi \cos \phi \dot{\phi}^2 + m_s g d \sin \phi = \tau_1 + \tau_2 \quad (2.49)$$

Reordenando as equações (2.47-2.49) e considerando o termo $\dot{\psi} = 0$, tem-se:

$$\left[\frac{(m_s d \cos \phi)}{3m_c + m_s} + (m_s d^2 + I_3) \right] \ddot{\phi} + \left[m_s d^2 \sin \phi \cos \phi - \frac{(m_s d)^2 \sin \phi \cos \phi}{3m_c + m_s} \right] \dot{\phi}^2 + m_s g d \sin \phi = \left(1 + \frac{m_s d \cos \phi}{R(3m_c + m_s)} \right) (\tau_1 + \tau_2) \quad (2.50)$$

$$\left[m_s d \cos \phi - \frac{(m_s d^2 + I_3)(3m_c + m_s)}{m_s R d \cos \phi} \right] \ddot{x} + \left[m_s d^2 \sin \phi \cos \phi - (m_s d^2 + I_3) \tan \phi \right] \dot{\phi}^2 + m_s g \sin \phi = \left[1 + \frac{m_s d^2 + I_3}{m_s R d \cos \phi} \right] (\tau_1 + \tau_2) \quad (2.51)$$

$$\{(3L^2 + 1/2R^2)mc + m_s d^2 \sin^2 \phi + I_2\} \ddot{\psi} = \frac{L}{R} (\tau_1 - \tau_2) \quad (2.52)$$

2.3.7 Modelagem com o motor de corrente contínua e o usuário para a implementação da simulação.

As equações genéricas dos motores elétricos usados na locomoção são

$$\frac{di}{dt} = \frac{-R_a i - K_\omega \omega + u}{L_a} \quad (2.53)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{-B\omega + K_m i - TL}{J} \quad (2.54)$$

onde os valores dos parâmetros dos motores são:

$R_a = 0,16$: Resistência elétrica (Ω)
$B = 0,1$: Coeficiente de atrito (kgm/rad/s)
$J = 0,099$: Coeficiente de Inércia (Kgm^2)
$L_a = 0,005$: Indutância do motor (mH)
$K_w = 0,86$: Constante de velocidade (RPM/A)
$K_m = 10$: Constante de torque (N.m/A)
u	: Sinal de controle (%)
TL	: Torque de carga (N.m)

Em seguida define-se o modelo matemático de uma pessoa que controlaria o transportador, utilizando um controle PD acoplado em cascata nas equações

$$f_p = k_{pp} \times e_{vel} + k_{dp} \times \dot{e}_{vel} \quad (2.55)$$

onde:

$e_{vel} = \dot{x}_{ref} - \dot{x}$: erro de velocidade linear
$\frac{de_{vel}}{dt} = \ddot{e}_{vel} = \ddot{x}_{ref} - \ddot{x}$: derivada do erro de velocidade linear
f_p	: ação da pessoa sobre o sistema
\dot{x}_{ref}	: referência de velocidade linear
k_{pp}	: ganho proporcional
k_{dp}	: ganho derivativo

Em seguida, faz-se a mudança de variáveis:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= i \\
 x_2 &= \omega \\
 x_3 &= \phi \\
 x_4 &= \frac{d\phi}{dt} \\
 x_5 &= x \\
 x_6 &= \frac{dx}{dt} \\
 x_7 &= \psi \\
 x_8 &= \frac{d\psi}{dt}
 \end{aligned} \tag{2.56}$$

Reagrupando os parâmetros e fazendo a mudança de variáveis acima nas Equações (2.25) até (2.27), obtém-se:

$$A1 = \frac{(m_s d \cos x_3)}{3m_c + m_s} + (m_s d^2 + I_3) \tag{2.57}$$

$$A2 = m_s d \cos x_3 - \frac{(m_s d^2 + I_3)(3m_c + m_s)}{m_s R d \cos x_3} \tag{2.58}$$

$$A3 = (3L^2 + 1/2R^2)mc + m_s d^2 \sin^2 x_3 + I_2 \tag{2.59}$$

$$B1 = m_s d^2 \sin x_3 \cos x_3 - \frac{(m_s d)^2 \sin x_3 \cos x_3}{3m_c + m_s} \tag{2.60}$$

$$B2 = m_s d^2 \sin x_3 \cos x_3 - (m_s d^2 + I_3) \tan x_3 \tag{2.61}$$

$$B3 = 0 \tag{2.62}$$

$$C1 = m_s g d \sin x_3 \tag{2.63}$$

$$C2 = m_s g \sin x_3 \tag{2.64}$$

$$C3 = 0 \tag{2.65}$$

$$D1 = 1 + \frac{m_s d \cos x_3}{R(3m_c + m_s)} \tag{2.66}$$

$$D2 = 1 + \frac{m_s d^2 + I^3}{m_s R d \cos x_3} \tag{2.67}$$

$$D3 = \frac{L}{R} \tag{2.68}$$

Definindo-se as condições iniciais das acelerações, de acordo com as Equações (2.44) até (2.46), e partindo das Equações (2.25) até (2.28) com $x_3(0) = \phi(0)$ e $x_4(0) = \dot{\phi}(0)$, pode-se escrever:

$$\ddot{\phi}(0) = \frac{D1(\tau_1(0) + \tau_2(0)) - B1x_4(0)x_4(0) - C1}{A1} \quad (2.69)$$

$$\ddot{x}(0) = \frac{D2(\tau_1(0) + \tau_2(0)) - B2x_4(0)x_4(0) - C2}{A2} \quad (2.70)$$

$$\ddot{\psi}(0) = \frac{D3(\tau_1(0) - \tau_2(0)) - C3}{A3} \quad (2.71)$$

A partir das Equações (2.69), (2.70) e (2.71) podem-se obter TLL e TLR da Equação (2.54), resultando em:

$$TLL = 0.5 \left(\frac{A1}{D1 + D2} \ddot{\phi} + \frac{A2}{D1 + D2} \ddot{x} + \frac{B1 + B2}{D1 + D2} \dot{\phi}^2 + \frac{B3}{D3} \dot{\psi} \dot{\phi} + \frac{C1 + C2}{D1 + D2} + \frac{C3}{D3} \right) \quad (2.72)$$

$$TLR = 0.5 \left(\frac{A1}{D1 + D2} \ddot{\phi} + \frac{A2}{D1 + D2} \ddot{x} + \frac{B1 + B2}{D1 + D2} \dot{\phi}^2 - \frac{B3}{D3} \dot{\psi} \dot{\phi} + \frac{C1 + C2}{D1 + D2} - \frac{C3}{D3} \right) \quad (2.73)$$

Sabe-se que o torque está relacionado com a corrente em um motor de corrente contínua. Substituindo-se o termo de torque de carga na Equação (2.29) de um motor DC, e assumindo que a carga é a mesma para os dois motores, obtém-se:

$$\tau = k_m x_1 \quad (2.74)$$

$$TLL = TLR \quad (2.75)$$

Assim, o modelo matemático final que será utilizado para programar a simulação em Matlab resulta em:

$$\dot{x}_1 = \frac{(-R_a x_8 - k_\omega x_8 + v)}{L_a} \quad (2.76)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{(Bx_8 + k_m x_8 - TLL)}{J} \quad (2.77)$$

$$\dot{x}_3 = x_4 \quad (2.78)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{D1(k_{m1}x_1 + k_{m2}x_1) - B1x_4x_4 - C1}{A1} \quad (2.79)$$

$$\dot{x}_5 = x_6 \quad (2.80)$$

$$\dot{x}_6 = \frac{D2(k_{m1}x_1 + k_{m2}x_1) - B2x_4x_4 - C2}{A2} \quad (2.81)$$

$$\dot{x}_7 = x_8 \quad (2.82)$$

$$\dot{x}_8 = \frac{D3(k_{m1}x_1 + k_{m2}x_1) - C3}{A3} \quad (2.83)$$

O capítulo seguinte apresenta a teoria básica das estratégias de controle PID, Controle Fuzzy e Controle Robusto.

3 Controle

Um sistema típico de controle é representado pelo diagrama de blocos abaixo, vide Figura 10.

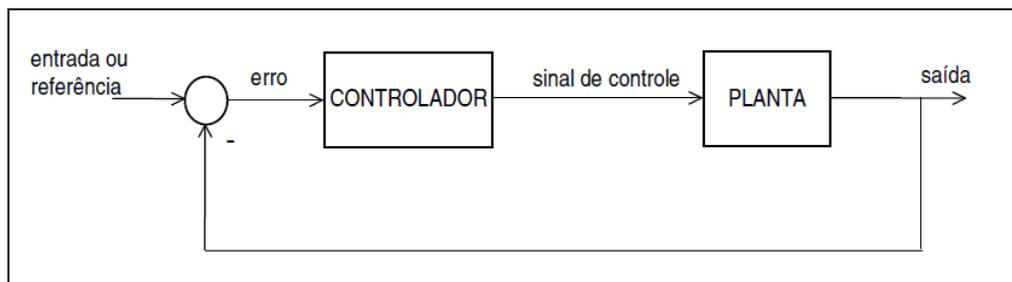


Figura 10: Loop de controle clássico

A entrada ou referência expressa a saída desejada (ou ideal) para a planta, enquanto que a saída da mesma corresponde ao valor real. O controlador gera o sinal de controle que atua sobre a planta de modo a, idealmente, levar o erro (diferença entre a entrada e a saída) ao valor nulo. Uma resposta típica está mostrada na Figura 11, e pode ser decomposta em duas partes: regime transitório e regime permanente. Parâmetros de projeto relativos ao regime transitório são o tempo de subida, o percentual de ultrapassagem (da saída em relação à entrada, também conhecido como *overshooting*), e o tempo de acomodação (*settling time*). Para o restante da resposta da planta, busca-se reduzir o erro em regime permanente.

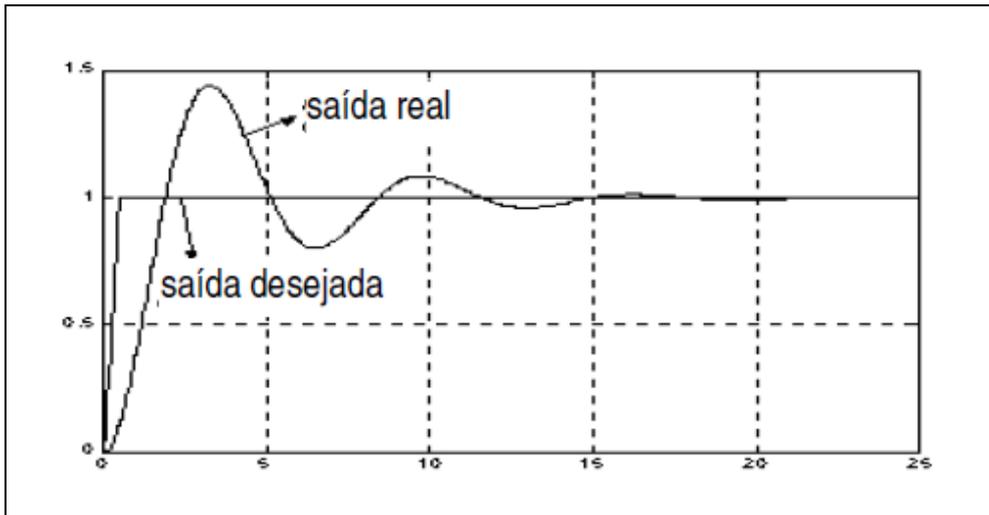


Figura 11: Resposta de um sistema para um degrau.

Dentro das várias técnicas de controle existentes, serão considerados para o controle do TPRE os controles PID, Controle Fuzzy e o Controle Robusto, descritos na sequência.

3.1 Controle PID

O controle PID é uma estratégia em uso de mais da metade dos controladores industriais utilizados atualmente [22]. A vantagem dos controladores PID está na sua aplicabilidade geral para a maioria dos sistemas de controle, devido à simplicidade da sua aplicação. O controle PID é obtido através da combinação de três tipos de controladores: Controle Proporcional (P), Controle Integral (I) e Controle Derivativo (D).

3.1.1 Controle Proporcional (P)

Nesse controlador, o sinal de controle é calculado com base no erro medido. Esse erro é a diferença entre o valor desejado e o valor medido da variável controlada, ou seja, está de acordo com:

$$e(t) = y_{ref} - y(t) \quad (3.1)$$

A ação é proporcional ao erro entre o valor desejado e o valor medido, isto é, gera um sinal de controle proporcional ao erro para tentar corrigi-lo, tentando estabilizar o sistema. Assim, matematicamente encontra-se

$$u(t) = K_p e(t) \quad (3.2)$$

onde K_p é chamado de ganho proporcional.

Um problema do controle proporcional é que, na presença de perturbações ou forças de atrito, não é possível obter erro de regime permanente nulo, além de que, para altos valores de K_p , o sistema pode se tornar instável, em especial se a frequência do controlador digital não for alta.

3.1.2 Controle Integral (I)

Matematicamente, a contribuição do controle integral é dada por

$$u(t) = K_i \int_0^t e(t) dx \quad (3.3)$$

onde K_i é chamado de ganho integral.

O uso do integrador no controlador faz com que o sistema fique mais lento, pois a resposta dependerá da acumulação do sinal de erro na entrada. Mas isso pode levar a um erro em regime permanente nulo, pois não é necessário um sinal de entrada para haver saída no controlador e nem acionamento do atuador, após o período transitório.

3.1.3 Controle Derivativo (D)

Matematicamente, a contribuição do controle derivativo é dada por

$$u(t) = K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (3.4)$$

onde K_d é chamado de ganho derivativo.

A vantagem deste termo no controle é a velocidade de resposta, que se deve à imediata reação do diferenciador: inicialmente, o erro é grande e o diferenciador fornece um sinal forte ao atuador, que provoca rápida variação na grandeza controlada. À medida que o erro vai diminuindo, o diferenciador apresenta uma saída menor (de acordo com a velocidade de variação na grandeza), reduzindo a ação do atuador, o que evita que se ultrapasse demasiadamente o valor desejado (entrada).

A desvantagem deste termo é que o diferenciador é muito susceptível a ruídos de alta frequência, pois é um filtro passa-alta, o que pode levar a distúrbios durante o processo de controle.

Assim, para obter o controlador PID, utilizam-se os três controladores acima apresentados, obtendo a lei de controle

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (3.5)$$

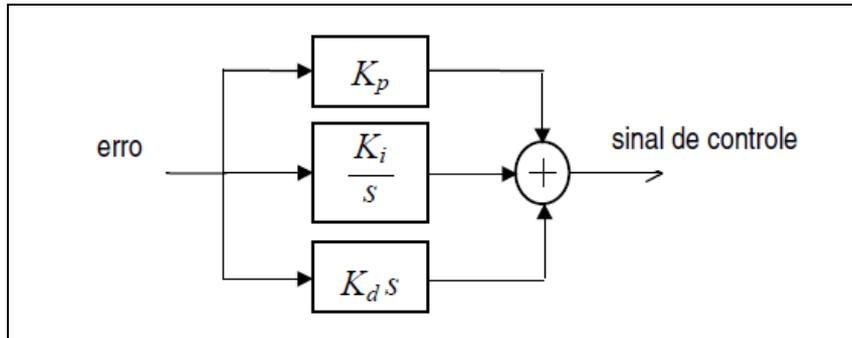


Figura 12: Diagrama de blocos para um Controlador PID

No controlador PID, os ganhos Proporcional, Integral e Derivado, mostrados na Figura 12, são sintonizados de modo a se obter o melhor desempenho possível da resposta de saída da planta (em termos de parâmetros dos regimes transitórios e permanentes), cujo modelo matemático não necessariamente precisa ser conhecido. Para obter o modelo, pode-se aplicar um processo de identificação prévio que ajude a obter os ganhos mostrados, ou um processo manual, utilizando um conhecimento prévio da dinâmica do sistema.

3.2 Controle Inteligente

Dentre os chamados controles inteligentes, encontra-se o controle Fuzzy, que está baseado no raciocínio que realiza uma pessoa para dar resposta às entradas condicionais. Esta capacidade de semelhança com o cérebro humano traz muitas vantagens, como por exemplo o desenvolvimento do controle de forma lógica e sem muita necessidade de complexas formulações matemáticas. Outra vantagem do controle Fuzzy é permitir realizar um controle eficiente de malha fechada sem a necessidade de conhecer os parâmetros da planta. Contudo, no caso do controle clássico, se houver dificuldade em medir os parâmetros da planta e se o funcionamento da planta necessitar de seus parâmetros para encontrar os do controlador, então medições serão eventualmente necessárias para calibragem dos ganhos.

3.2.1 Controlador Fuzzy

No chamado Controlador Fuzzy, a estratégia de controle é descrita por meio de regras linguísticas que conectam, de modo impreciso, várias situações com as ações a serem tomadas. No exemplo do controlador PID, não é necessário um modelo matemático preciso ou formal da planta, embora as regras linguísticas que definem a estratégia de controle se constituam em um modelo linguístico da planta. O diagrama de blocos para um Controlador Fuzzy pode ser observado na Figura 13.

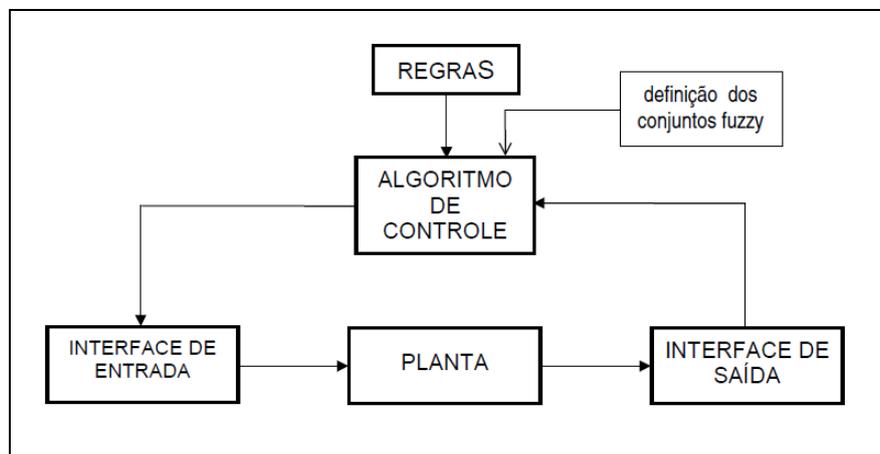


Figura 13: Diagrama de Blocos para um controle Fuzzy.

A interface de saída adquire informações a respeito da planta e as traduz para a linguagem de conjuntos Fuzzy. Aí podem estar incluídos conversores A/D e D/A, fatores de escala, procedimentos de quantização, etc. A interface de entrada converte a saída Fuzzy do controlador para um valor a ser fornecido ao processo. Aí se incluem métodos de defuzzificação, fatores de escala, integradores, conversores, etc. Também faz parte da estrutura a definição dos conjuntos Fuzzy, usados para representar as regras, incluindo-se também as definições dos universos usados para as variáveis de entrada e saída do controlador. O algoritmo de controle usa as regras disponíveis e produz, para um determinado estado do processo, a decisão sobre a próxima entrada do processo.

A estrutura apresentada aqui é de caráter geral e aplicável a qualquer planta controlável por essas técnicas. O que fornece ao controlador uma identidade é o conjunto de regras que lhe são fornecidas: estas constituem a quantidade de informação

necessária para executar uma determinada tarefa de controle com o processo em questão. Isto é importante ser enfatizado, pois a essência do controlador reside nas regras de controle. A teoria de conjuntos Fuzzy apenas fornece os meios para se traduzir as regras em termos matemáticos e para se inferir uma decisão a partir delas.

As variáveis utilizadas de entrada são o erro, gerado a partir da diferença entre o sinal de referência e a saída da planta, e a variação do erro, medida diretamente ou inferida a partir da medição do erro. Além disso, a opção por uma saída incremental, ao invés de absoluta, é mais condizente com o raciocínio empregado por operadores humanos, e proporciona uma economia em termos do universo da saída. As variáveis Fuzzy, o erro e a variação do erro, podem ser definidas, por exemplo, como correspondentes aos valores reais medidos pelas entradas. Entretanto, um procedimento geral faz uso de universos discretos e normalizados definidos, por exemplo, pelo conjunto $\{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Nos controladores Fuzzy dos tipos aqui considerados, os conjuntos Fuzzy são de forma triangular (aproximadamente) simétricos, com graus de pertinência $\{0,3; 0,7; 1; 0,7; 0,3\}$. Na Figura 14 estão representados sete conjuntos Fuzzy denominados PB (*positive big*), PM (*positive medium*), PS (*positive small*), ZO (*zero*), NB (*negative big*), NM (*negative medium*), NS (*negative small*), e os graus de pertinência associados a cada um desses conjuntos, considerando um universo discreto e finito de 13 elementos conforme definido no conjunto acima. Alternativamente, pode ser empregada uma representação gráfica, conforme o gráfico da Figura 14.

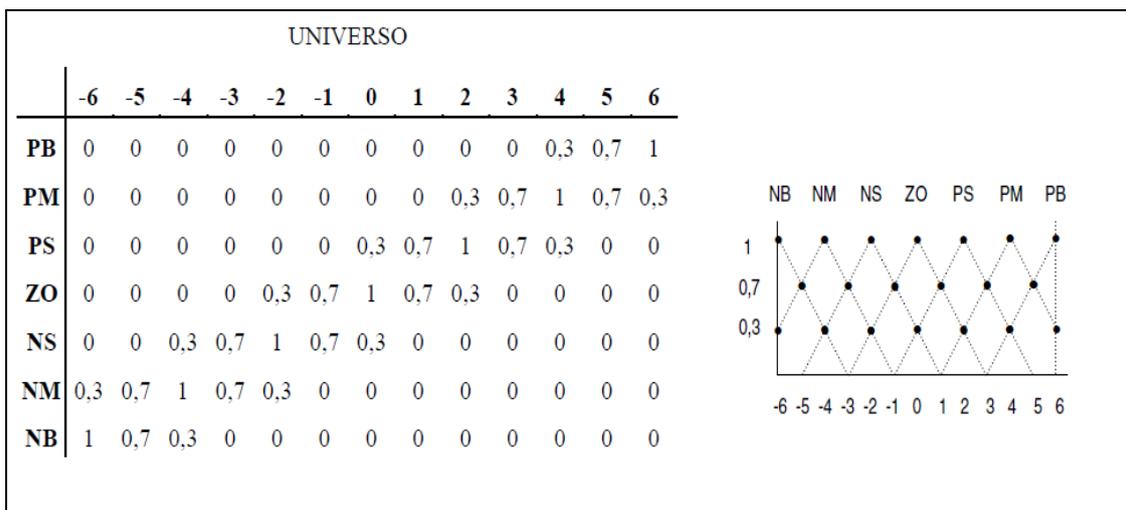


Figura 14: Conjuntos Fuzzy e seus graus de pertinência

Defuzzificação

A saída do controlador Fuzzy é um conjunto Fuzzy U_i no universo da saída. Como o processo requer um sinal não-Fuzzy (preciso) em sua entrada, necessita-se fazer uma interpretação daquele conjunto Fuzzy. Esta interpretação, denominada defuzzificação, pode ser feita através de vários métodos como, por exemplo, da Média dos Máximos (MOM) e do Centro de Gravidade (COG).

Como o universo utilizado é discreto, o resultado da defuzzificação precisa ser arredondado para o valor inteiro mais próximo no universo. O arredondamento para o valor inteiro imediatamente abaixo impossibilitará de se obter o valor mais alto do universo quando o conjunto suporte está localizado no extremo do universo $\{0,3; 0,7; 1\}$, por exemplo. Na realidade, com COG não é possível obter os valores extremos do universo, devido à própria natureza do método. Isto pode dar origem a uma resposta mais lenta do que a obtida com MOM.

Regras de Controle

A estratégia de controle é descrita por um conjunto de regras linguísticas. Conforme mencionado, duas entradas são consideradas: o erro, e a variação do erro. A saída é a variação na saída do controlador (U). O conjunto de regras é, então, da forma:

RN: se erro é E_1 , e variação do erro é CE_1 , então $U=U_1$; ou
 se erro é E_2 , e variação do erro é CE_2 , então $U=U_2$; ou
 ...
 ...
 se erro é E_m , e variação do erro é CE_m , então $U=U_m$.

onde E_j , CE_j e U_j ($j = 1, \dots, m$) são os valores linguísticos representados por conjuntos Fuzzy.

A estratégia de controle é representada por uma matriz μ_R^N . O controlador é então solicitado a fornecer, a partir dos valores do erro e da variação do erro, uma saída apropriada. Assim, em um instante i , quando as entradas precisas (*singletons*) são e_i e ce_i , o conjunto Fuzzy da saída U_i será dado por (utilizando-se a regra de inferência max-min e min para representar o conectivo e):

$$\mu_{U_i}(u) = f_{ou}[f_{\rightarrow}(\mu_{E^1}(e_i) \wedge \mu_{CE^1}(ce_i), \mu_{U^1}(u)), f_{\rightarrow}(\mu_{E^2}(e_i) \wedge \mu_{CE^2}(ce_i), \mu_{U^2}(u)), \dots, \dots, f_{\rightarrow}(\mu_{E^n}(e_i) \wedge \mu_{CE^n}(ce_i), \mu_{U^n}(u))] \quad (3.6)$$

3.3 Controle Robusto

O Controlador Robusto de modo Deslizante (*Sliding Mode*) constitui um tipo especial de estrutura variável, na qual a dinâmica do sistema é atraída a um hiperplano no espaço de estados. Este hiperplano, também conhecido como *superfície de deslizamento*, constitui-se de uma trajetória especificada, a qual se deseja que o sistema acompanhe. Uma vez que a dinâmica do sistema atingir a *superfície de deslizamento*, o controlador passa a variar sua estrutura de modo que a trajetória da dinâmica do sistema a acompanhe. Esta variação da estrutura ocorre através do chaveamento dos termos do controlador, caracterizando uma ação de controle não-linear.

Pelo fato de a técnica ser capaz de lidar diretamente com dinâmicas não lineares, ela permite desempenhos satisfatórios mesmo quando se considera uma extensa faixa de pontos da operação, pois os procedimentos de linearização não são necessários. Este fato possibilita que o projeto do controlador seja relativamente rápido, comparado com a implementação de técnicas robustas lineares que necessitam ter seus ganhos interpolados quando vários pontos da operação são considerados. Além disso, o controlador permite que o acompanhamento das trajetórias ocorra de maneira robusta (robustez de desempenho), ou seja, mesmo em vista da variação paramétrica da planta e sob a ação de distúrbios, exigindo apenas um modelo simplificado da planta [20].

A idéia por trás do acompanhamento não linear é implementar uma lei de controle que imponha ao veículo condições desejadas (ou de referência) para a posição, velocidade e aceleração. Para isto, define-se uma função de acompanhamento s como

$$s(\eta, \dot{\eta}, t) = \dot{\eta} + \lambda \tilde{\eta} \quad (3.7)$$

onde:

$\tilde{\eta} = \eta - \eta_{ref}$: banda do sistema de controle para um grau de liberdade e $\lambda \in \mathfrak{R}$.

Reescrevendo s em função do erro, tem-se

$$s = \dot{e} + \lambda \tilde{e} \quad (3.8)$$

onde

$$\tilde{e} = \phi - \phi_{ref} \quad (3.9)$$

$$\dot{\tilde{e}} = \dot{\phi} - \dot{\phi}_{ref} \quad (3.10)$$

$$\ddot{\tilde{e}} = \ddot{\phi} - \ddot{\phi}_{ref} \quad (3.11)$$

O modelo linear do sistema é desse modo

$$\ddot{\phi} = A\dot{\phi} + Bu \quad (3.12)$$

Então, derivando a Equação (3.8) e substituindo nela (3.10) e (3.11), tem-se

$$\dot{s} = \dot{\tilde{e}} + \lambda \tilde{e} \quad (3.13)$$

$$\dot{s} = \dot{\phi} - \dot{\phi}_{ref} + \lambda(\phi - \phi_{ref}) \quad (3.14)$$

$$\dot{s} = \dot{\phi} + \lambda(\phi - \phi_{ref}) \quad (3.15)$$

e substituindo a Equação (3.12) em (3.15) tem-se

$$\dot{s} = A\dot{\phi} + Bu + \lambda(\phi - \phi_{ref}) \quad (3.16)$$

$$\dot{s} = A\dot{\phi} + \lambda(\dot{\phi} - \dot{\phi}_{ref}) + Bu \quad (3.17)$$

Fazendo uma mudança de variável na Equação (3.17),

$$F = A\dot{\phi} + \lambda(\dot{\phi} - \dot{\phi}_{ref}) \quad (3.18)$$

$$\dot{s} = F + Bu \quad (3.19)$$

Substituindo $u = K \cdot \text{sgn}(s)$ na Equação (3.19), e em seguida multiplicando-a por s , obtém-se

$$\dot{s} = F + BK \text{sgn}(s) \quad (3.20)$$

$$s\dot{s} = sF + BK \text{sgn}(s)s \quad (3.21)$$

Sabendo-se que $\text{sgn}(s)s = |s|$, então substituindo na Equação (3.21) tem-se

$$s\dot{s} = sF + BK|s| \quad (3.22)$$

Então, para garantir a convergência de s , mesmo com incerteza nos parâmetros da dinâmica e nos distúrbios externos, utiliza-se

$$s\dot{s} \leq -\mu|s| \quad (3.23)$$

onde μ é uma constante positiva.

A partir das Equações (3.22) e (3.23) tem-se

$$sF + BK|s| \leq -\mu|s| \quad (3.24)$$

e assim, a partir de operações algébricas,

$$sF - \mu|s| \leq -BK|s| \quad (3.25)$$

$$|sF - \mu|s| \leq |-BK|s| \quad (3.26)$$

$$|sF| + \mu|s| \leq |-BK||s| \quad (3.27)$$

$$|F| + \mu \leq |-BK| \quad (3.28)$$

$$\left| \frac{F}{B} \right| + \mu \leq |-K| \quad (3.29)$$

$$\left| \frac{F}{B} \right| + \mu \leq |K| \quad (3.30)$$

Então, finalmente, o ganho K é determinado por

$$\left| \frac{F}{B} \right| + \mu \leq K \text{ e } -\left| \frac{F}{B} \right| - \mu \leq K \quad (3.31)$$

Note-se que o termo K inclui as estimativas de incerteza do modelo da dinâmica do TPPE.

Como mencionado anteriormente, deseja-se que a dinâmica do sistema siga uma *nova* trajetória definida pela *superfície de deslizamento*. Esta superfície pode ser representada por uma curva no plano de fase, com coeficiente angular λ , mostrada na Figura 15. Considerando uma posição inicial arbitrária no plano de fase, a trajetória da dinâmica do sistema é atraída pela superfície de deslizamento, definida por $s(t)=0$, onde a função s é dada pela Equação (3.8). Neste caso, a superfície de deslizamento é atingida e inicia o modo deslizante, onde a trajetória da dinâmica do sistema controlado passa a convergir exponencialmente, com constante de tempo igual $1/\lambda$, até a trajetória de referência definida por $[\phi_{ref}; \dot{\phi}_{ref}]$, vide Figura 16.

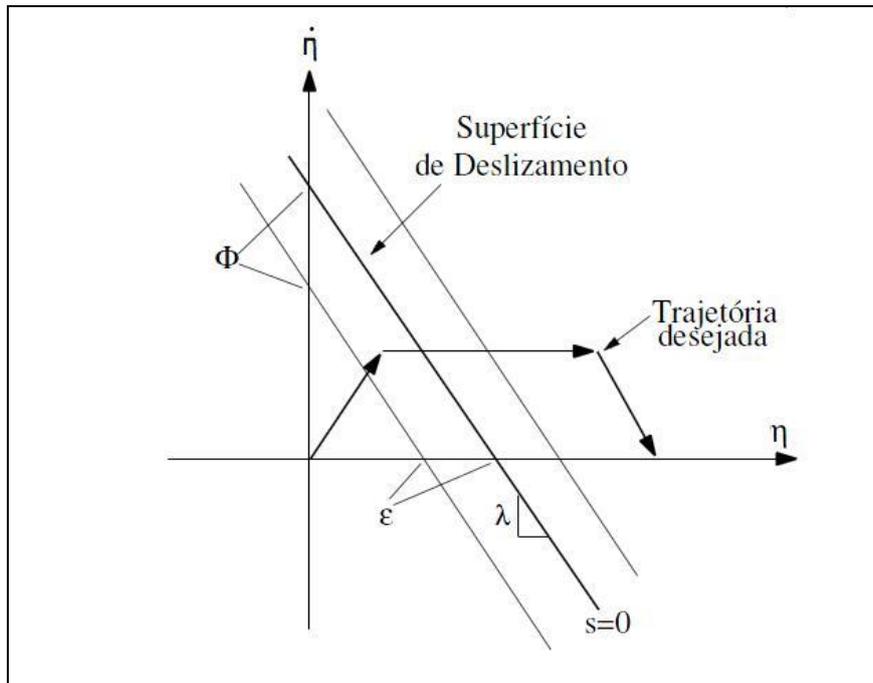


Figura 15: Diagrama de blocos para um Controlador PID

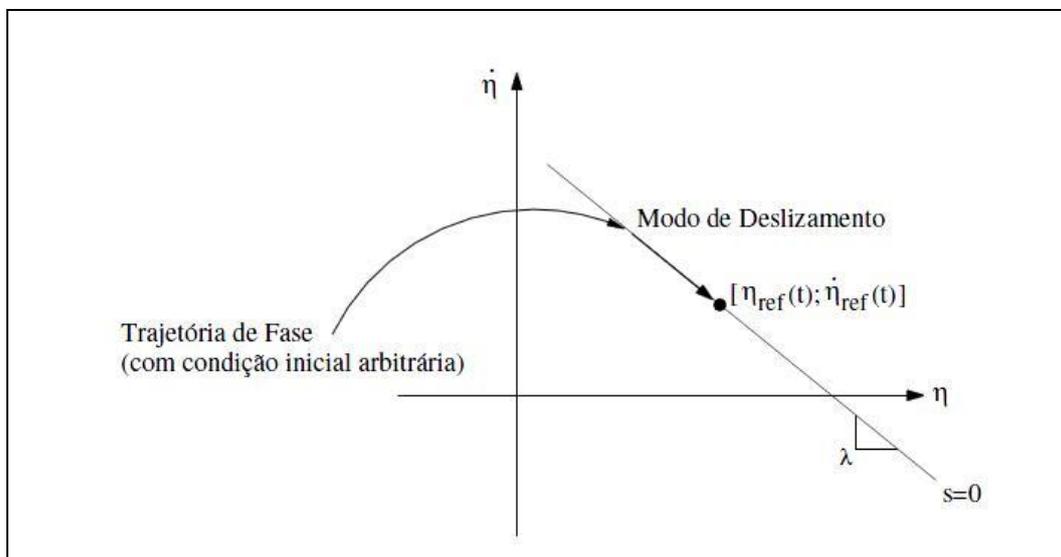


Figura 16: Diagrama de blocos para um Controlador PID

O parâmetro λ está relacionado com o sinal com o qual se deseja excitar o sistema, ou seja, é função da frequência da trajetória que se deseja impor ao sistema. A escolha do parâmetro λ é feita de maneira que seja menor que a frequência do primeiro modo de vibração não modelado do sistema.

Na Figura 16 aparece a trajetória da dinâmica, partindo de uma condição inicial arbitrária, no plano de fase. Observe que a trajetória é atraída pela *superfície de deslizamento*, possuindo, então, convergência exponencial, com uma constante de tempo $1/\lambda$, até a trajetória de referência.

Também, devido à impossibilidade do controlador digital chavear os termos da lei de controle de maneira instantânea, tal como na Figura 16, por ser um procedimento discreto, o efeito prático resultante do chaveamento se configura no comportamento ilustrado na Figura 17, conhecido como *chattering*. Este fenômeno é indesejável, pois exige uma atividade excessiva, além de poder excitar dinâmicas não modeladas de alta frequência.

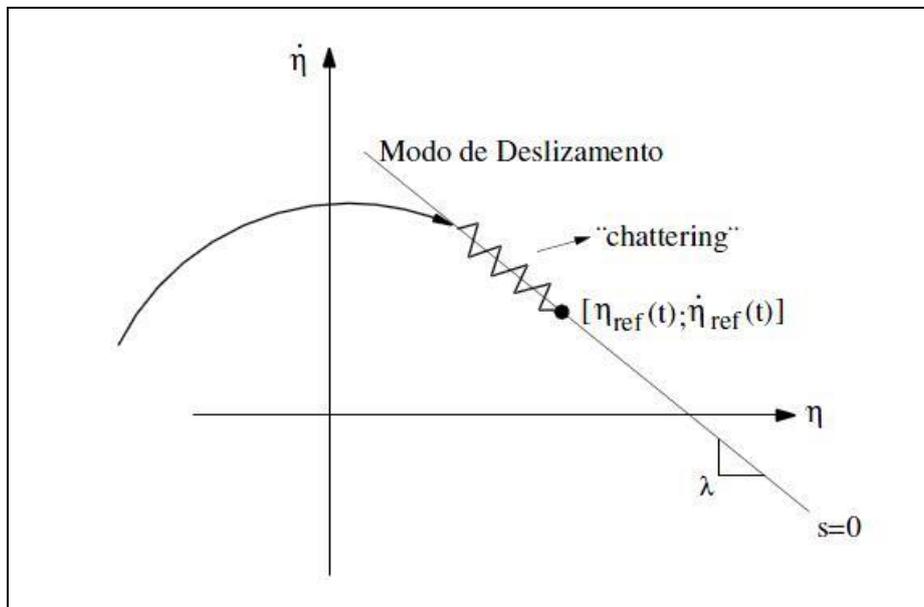


Figura 17: Efeito de chattering ou chaveamento excessivo

Em soma, as equações da estratégia de controle robusto tipo “Controle Deslizante” para o TPRE se apresentariam da forma descrita a seguir.

Modelo linearizado:

$$\ddot{\phi} = A\dot{\phi} + Bu \quad (3.32)$$

Superfície de deslizamento:

$$s = \dot{\phi} - \dot{\phi}_{ref} + \lambda(\phi - \phi_{ref}) \quad (3.33)$$

Variáveis utilizadas para o controle:

$$F = A\dot{\phi} + \lambda(\dot{\phi} - \dot{\phi}_{ref}) \quad (3.34)$$

$$K = \left| \frac{F}{B} \right| + \mu \quad (3.35)$$

E, finalmente, a lei de controle:

$$u = K \operatorname{sgn}(s) \quad (3.36)$$

onde os valores de λ e μ são determinados por simulações ou empiricamente.

3.4 Controle Direcional

O controle direcional do TPRE é efetuado utilizando um ganho Proporcional, de acordo com a equação seguinte:

$$u_{direc} = K_d \times direc \quad (3.37)$$

Aonde:

K_d : ganho proporcional

$direc$: valor de entrada lido do potenciômetro deslizante.

u_{direc} : sinal para o controle direcional

Após a apresentação do modelo matemático com as equações da dinâmica do sistema, no Capítulo 2, e as equações das estratégias de controle deste capítulo, procede-se no capítulo seguinte a apresentação do esquema do processo de simulação e de seus resultados, para cada estratégia apresentada.

4 Simulação

A simulação do TPRE teve como principal objetivo estudar e testar o desempenho dos algoritmos de controle PID, Fuzzy e Robusto em malha fechada, descritos no Capítulo 3, que utilizaram o modelo matemático desenvolvido no Capítulo 2. Em toda a programação, foi utilizado o ambiente Matlab, no qual foram utilizadas algumas de suas funções como a ODE45, que permite resolver equações diferenciais com integrações numéricas de quarta e quinta ordem.

As rotinas programadas estão divididas em três arquivos:

- *Modelo*, onde se têm os parâmetros do TPRE e dos motores utilizados, as equações dinâmicas do TPRE e também dos motores, tudo dentro de uma função usada para fazer a integração numérica das equações dinâmicas.
- *Algoritmo de controle*, no qual se tem o programa dos controles PID, Fuzzy e Robusto.
- *Teste*, no qual se têm as condições de operação do sistema, ou seja, tempo e condições iniciais, além das linhas de código para a geração dos gráficos das respostas e da função que inicia a integração numérica do modelo implementado.
- *Visualização 3D*, onde se faz um desenho em três dimensões do sistema para se poder observar o desempenho dos algoritmos desenvolvidos (vide Figura 18).

Na Tabela IV têm-se os valores dos parâmetros do sistema utilizados no processo de simulação.

Tabela IV - Valores dos parâmetros do sistema utilizados no processo de simulação

Parâmetro	Descrição	Valor
d	Comprimento da haste	0,84 m
L	Metade da largura da base	0,83 m

R	Raio da roda	0,15 m
I3	Momento de inércia em relação ao eixo das rodas	1,0759 kg m ²
I2	Momento de inércia perpendicular ao eixo das rodas	2,0573 kg m ²
g	Aceleração da gravidade	9,81 m/s ²
m _c	Massa da roda	3,8 kg
m _s	Massa da estrutura	42,2 kg
V _{max}	Tensão elétrica máxima de alimentação do motor	24 V
K _m	Constante de torque contra-eletromotriz	10 N.m/A
R _{motor}	Resistência de circuito de armadura	0.16 (Ω)
K _w	Constante de força contra-eletromotriz	0,98 RPM/A
J	Momento de inércia de carga	0,099 Kgm ²
B	Coefficiente de atrito viscoso	0,1 kgm/(rad/s)
L _a	Indutância do circuito de armadura	0,005 mH

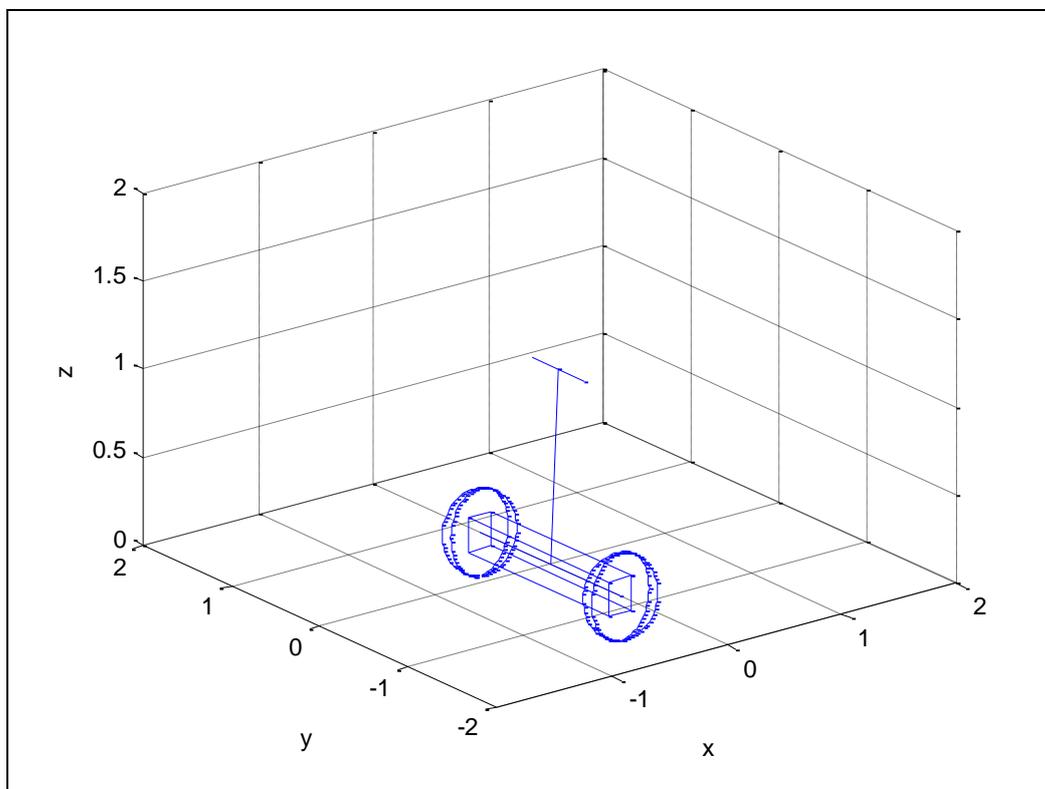


Figura 18: Desenho simplificado utilizado para a simulação 3D

4.1 Resultados da Simulação sem Controle

Nesta seção, se apresentam os resultados das simulações sem a ação de um controlador nem usuário, assim também sem torque de parte dos motores ($pwm=0$), de acordo com o esquema mostrado na Figura 19.

Na Figura 20, se apresenta a resposta sem controle, sem usuário, e sem torque nos motores, assim também sem atrito nem amortecedor para um ângulo inicial de 10 graus, onde se pode observar uma oscilação contínua.

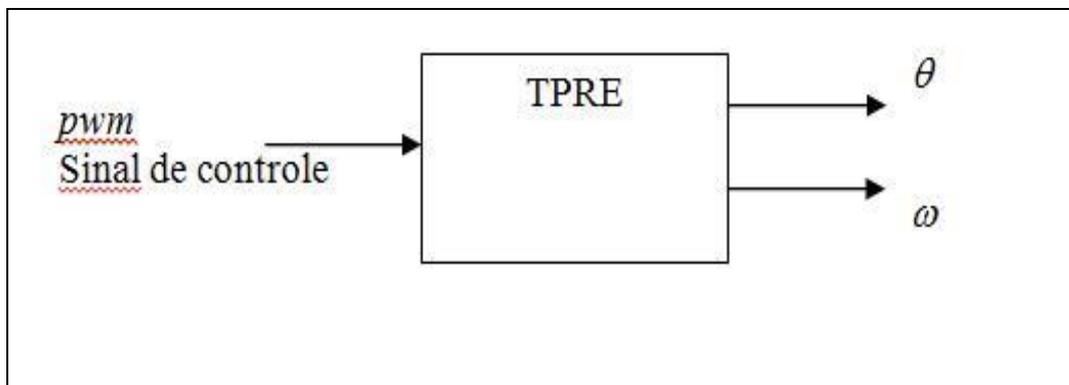


Figura 19: Diagrama de bloco sem nenhum controlador

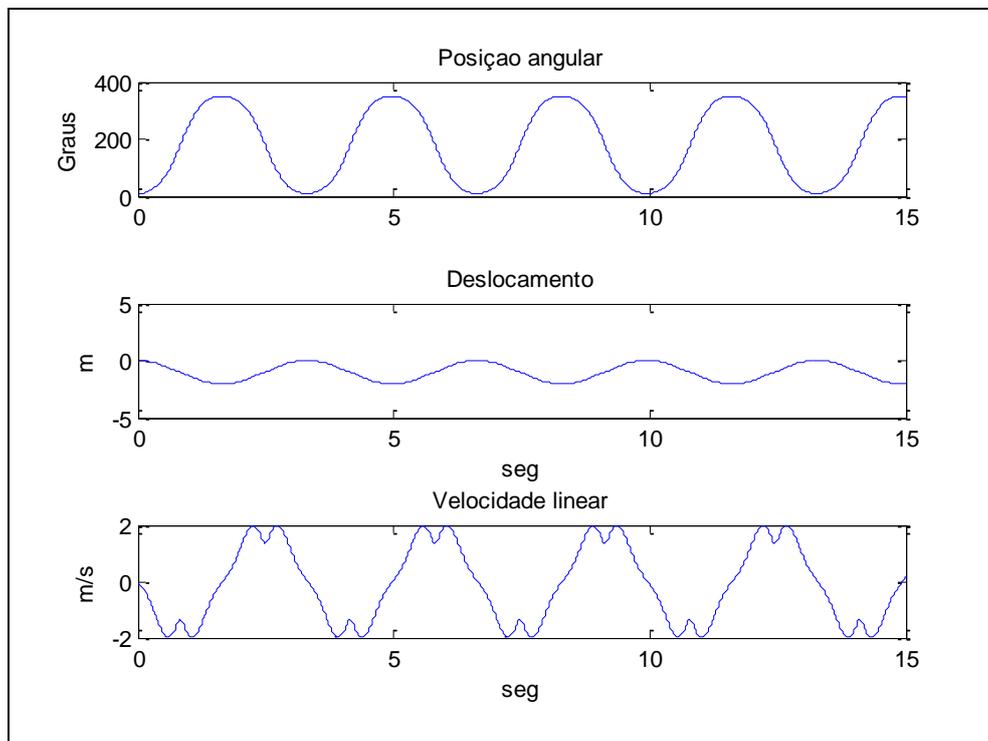


Figura 20: Resposta para o sistema sem ação de controle, sem usuário e sem atrito

Na Figura 21, se apresenta a resposta sem controle, sem usuário, e sem torque nos motores, neste caso está se considerando o atrito e amortecedor para um ângulo inicial de 10 graus, onde se pode observar uma oscilação contínua que vai amortecendo até atingir o valor de zero.

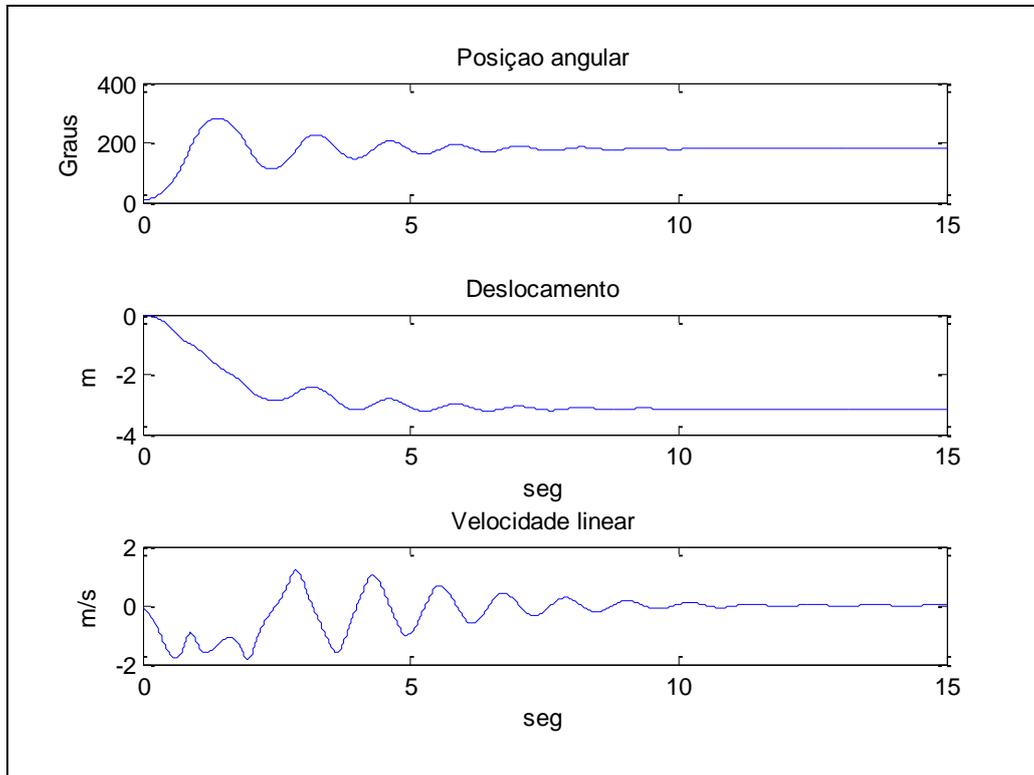


Figura 21: Resposta para o sistema sem ação de controle e com atrito

4.2 Resultados da Simulação do Controle PID

Para o processo de sintonia dos parâmetros, se fizeram os seguintes passos baseados no método de Sensibilidade Limite ou Segundo Método de Ziegler-Nichols [22]:

- Inicializar os valores de $K_p = 0.1$, $K_d = 0$ e finalmente $K_i = 0$, e observar a resposta do sistema; aumentar gradativamente o valor de K_p , mantendo K_d e K_i iguais a zero, até atingir um tempo de resposta satisfatório.
- Logo depois de sintonizar o K_p , ele é reduzido seu valor em 10%, então começa o processo de sintonizar K_i , inicializando com o valor de 0.1. O valor é aumentado até atingir erro zero em um tempo de acomodação satisfatório, mantendo K_d igual a zero.

- Depois de sintonizar K_p e K_i , começa o processo de sintonizar o K_d . Para isto, K_p é acrescentado em 20% e K_i reduzido em 50%, e o valor de K_d é aumentado até eliminar as oscilações.

4.2.1 Resultados da Simulação do Controle PID sem Usuário

Na Figura 22, pode-se observar o diagrama de blocos para a simulação do TPRE sem considerar a usuário dirigindo. As entradas de referência são a posição angular e a velocidade angular, dados por θ_{ref} e ω_{ref} , respectivamente.

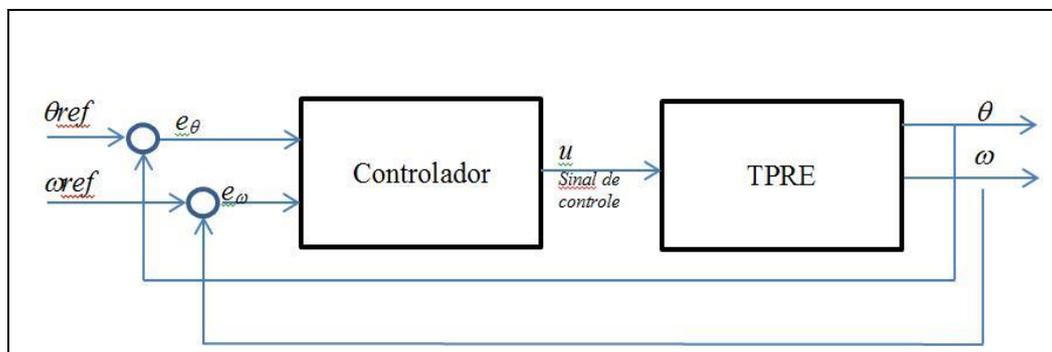


Figura 22: Diagrama de blocos para o controle do TPRE sem usuário.

Para os parâmetros de controle $K_p = 10 \text{ V/rad}$, $K_d = 1 \text{ V/rad/s}$ e $K_i = 0.2 \text{ V/rad.seg}$, massa de 40kg (ou seja, considerando somente a massa da estrutura sem usuário), os primeiros 2 segundos de simulação são apresentados a seguir.

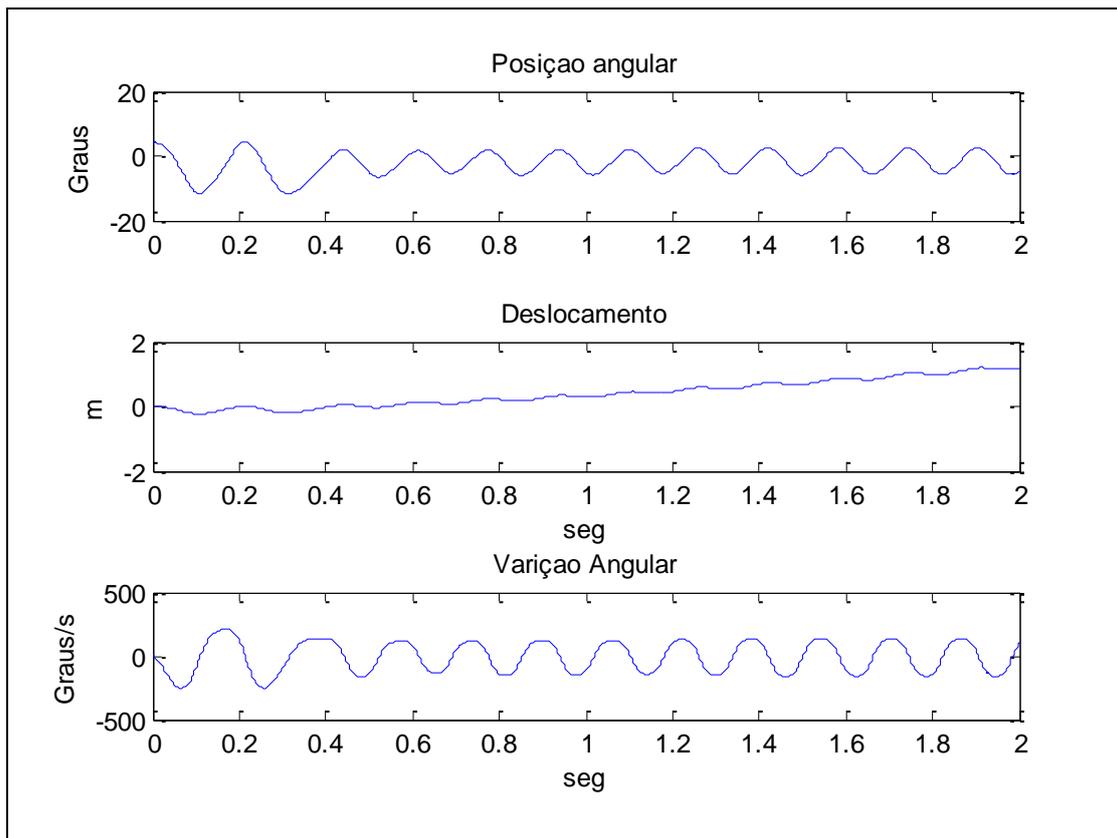


Figura 23: Resposta para um controle PID da posição angular, mostrando o deslocamento do veículo e a variação (velocidade) angular

Na Figura 23 se pode observar uma oscilação significativa, porém estável, com um período de 0,2s. No caso do deslocamento, pode-se observar uma pequena oscilação. No caso da velocidade angular, pode-se observar uma oscilação constante ao longo do tempo com um período de 0,2s.

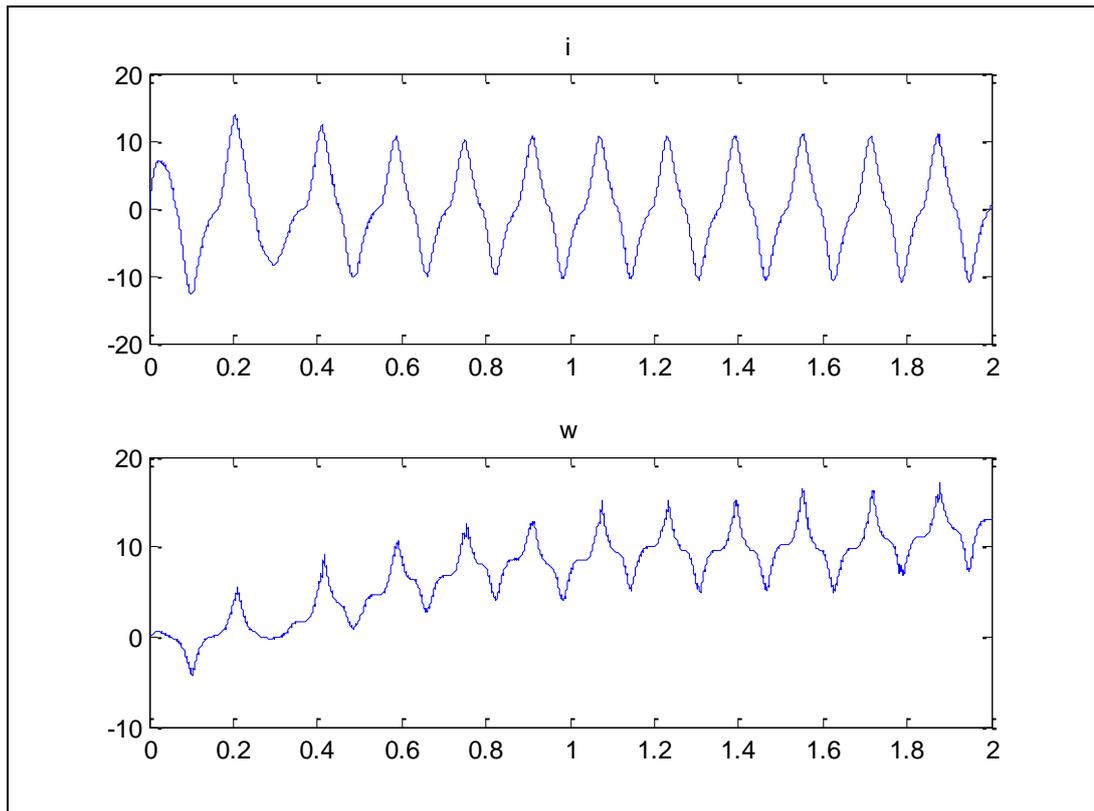


Figura 24: Resposta para um controle PID mostrando a corrente i do motor e a velocidade angular w das rodas

Na Figura 24 se pode observar uma oscilação significativa na corrente com um período de 1.1s. e com picos ao longo do tempo, também pode-se observar que os valores não atingem valores perigosos para o motor. No caso da velocidade angular da roda também se pode observar uma oscilação, mas com um deslocamento linear que indica que o TPRE está avançando ao longo do tempo.

4.2.2 Resultados da Simulação do Controle PID em malha fechada com usuário

Na Figura 25, pode-se observar o diagrama de blocos para a simulação do TPRE considerando um usuário dirigindo o sistema. A entrada de referencia é velocidade linear do sistema dx_{ref}/dt .

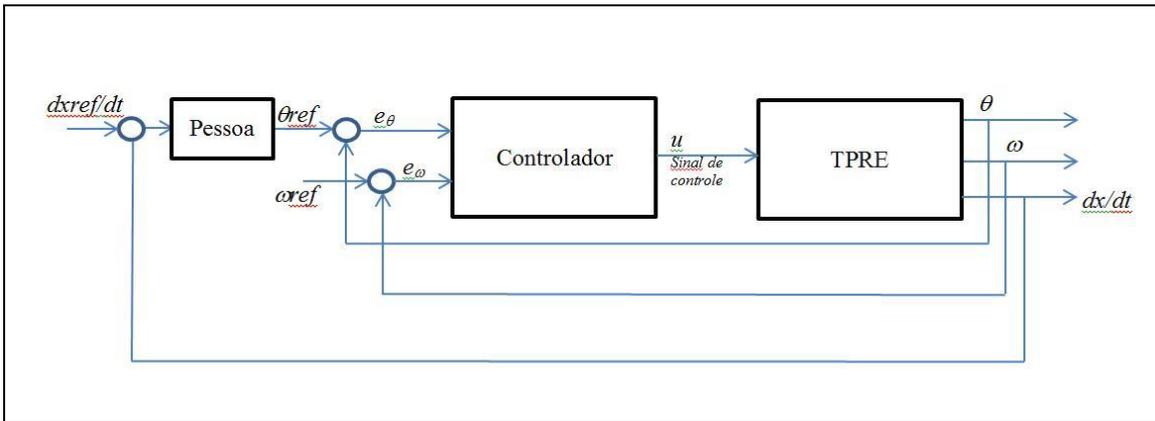


Figura 25: Diagrama de blocos para o controle do TPRE considerando um usuário dirigindo.

A Figura 26 mostra o resultado da simulação com um tempo de simulação de 30 segundos, para uma velocidade de referência de 1m/s. O erro de velocidade linear é em torno de 0,1m/s, ao longo do tempo, com um tempo de estabilização de 4,5 segundos mas com uma oscilação contínua com amplitude de 0.1m/s. No caso da posição angular, pode-se notar que há uma oscilação inicial que, depois de 4,5 segundos, se estabiliza, mas mesmo assim não converge ao valor estável. No caso do deslocamento, a resposta é estável e contínua ao longo do tempo.

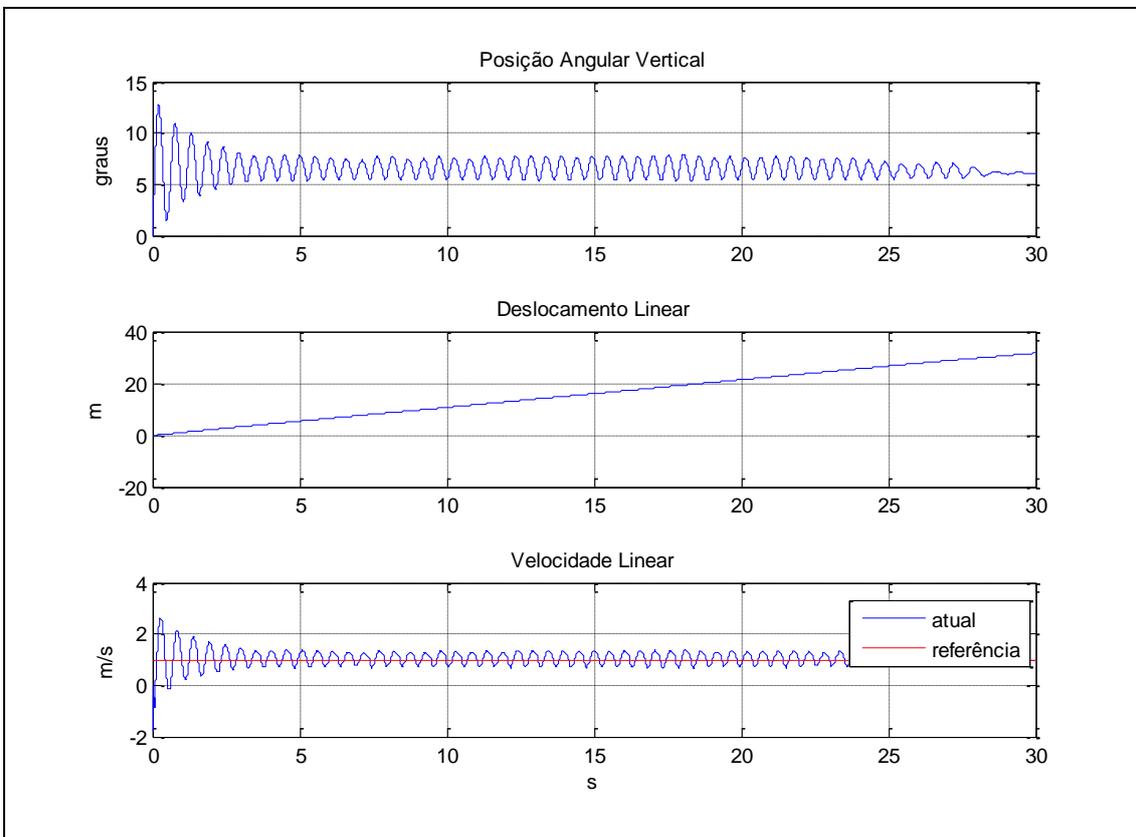


Figura 26: Resposta para um controle PID de posição angular, deslocamento e a velocidade linear em uma malha fechada com a usuário, para uma velocidade linear de referência de 1m/s

Pode-se observar na Figura 27 o resultado de uma simulação de 30 segundos para uma velocidade de referência de 2m/s. Nesta, o erro de velocidade linear é em torno de 0,1m/s ao longo do tempo, com um tempo de estabilização de 3 segundos, mas com uma oscilação contínua com amplitude de 0.1m/s. No caso da posição angular pode se notar que existe uma oscilação inicial que depois de 4,5 segundos se estabiliza, mas mesmo assim não converge ao valor estável. No caso do deslocamento, a resposta é estável e contínua, ao longo do tempo.

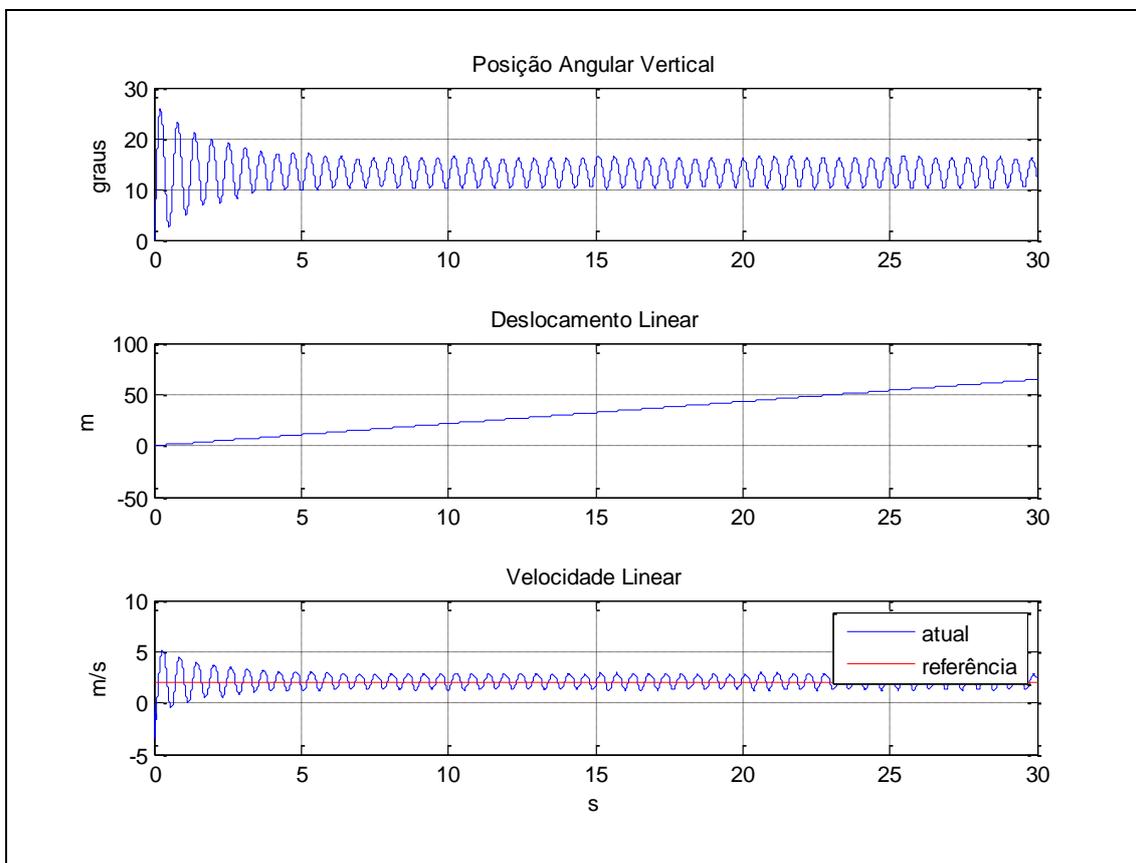


Figura 27: Resposta para um controle PID da posição angular, deslocamento e a velocidade linear em uma malha fechada com o usuário para uma velocidade linear de referência de 2m/s.

4.3 Resultados da Simulação do Controle Fuzzy

As simulações com o controle Fuzzy utilizaram os parâmetros:

$u_{ang} = 80$: Limite de universo de discurso para a posição angular

$u_{vel} = 0.1$: Limite de universo de discurso para a variação da posição angular

$u_{sal} = 100$: Limite de universo de discurso para a saída de controle

O universo discreto e normalizado para a posição angular é

$$ce=[-1 -0.8 -0.6 -0.4 -0.2 0 0.2 0.4 0.6 0.8 1]\cdot(u_{ang})$$

e o universo discreto e normalizado para a variação da posição angular:

$$cc=[-1 -0.6 -0.3 -0.15 -0.1 0 0.15 0.2 0.3 0.6 1]\cdot(u_{vel})$$

O conjunto de regras de decisão 11x11 é dado por

$$rules = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0,8 & 0,6 & 0,2 & 0,1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0,8 & 0,6 & 0,2 & 0,1 & 0 & -0,1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0,8 & 0,6 & 0,2 & 0,1 & 0 & -0,1 & -0,2 \\ 1 & 1 & 1 & 0,8 & 0,6 & 0,2 & 0,1 & 0 & -0,1 & -0,2 & -0,6 \\ 1 & 1 & 0,8 & 0,6 & 0,2 & 0,1 & 0 & -0,1 & -0,2 & -0,6 & -0,8 \\ 1 & 0,8 & 0,6 & 0,2 & 0,1 & 0 & -0,1 & -0,2 & -0,6 & -0,8 & -1 \\ 0,8 & 0,6 & 0,2 & 0,1 & 0 & -0,1 & -0,2 & -0,6 & -0,8 & -1 & -1 \\ 0,6 & 0,2 & 0,1 & 0 & -0,1 & -0,2 & -0,6 & -0,8 & -1 & -1 & -1 \\ 0,2 & 0,1 & 0 & -0,1 & -0,2 & -0,6 & -0,8 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0,1 & 0 & -0,1 & -0,2 & -0,6 & -0,8 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & -0,1 & -0,2 & -0,6 & -0,8 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} u_{sal}$$

4.3.1 Resultados da Simulação do Controle Fuzzy sem Usuário

Na Figura 28, pode-se observar o diagrama de blocos para a simulação do TPRE sem considerar a usuário dirigindo, onde as entradas de referencia são a posição angular e a velocidade angular iguais ao zero.

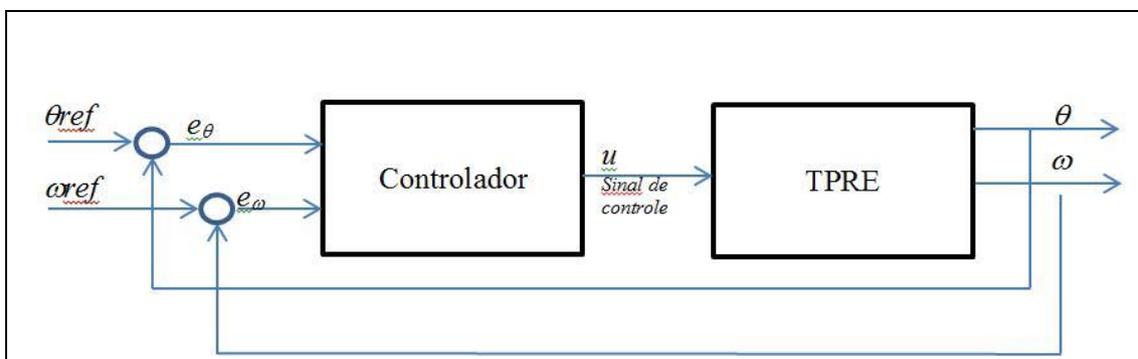


Figura 28: Diagrama de blocos para o controle do TPRE sem usuário.

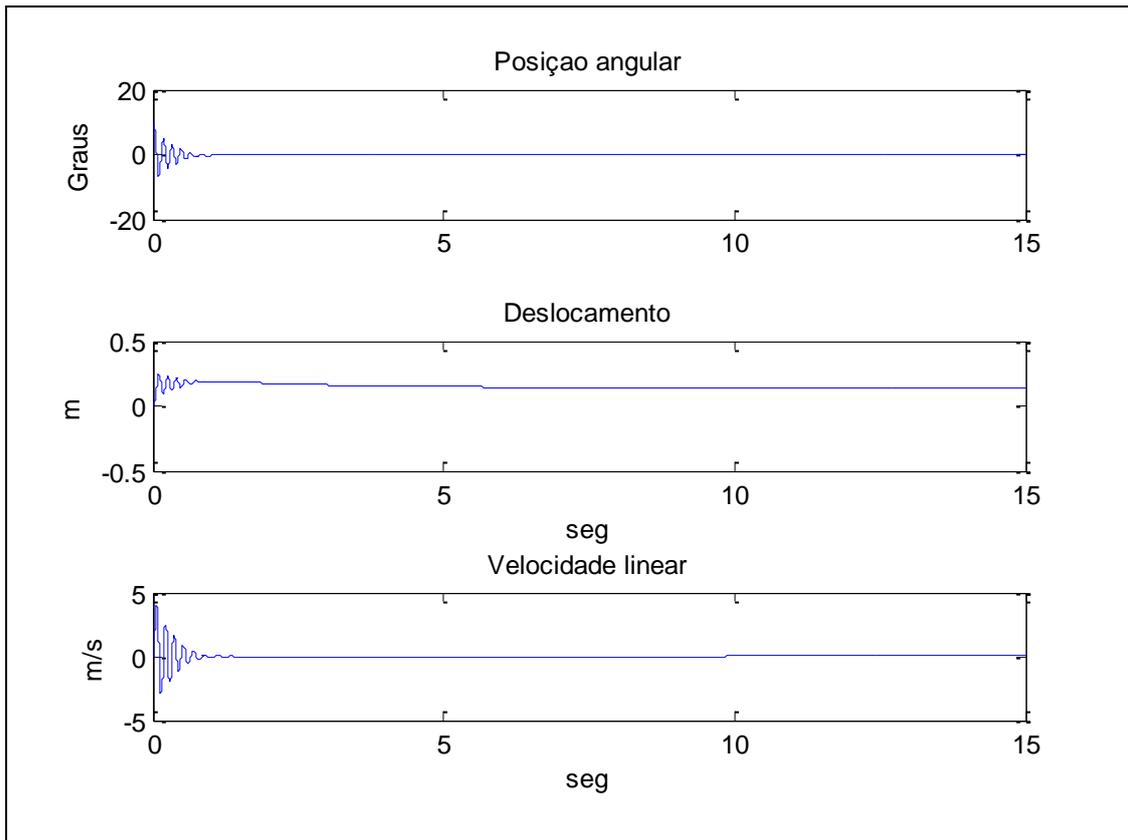


Figura 29: Resposta para um controle Fuzzy da posição angular, deslocamento e velocidade linear

Na Figura 29 se pode observar uma oscilação pouco significativa com um pico inicial de grande magnitude, porém os restantes das oscilações são bem pequenos. O tempo de estabilização é de 1 segundo aproximadamente. No caso do deslocamento linear, se pode observar uma pequena oscilação, porém pouco significativa. No caso da velocidade linear tem-se uma oscilação inicial que logo depois se estabiliza em 1,8 segundos aproximadamente.

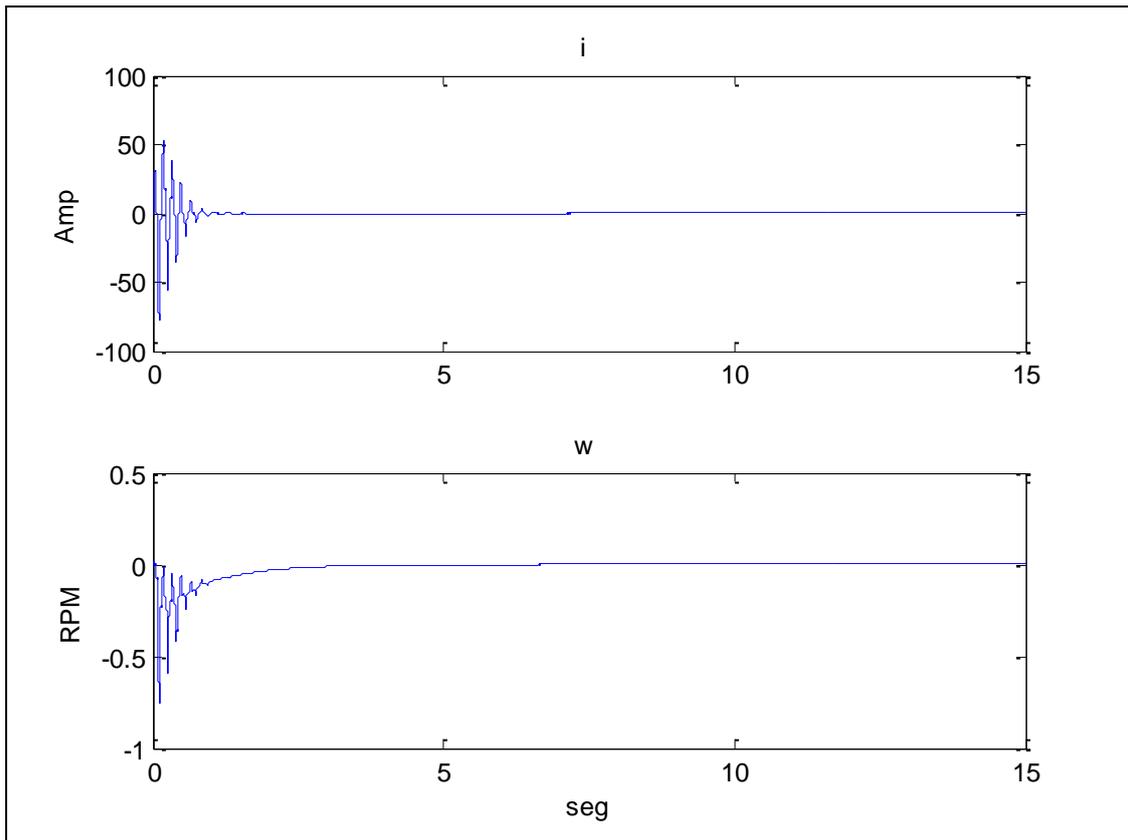


Figura 30: Resposta para um controle Fuzzy da corrente i do motor e a velocidade angular w nas rodas

Na Figura 30 se pode observar uma oscilação pouco significativa na corrente do motor, com picos iniciais de maior magnitude sem se tornar perigoso para o motor, seguido de picos menores iniciais até atingir a estabilização. No caso da velocidade angular da roda, também se pode observar uma pequena oscilação inicial que logo depois se estabiliza, mas se tem um deslocamento inicial que indica que o TPRE se deslocou uma distancia de 0,2m.

4.3.2 Resultados da Simulação do Controle Fuzzy em Malha Fechada com Usuário

Na Figura 31 se pode observar o diagrama de blocos para a simulação do TPRE considerando um usuário dirigindo o sistema., sendo a entrada de referencia a velocidade linear do sistema dx_{ref}/dt .

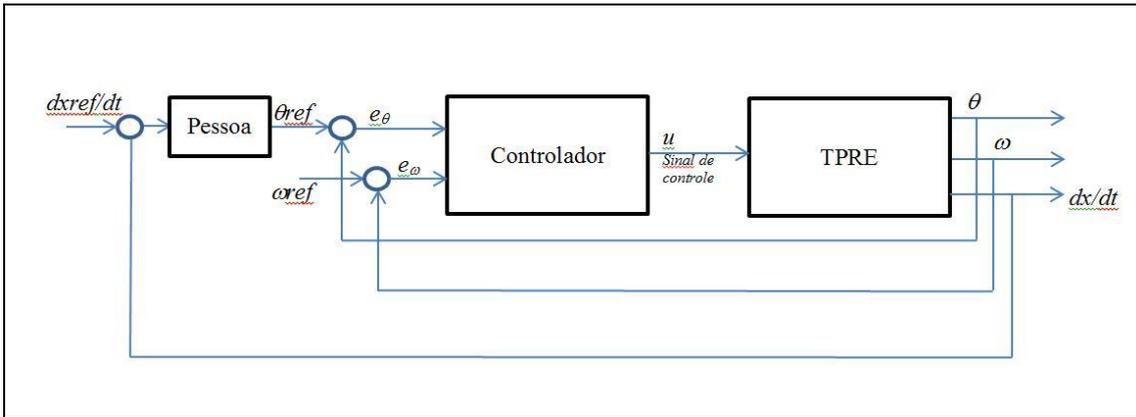


Figura 31: Diagrama de blocos para o controle do TPRE considerando um usuário dirigindo.

A Figura 32 mostra uma simulação de 30 segundos para uma velocidade de referência de 1m/s. Nesta, o erro de velocidade linear é em torno de 0,01m/s, ao longo do tempo, com um tempo de estabilização de 2s. Note-se que, mesmo assim, há uma oscilação no início. No caso da posição angular, pode-se notar que há uma oscilação inicial que depois de 2.2 segundos se estabiliza. Mesmo assim, continua estável ao longo do tempo. No caso de deslocamento, a resposta é estável e contínua ao longo do tempo.

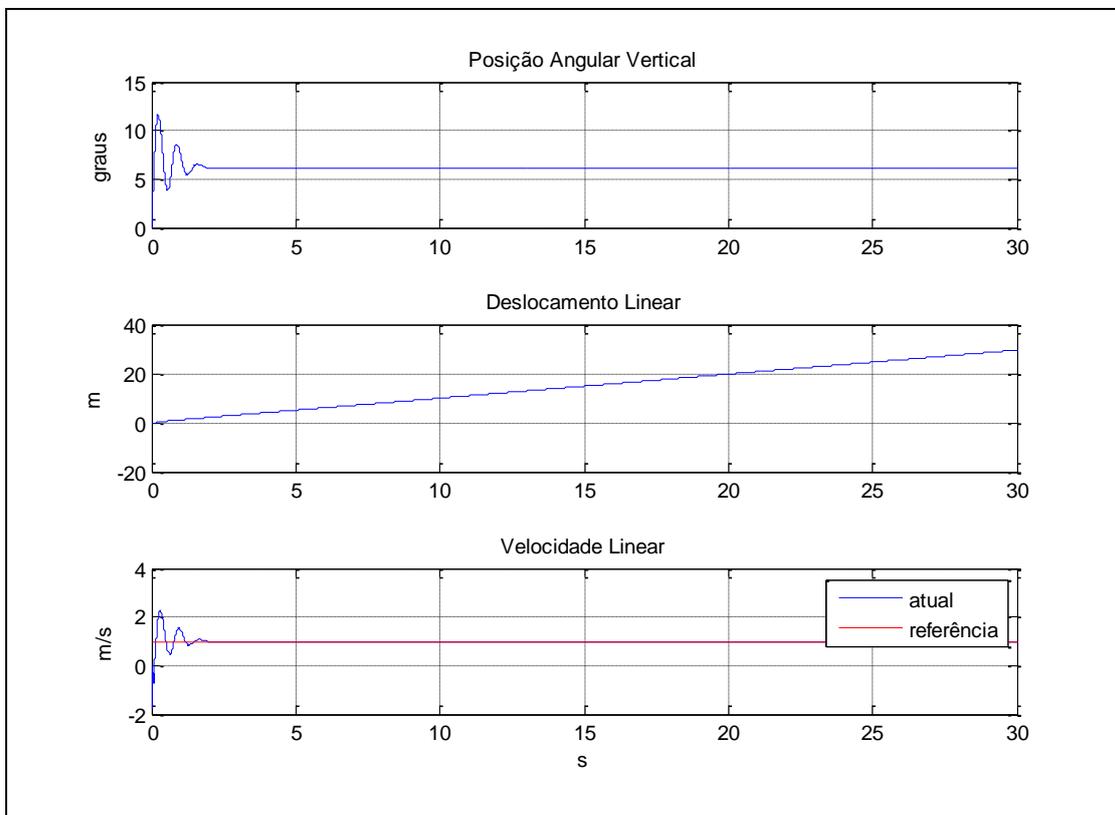


Figura 32: Resposta para um controle Fuzzy da posição angular, deslocamento e velocidade linear em uma malha fechada com o usuário para uma velocidade linear de referência de 1m/s

A Figura 33 apresenta uma simulação de 30 segundos para uma velocidade de referência de 2m/s. Nesta, o erro de velocidade linear é em torno de 0,01m/s, ao longo do tempo, com um tempo de estabilização de 4,5 segundos. No caso da posição angular, pode-se notar que há uma oscilação inicial, que depois de 2 segundos se estabiliza e continua dessa forma ao longo do tempo. No caso do deslocamento, a resposta é estável tipo rampa, e continua assim ao longo do tempo. Note-se que há uma pequena queda de 0.1 segundo aproximadamente, no início da simulação, que seria devido à inércia do sistema.

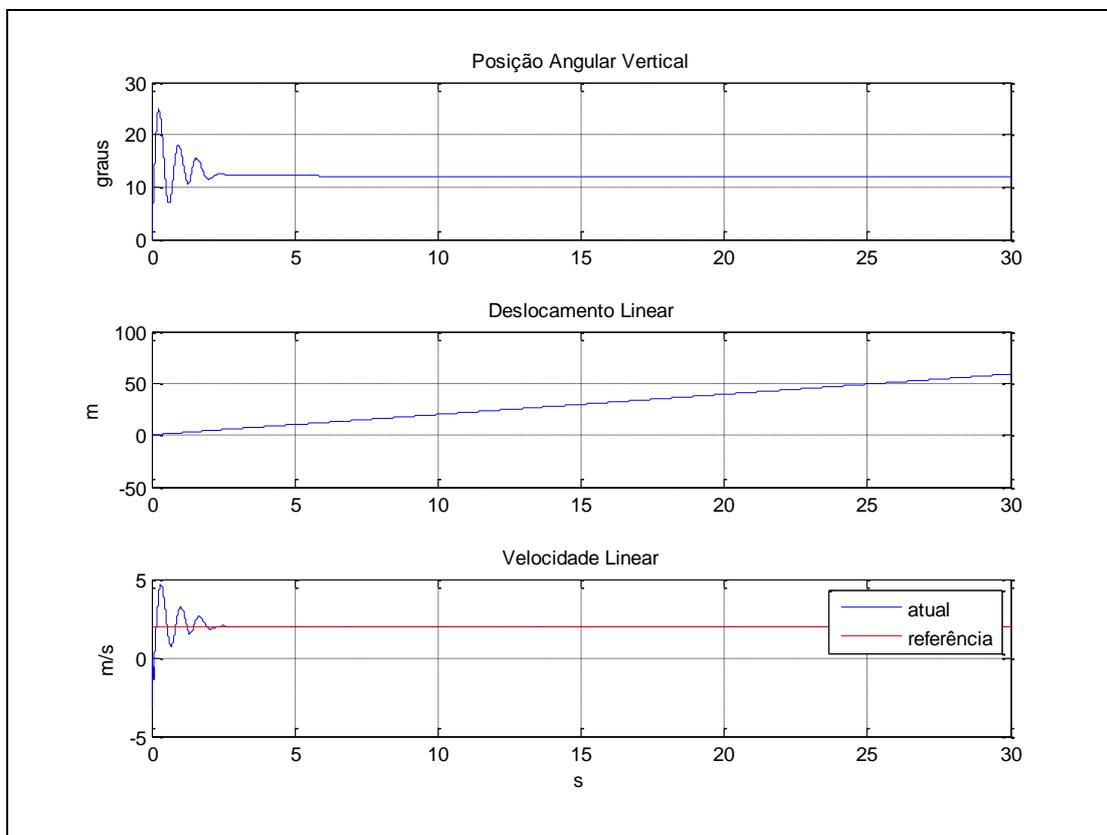


Figura 33: Resposta para um controle Fuzzy da posição angular, deslocamento e velocidade linear em uma malha fechada com o usuário para uma velocidade linear de referência de 2m/s

4.4 Resultados da Simulação do Controle Robusto

Partindo do modelo linearizado correspondente à Equação (3.33) e da Equação do modelo não linear (2.2), tem-se

$$A = \frac{\partial \ddot{\phi}}{\partial \phi} = \frac{(m_s + 3m_c)(mgL)}{I_2 + I_3 - m^2 L^2} \quad (4.1)$$

$$B = \frac{\partial \ddot{\phi}}{\partial u} = \frac{-mL}{R(I_2 + I_3 - m^2 L^2)} \quad (4.2)$$

Logo, a partir das Equações (4.1), (3.32), e substituindo-se os valores dos parâmetros do sistema, temos

$$F = 29,99 \phi + \lambda(\dot{\phi} - \dot{\phi}_{ref}) \quad (4.3)$$

e, substituindo os valores dos parâmetros do sistema em (4.2), temos:

$$B = -0,1679 \quad (4.4)$$

Das Equações (4.3) e (4.4) temos o ganho da lei de controle:

$$K = \left| \frac{F}{B} \right| + \mu \quad (4.5)$$

Finalmente, de (4.5) e com $\lambda=0.005$ e $\mu=5$, temos a lei de controle para o sistema TPRES:

$$u = K \operatorname{sgn}(s) \quad (4.6)$$

4.4.1 Resultados da Simulação do Controle Robusto sem Usuário

Na Figura 34, pode-se observar o diagrama de blocos para a simulação do TPRES sem considerar o usuário dirigindo. As entradas de referência são a posição angular e a velocidade angular iguais a zero.

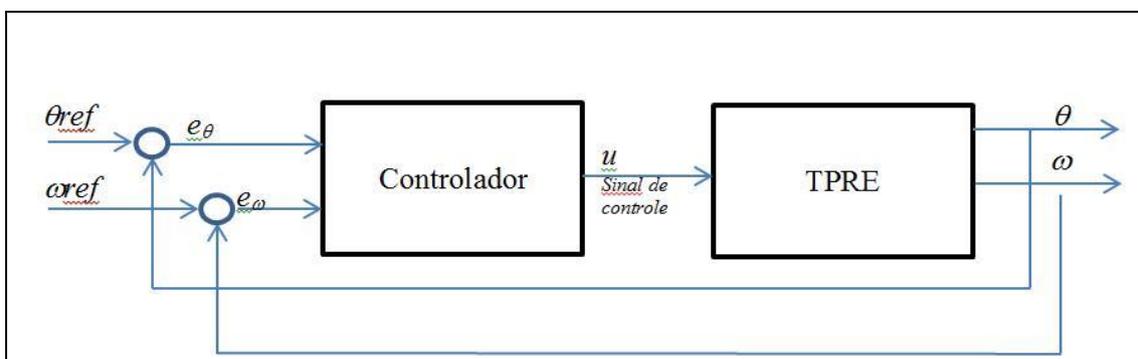


Figura 34: Diagrama de blocos para o controle do TPRES sem usuário.

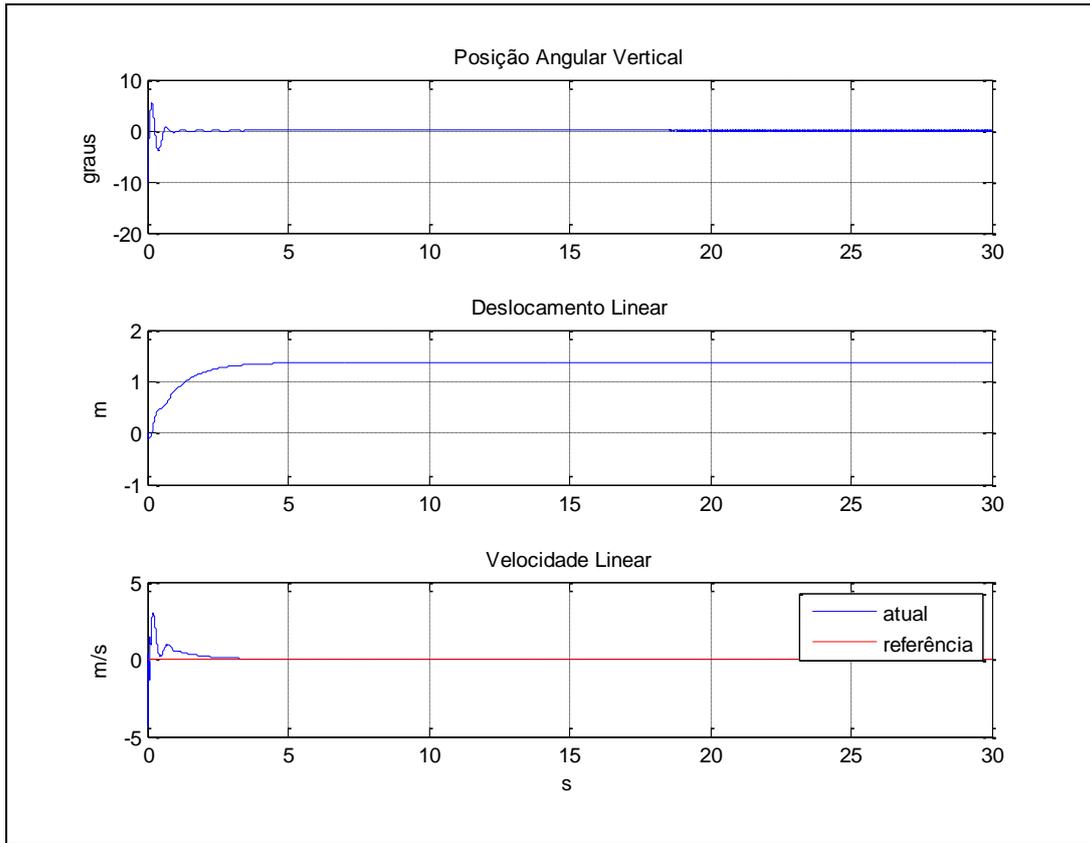


Figura 35: Resposta para um Controle Robusto da posição angular, deslocamento e velocidade linear.

Na Figura 35 se pode observar uma oscilação pouco significativa com um pico inicial de grande magnitude, mas os restantes das oscilações são bem pequenos até atingir a estabilidade. O tempo de estabilização é de 3.5 segundos. No caso do deslocamento linear, se pode observar uma pequena oscilação, porém pouco significativa. No caso da velocidade linear, se pode observar um pico inicial e uma oscilação pequena inicial que logo depois se estabiliza.

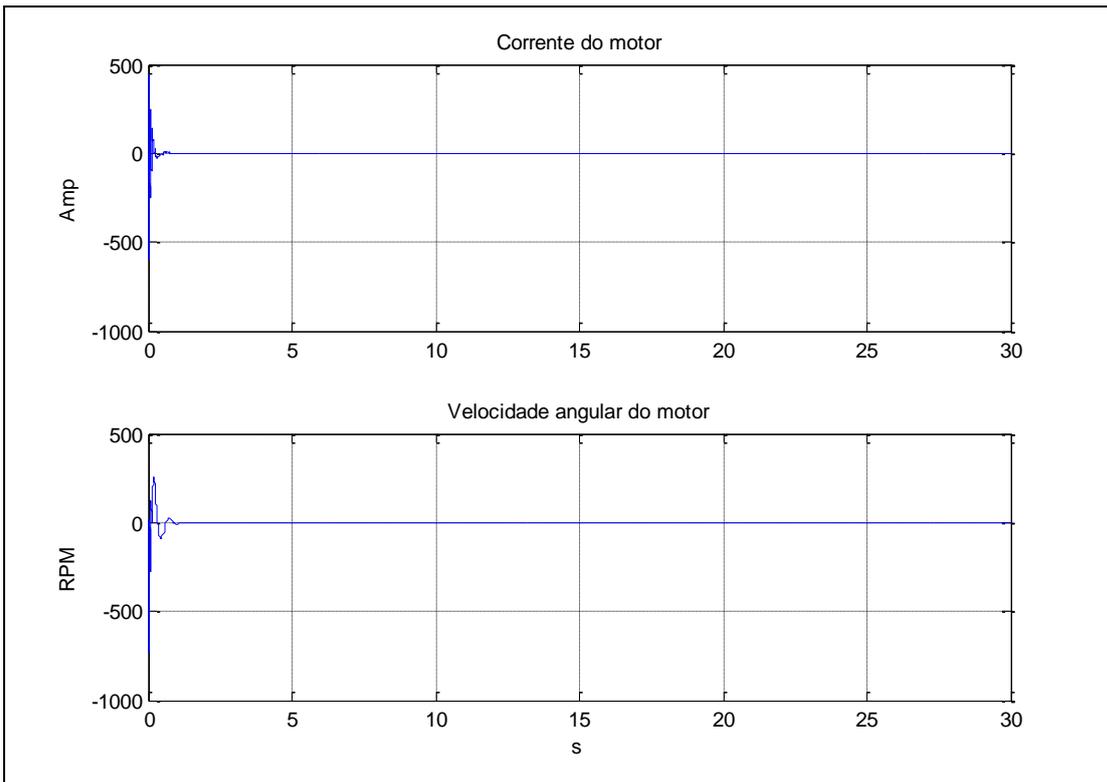


Figura 36: Resposta para um controle Robusto da corrente i do motor e da velocidade angular nas rodas

Na Figura 36 se pode observar um pico de grande magnitude, com capacidade de estourar o motor, isto é devido à característica própria do controle que puxa o máximo que puder dos recursos, neste caso a corrente, para atingir a estabilidade, esta resposta ajuda a se reparar na colocação de limites no sinal de controle quando for feita a programação no controlador do TPPE.

4.4.2 Resultados da Simulação do Controle Robusto em malha fechada com usuário

Na Figura 37, pode-se observar o diagrama de blocos para a simulação do TPPE considerando um usuário dirigindo o sistema. A entrada de referencia é a velocidade linear do sistema dx_{ref}/dt .

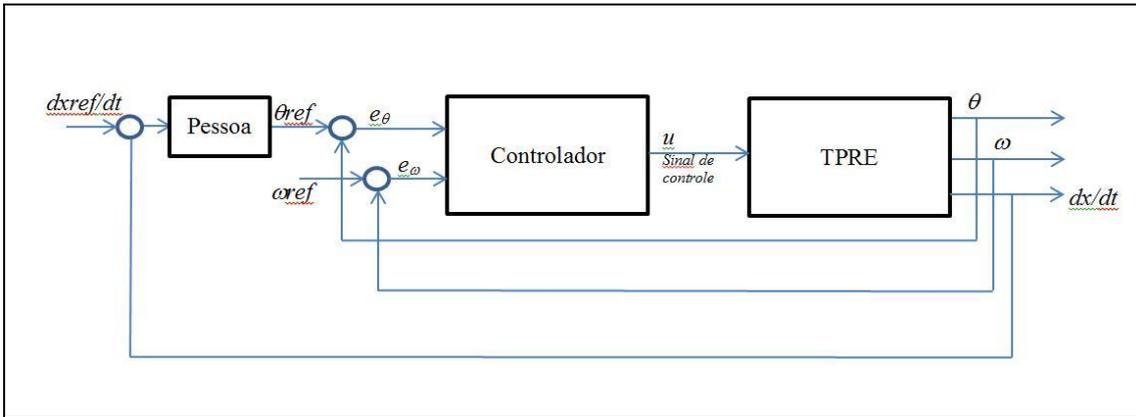


Figura 37: Diagrama de blocos para o controle do TPRE considerando uma usuário dirigindo.

A Figura 38 apresenta uma simulação de 30 segundos para uma velocidade de referência de 1m/s. Nesta, o erro de velocidade linear é em torno de 0,01m/s, ao longo do tempo, com um tempo de estabilização de 2s. Note-se que, mesmo assim, há uma oscilação no início. No caso da posição angular, pode-se notar que tem uma oscilação inicial que depois de 2,2 segundos se estabiliza. Mesmo assim, continua estável ao longo do tempo. No caso de deslocamento linear, a resposta é estável e assim continua ao longo do tempo.

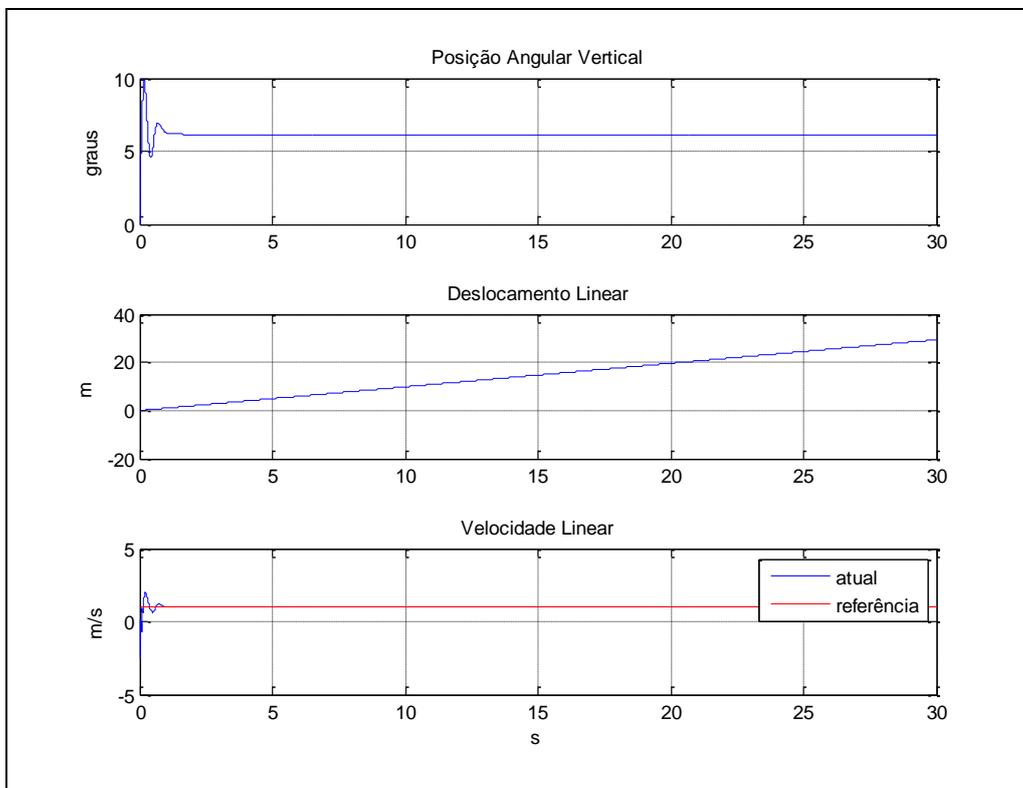


Figura 38: Resposta para um controle Robusto da posição angular, deslocamento e velocidade linear em uma malha fechada com a usuário para uma velocidade linear de referência de 1m/s

A Figura 39 apresenta o resultado de uma simulação de 30 segundos para uma velocidade de referência de 2m/s. Nesta, o erro de velocidade linear é em torno de 0,005m/s, ao longo do tempo, com um tempo de estabilização de 2 segundos. No caso da posição angular, pode-se notar que há uma oscilação inicial, que depois de 2.2 segundos se estabiliza e continua dessa forma ao longo do tempo. No caso do deslocamento linear, a resposta é estável tipo rampa e continua assim ao longo do tempo. Note-se que há uma pequena queda de 0.5 segundo aproximadamente, no início da simulação, que seria devido à inércia do sistema.

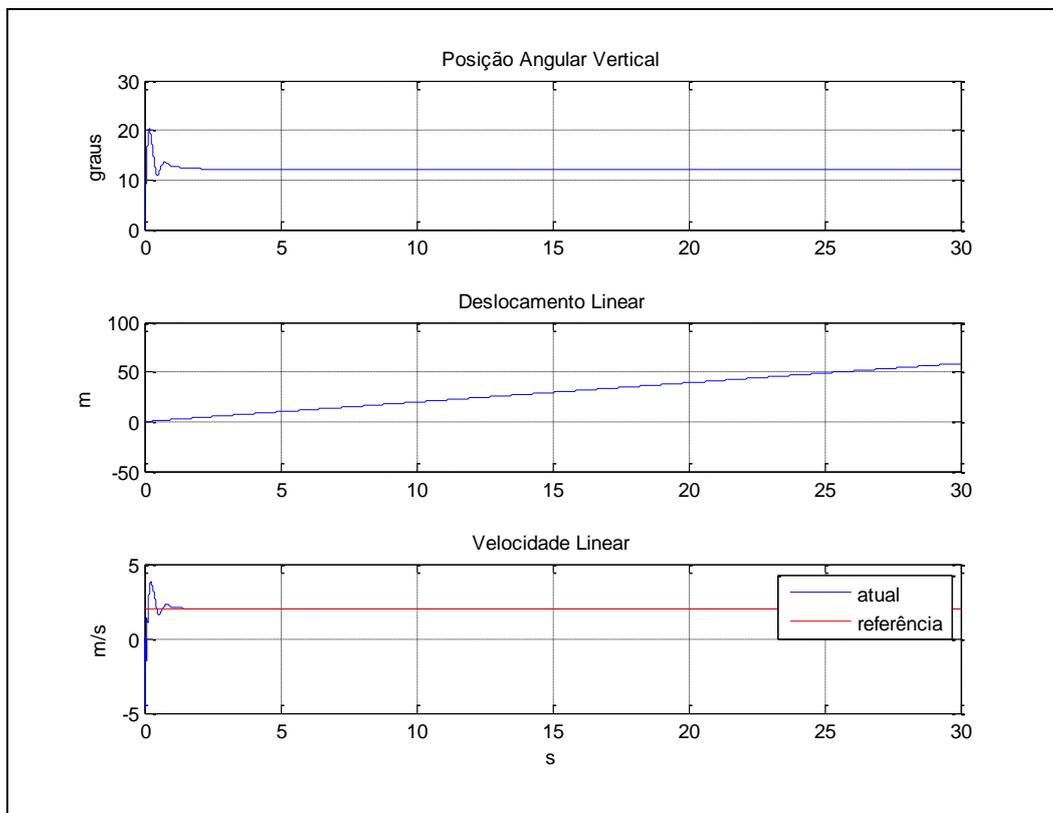


Figura 39: Resposta para um controle Robusto da posição angular, deslocamento e velocidade linear em uma malha fechada com a usuário para uma velocidade linear de referência de 2m/s.

No seguinte capítulo se apresentam as características do protótipo construído, assim como as características dos componentes utilizados no TPRE, como os sensores, motores, placas, tipo de material da estrutura, e o software de programação.

4.5 Comparações das Estratégias de Controle

Na tabela a seguir têm-se os resultados dos controles para diferentes métricas, pode-se observar com relação ao Pico Máximo (*Overshoot*), o erro no estacionário e o consumo de corrente nos controles Fuzzy e Robusto têm valores menores ao do controle PID.

Tabela V: Comparações entre as estratégias de controle sem usuário

	PID	Fuzzy	Robusto
RMS da posição angular	5,1	1,12	0,76
Pico Máximo da posição angular (<i>Overshoot</i>)	10,1	8,3	8,5
Erro do estacionário	2,2	0,1	0,01
Consumo de corrente (15 seg)	18,9	8,1	9,2

5 Sistema Experimental

O transportador robótico aproveitou a estrutura e motores de um robô móvel pré-existente no Laboratório de Robótica, vide Figura 40. Foram aproveitados principalmente a estrutura de alumínio, os motores de corrente contínua da locomoção, os pneus de borracha preenchidos com poliuretano, e as placas eletrônicas de potência controladoras de velocidade.



Figura 40: Robô original de onde foram aproveitadas a base da estrutura de alumínio, motores, rodas e eletrônica de potência.

Foi construída uma haste para fixação de um guidão, utilizando perfis de alumínio de perfil 45x45 mm da marca *Bosch Rexroth*. Incluiu-se uma junta giratória para poder ajustar a distância entre o guidão e o corpo da usuário. Também houve a inclusão da capacidade de mudar a altura da haste de acordo com o conforto do usuário, vide Figura 41.

Para poder enviar o sinal de mudança de direção, foi utilizado um potenciômetro deslizante, vide Figura 42, que, junto a um trilho instalado dentro do perfil de alumínio, é empurrado ou puxado usuário que o está dirigindo. O benefício de utilizar um potenciômetro deslizante é o de se obter diretamente um sinal elétrico analógico de tensão para o controle de direção, neste caso só foi utilizado um ganho proporcional dispensando o uso de algum filtro para evitar atraso na resposta.



Figura 41: Montagem da haste para o TPRE



Figura 42: Potenciômetro deslizante utilizado para enviar um sinal elétrico contínuo para o controlador

Na Figura 43 se pode observar a placa controladora de velocidade dos motores, denominada OSMC3-2. Este circuito é a interface entre um microcontrolador e os componentes de potência (os motores). Antes de sua utilização, foi estudado todo o seu funcionamento, de modo a se gerarem os sinais adequados para a correta movimentação do TPRE. O componente principal desta placa controladora de velocidade é o *driver* HIP4081A, fabricado pela empresa Intersil [23]. É um circuito integrado para o completo acionamento de uma ponte H, com a capacidade de suportar uma variedade de tensões de alimentação (12 a 80V), que gera os sinais necessários ao funcionamento do MOSFETS. O CI HIP4081A possui quatro entradas, que correspondem às saídas para cada mosfet (ou grupo de mosfets) da ponte H. A fonte de sinal deve prover os sinais PWM e as entradas do circuito integrado para efetuar o controle do sistema.

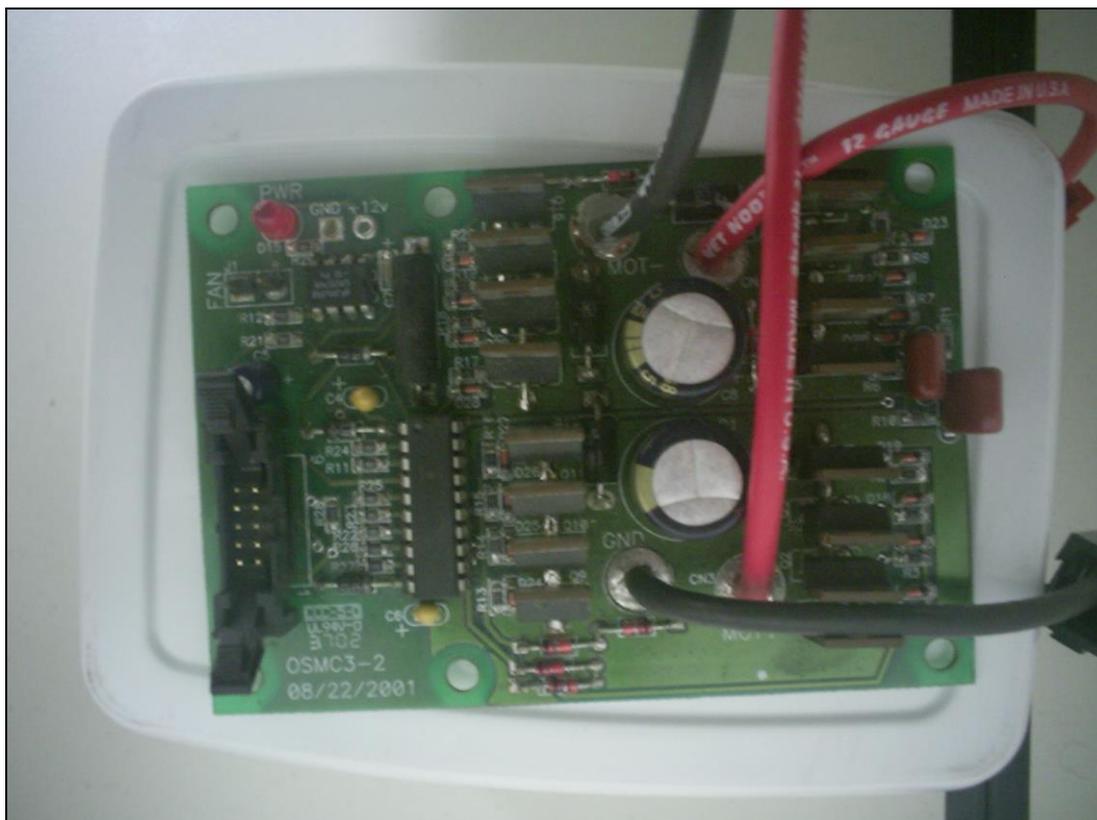


Figura 43: Placa controladora de velocidade dos motores utilizados no TPRE

Na Figura 44 se podem observar as localizações dos componentes já comentados anteriormente, além das molas do guidão, utilizadas para assegurar um bom desempenho na manobra de mudança de direção. Também se pode observar a placa de interface entre a placa controladora de velocidade e o controlador. Nesta placa se reduz o numero de saídas necessárias desde o controlador até a placa controladora de velocidade.

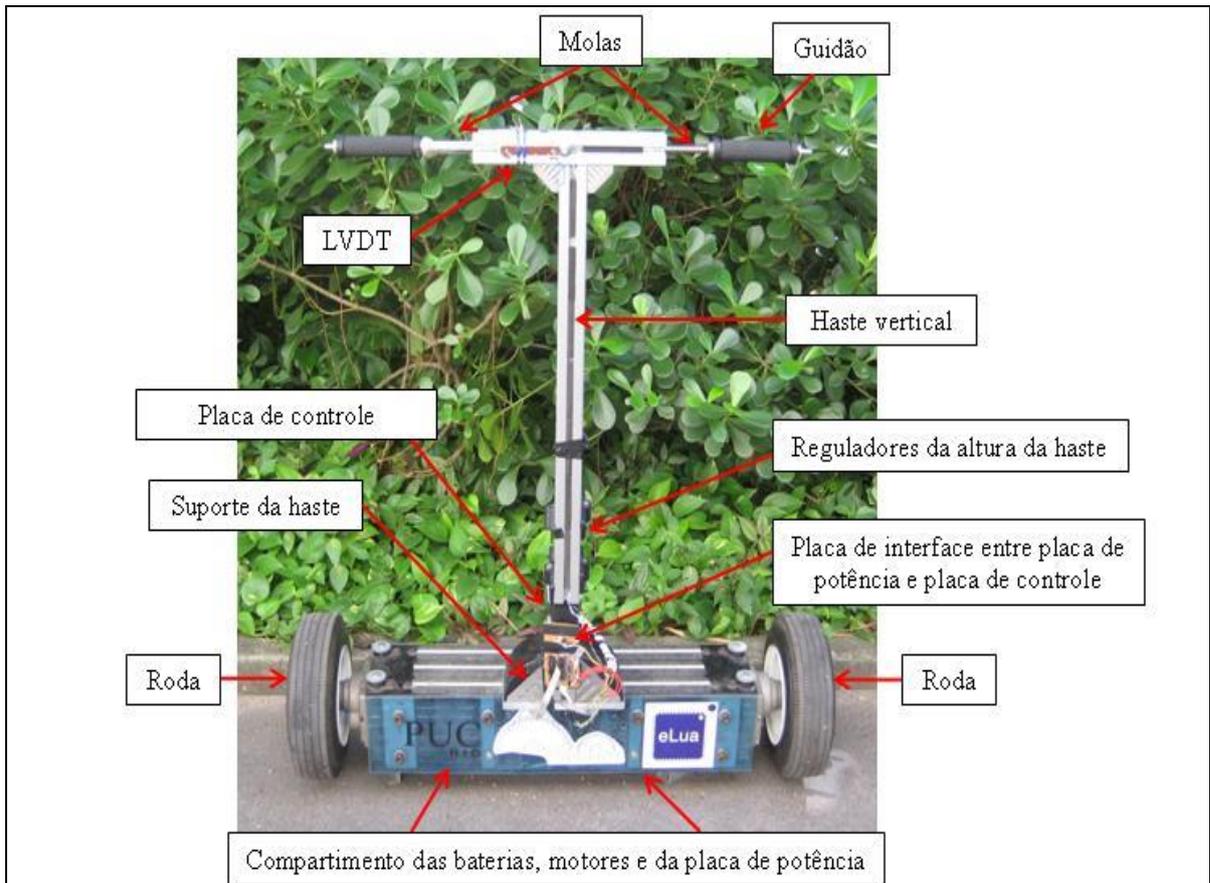


Figura 44: Descrição da localização dos componentes no TPRES desenvolvido.

5.1 Sensores

Os sensores utilizados foram um acelerômetro para medir a inclinação do TPRES e um girômetro para medir a velocidade de variação da inclinação, vide Figura 45. Ambas foram montadas em uma placa nas direções de acordo com os eixos utilizados, e instaladas na linha do eixo que une as duas rodas, de forma a se obter uma maior precisão na leitura dos dados dos sensores.



Figura 45: Placa onde foram montados os sensores. No lado esquerdo aparece o girômetro, e no lado direito o acelerômetro.

5.1.1 Acelerômetro

O acelerômetro utilizado o ACCM3D (Figura 46), um acelerômetro de três eixos. Nesta aplicação, porém, foi utilizado apenas um eixo, de saída analógica, formato DIP e com tensão de operação de 2,0V até 15,0V.

Para a medição do ângulo de inclinação utiliza-se o valor de saída com relação a aceleração de gravidade, ou seja, quando um dos eixos coincide com a vertical então o valor de leitura é máxima, quando o mesmo eixo estiver perpendicular então o valor de saída é o mínimo. Multiplicando pela uma constante consegue-se ter uma relação do valor em graus da inclinação.

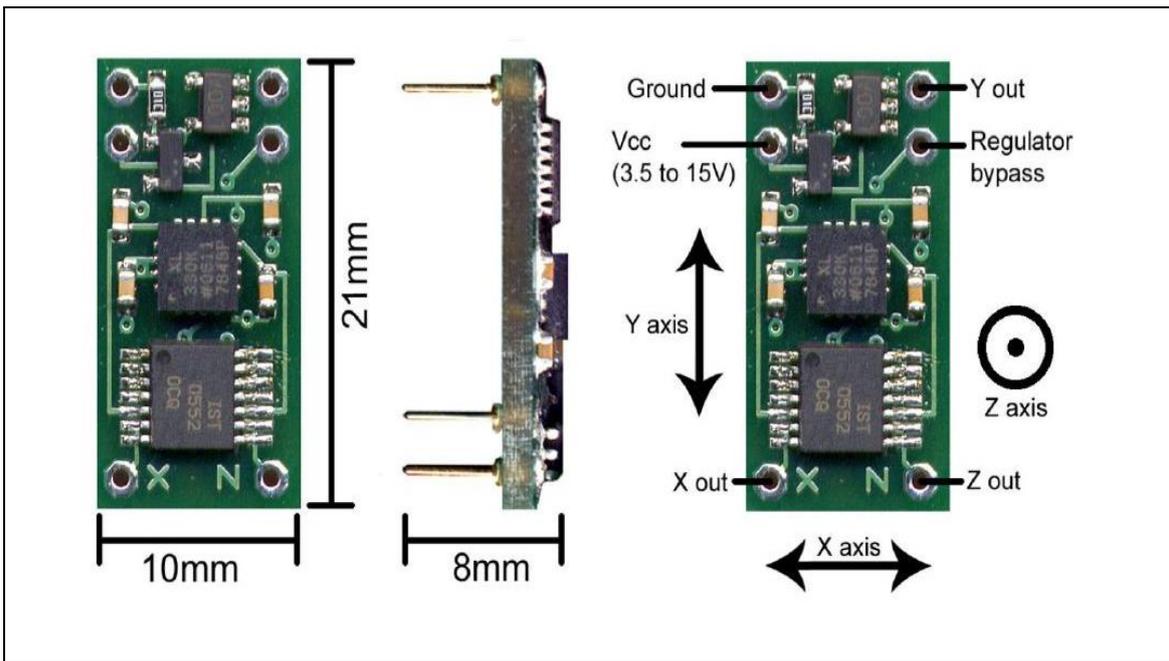


Figura 46: Acelerômetro ACCM3D

5.1.2 Girômetro

Nesse trabalho foi utilizado o girômetro ADXRS150, de um só eixo, para a medição da velocidade da variação angular (Figura 47), com saída analógica, em formato DIP, e com tensão de operação de 3,0V até 5,0V.

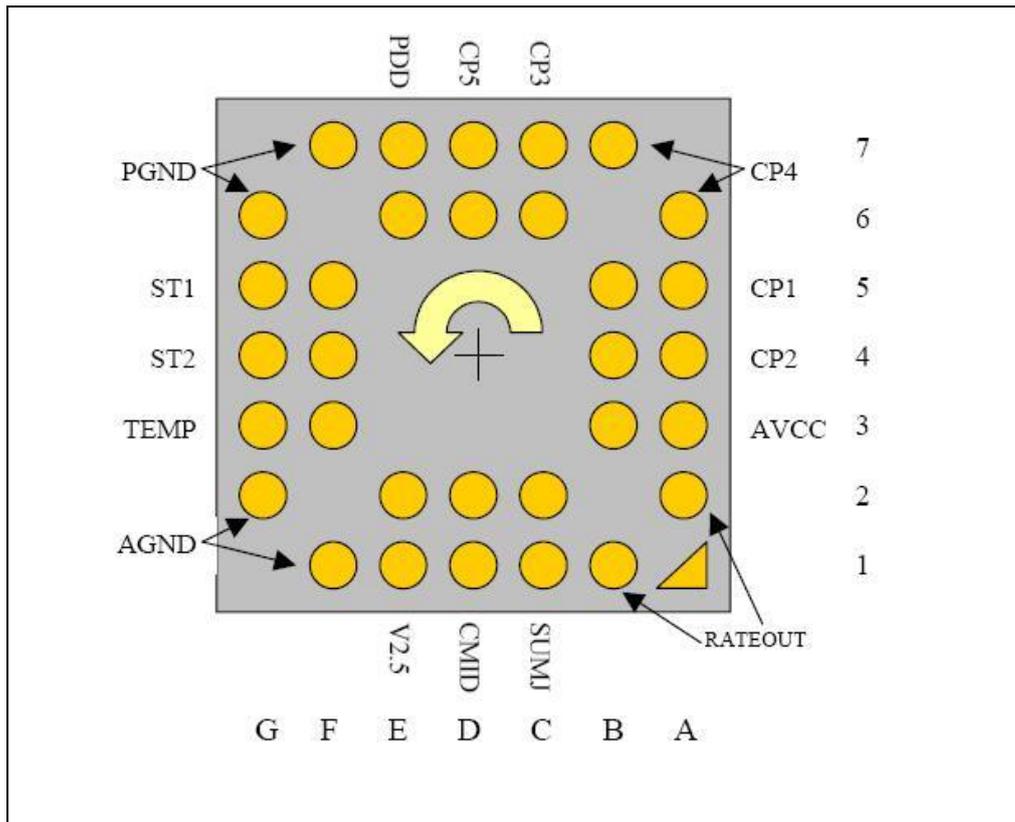


Figura 47: Diagrama de pinos para o girômetro ADXRS150

5.2 Motores

Os motores usados foram o NPC T64 (Figura 48) e NPC T74 da National Power Chair [24], ambos funcionam com tensão nominal de 24 V (contínuos) e possuem as mesmas dimensões, a diferença está na velocidade de giro do rotor e na potência de cada um.



Figura 48: Motor NPC

A tabela seguir mostra os principais parâmetros destes motores [21]:

Tabela V: Parâmetros dos motores utilizados para a construção do TPRE

Nome	NPC T64	NPC T74
Tensão (V)	24	24
Potência Máx (W)	834	1440
Peso (kg)	5,9	6,53
Potência / Peso	141	
K_t (N.m/A)	0,86	
K_v (RPM/A)	10	
R_{motor} (Ω)	0,16	0,11
I_{sem_carga} (A)	5,5	9,2

5.3 Controlador

O controlador utilizado foi o *Stellaris LM3S8962 Evaluation Kit*, da marca *Luminary Micro*, aonde há a possibilidade de rodar a linguagem eLua e de aproveitar os módulos de forma rápida e fácil, vide Figura 49.

Os módulos utilizados neste controlador foram:

- módulo ADC, para a aquisição dos sinais a partir dos sensores;
- módulo de saídas digitais, PORTF e PORTE, para definir a habilitação e o modo de operação dos motores (*reverse*); e
- módulo de PWM, que são os sinais de controle enviados aos controladores de velocidade dos motores.

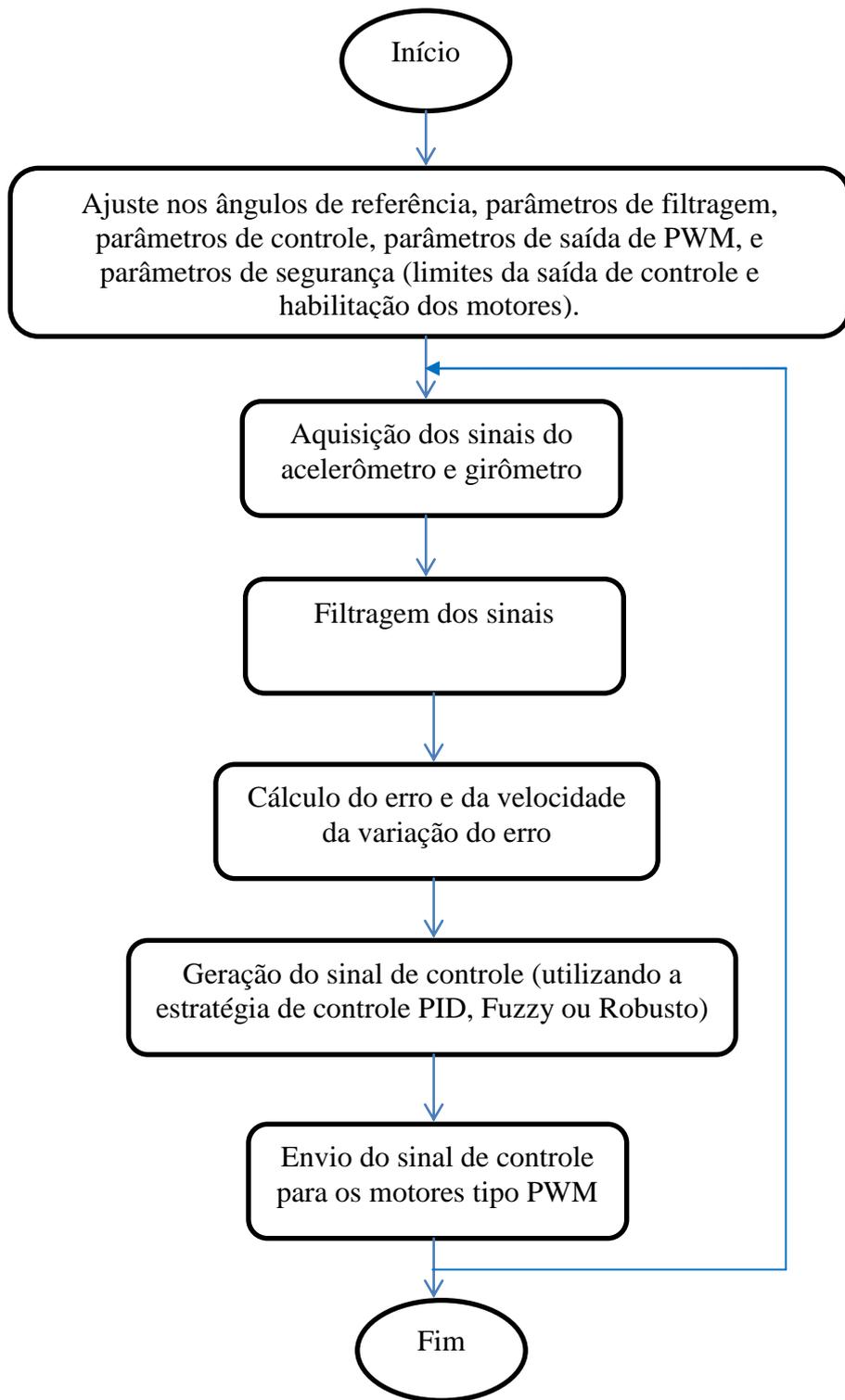


Figura 49: Kit de controle LM3S8962, utilizado como controlador do TPRE

5.4 Software de controle

Para a programação dos algoritmos de controle, foi utilizada a linguagem eLua. Essa linguagem possui os mesmos recursos que a linguagem Lua, mas é dedicada para uso em sistemas embarcados. O eLua está complementado com características específicas para uso em sistemas embarcados, e descarta a necessidade de um sistema operacional para execução nos microcontroladores. Atualmente, trabalha-se para tornar o eLua o mais amigável possível, aumentando a dimensão da linguagem núcleo com características que permitam reduzir os requisitos de memória e tornem o seu desempenho ainda mais rápido. Mesmo apresentada geralmente com uma linguagem *scripting*, usada na área de jogos computacionais, seu baixo requerimento de recursos faz com que seja utilizada em uma grande quantidade de micro-controladores para diversas tarefas.

Na figura a seguir se pode visualizar o fluxograma de funcionamento do código programado utilizando eLua no EK-LM3S8962.



No próximo capítulo, apresentam-se os resultados dos testes utilizando o protótipo e as estratégias de controle implementadas.

6 Resultados Experimentais

Neste capítulo são apresentados os resultados dos testes das estratégias de controle implementados sobre o TPPE. As estratégias de controle testadas foram o Controle PID, Controle Fuzzy e Controle Robusto. As condições para todos os testes foram numa área plana, com um mínimo possível de irregularidades no solo, e com baterias totalmente carregadas para cada teste. Assim, se propiciou uma inicialização de teste com condições iguais para cada um destes. Quando necessário, se utilizou um mesmo “quebra-molas” como elemento de perturbação.

Os dados a partir do acelerômetro, girômetro e potenciômetro deslizante foram capturados e salvos em tempo real em uma memória microSD, em um arquivo texto com extensão .txt. A capacidade da memória utilizada foi de 2GB, para ter-se assim capacidade suficiente de armazenamento. Pode-se mencionar que os dados salvos foram processados na eletrônica embarcada, ou seja, foram filtrados e tiveram sua escala modificada pelo controlador.

6.1 Testes com o PID

Dos múltiplos testes realizados, foram salvos três, nos quais os parâmetros de controle encontram-se de acordo com a Tabela VI.

Tabela VI: Valores dos parâmetros utilizadas no teste de controle PID

Teste\Parâmetros	K_p (V/rad)	K_d (V/rad/seg)	K_i (V/rad.seg)
I	15	7	0.3
II	10	5	0.3
III	5	4	0.3

Os resultados dos testes são mostrados a seguir.

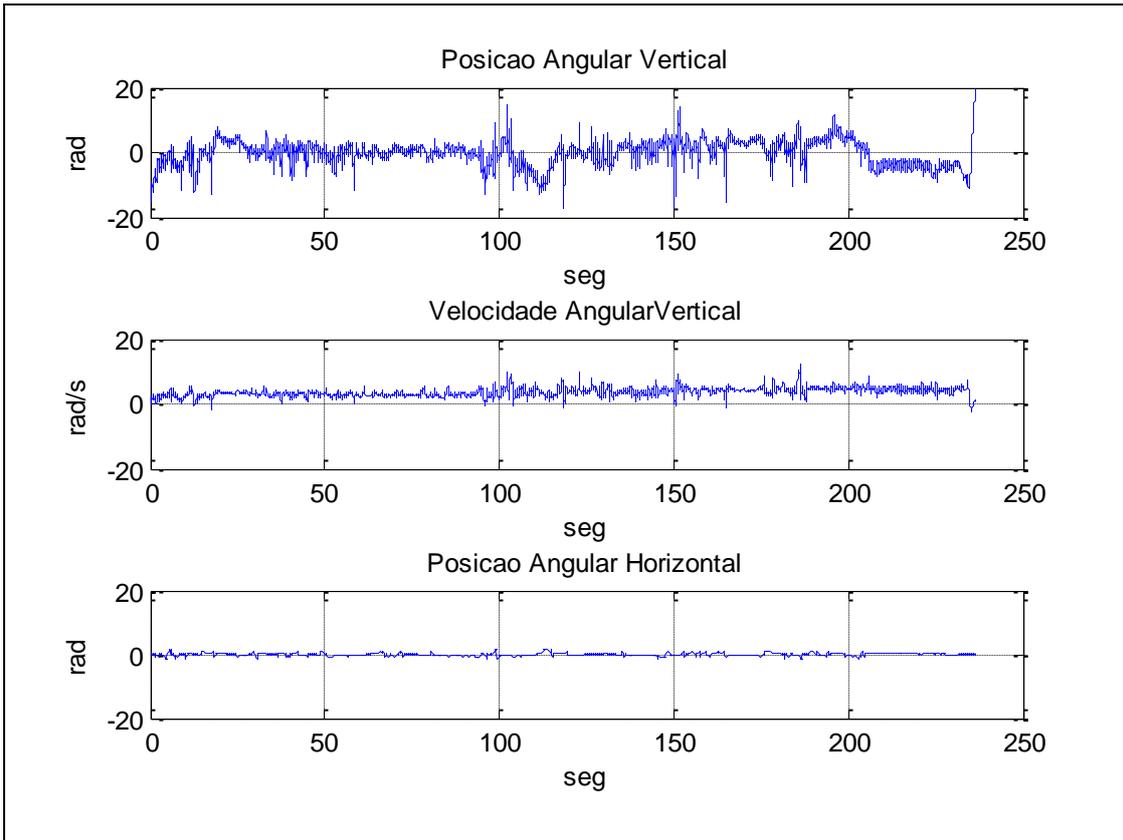


Figura 50: Teste com estratégia de controle PID com parâmetros de controle $K_p=15$, $K_d=7$, $K_i=0.3$

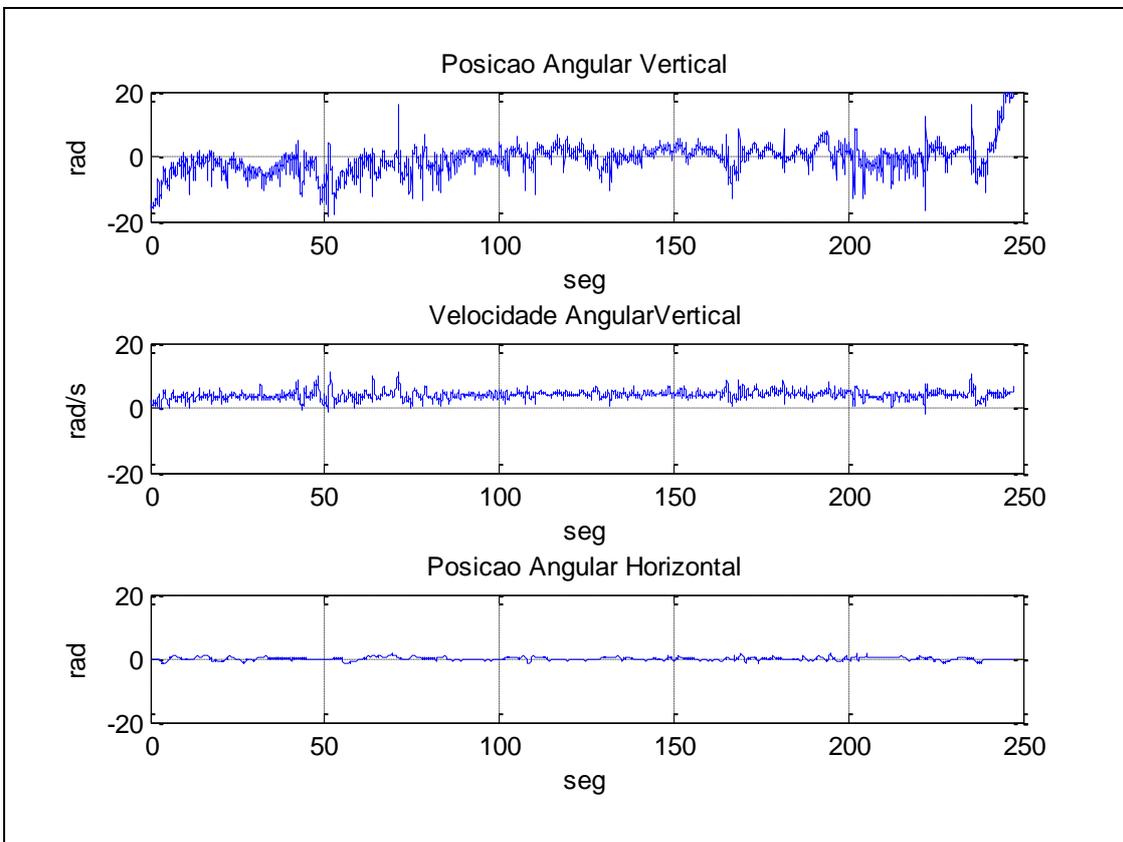


Figura 51: Teste com estratégia de controle PID com parâmetros de controle $K_p=10$, $K_d=5$, $K_i=0.3$

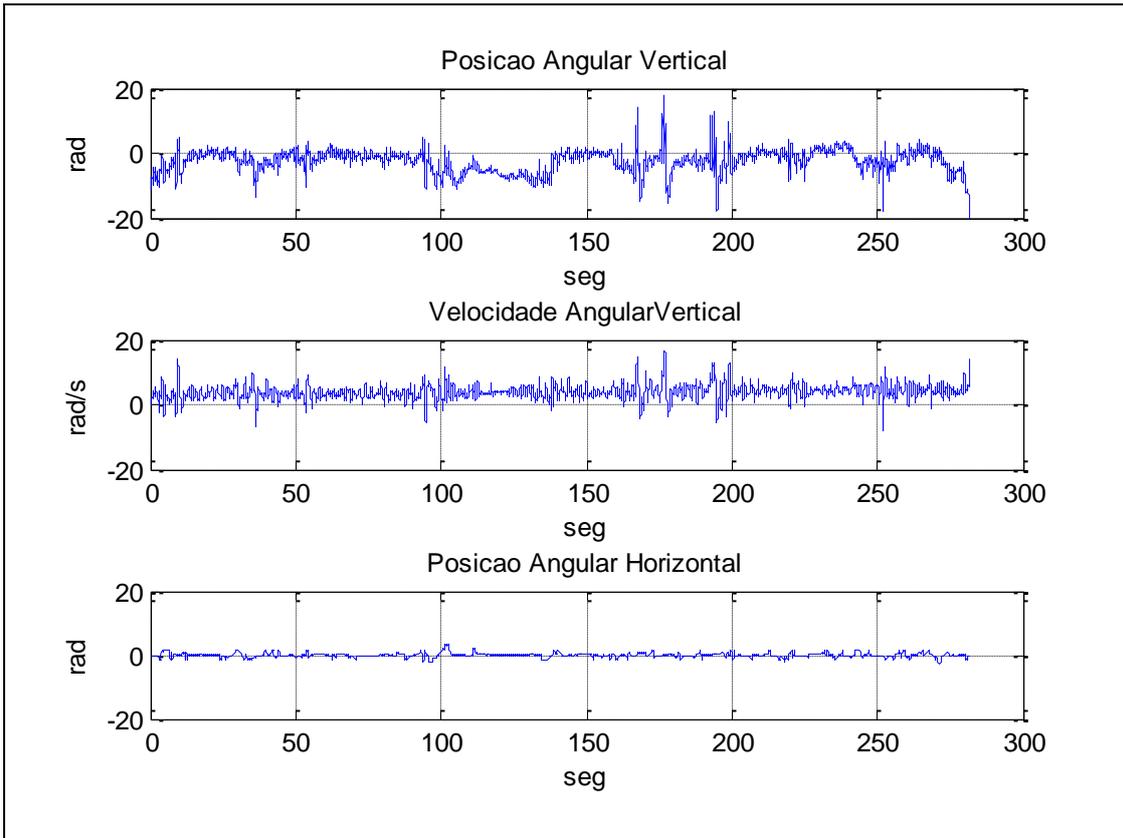


Figura 52: Teste com estratégia de controle PID com parâmetros de controle $K_p=5$, $K_d=4$, $K_i=0.3$

Observando as Figuras 50-52, se pode notar que o sistema responde satisfatoriamente para solo plano até encontrar uma perturbação, neste caso um quebramolas, onde o TPRES se desligou automaticamente por passar o limite (definido no controlador) da diferença entre o ângulo de referencia e ângulo medido.

6.2 Testes com controle inteligente Fuzzy

Dos múltiplos testes realizados, foram salvos três, nos quais os parâmetros de controle estão de acordo com a Tabela VII.

Tabela VII: Valores dos parâmetros utilizadas no teste de controle Fuzzy

Teste\Parâmetros	$u_{erro}(\text{seg})$	$u_{derro}(\text{seg/s})$	$u_{out}(\text{V})$
I	25	15	100
II	22	13	100
III	20	10	100

onde:

u_{erro} : limite de universo de discurso para erro da posição angular

u_{derro} : limite de universo de discurso para a velocidade angular

u_{out} : limite de universo de discurso para a saída do controlador

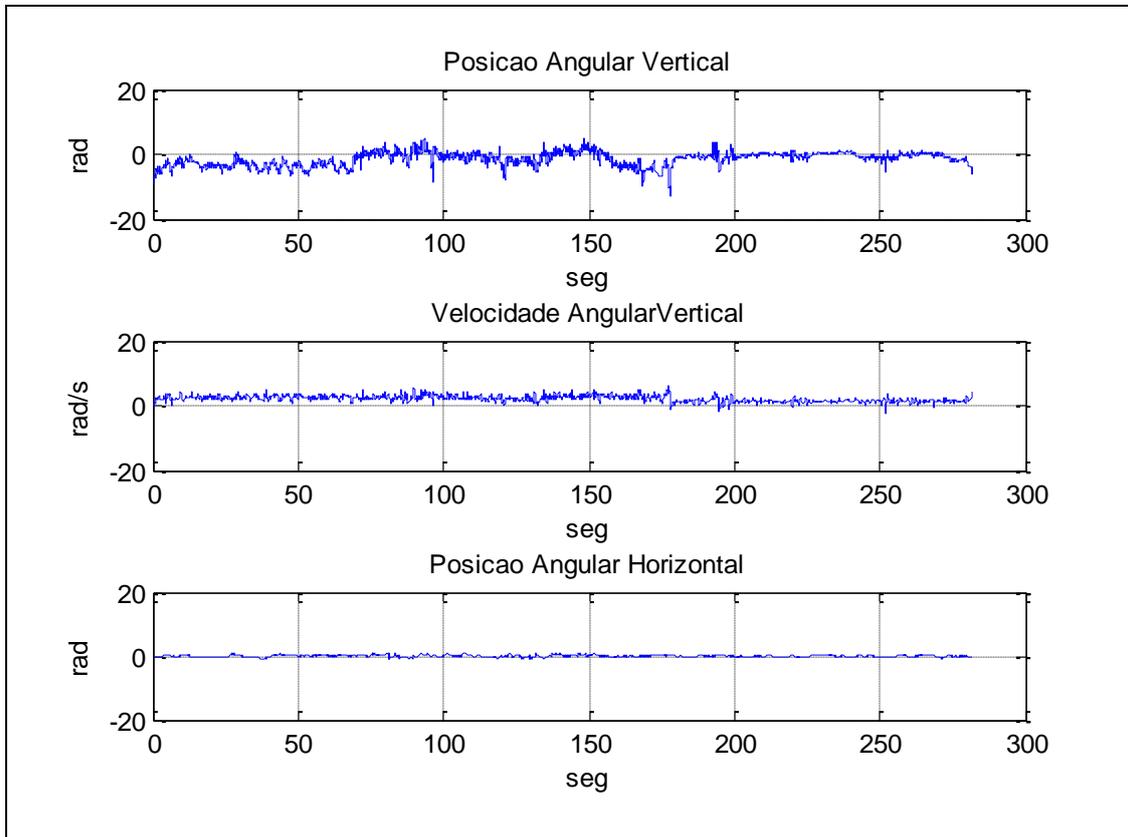


Figura 53: Teste com estratégia de controle Fuzzy com parâmetros de controle $u_{erro}=25$, $u_{derro}=15$ e $u_{out}=100$

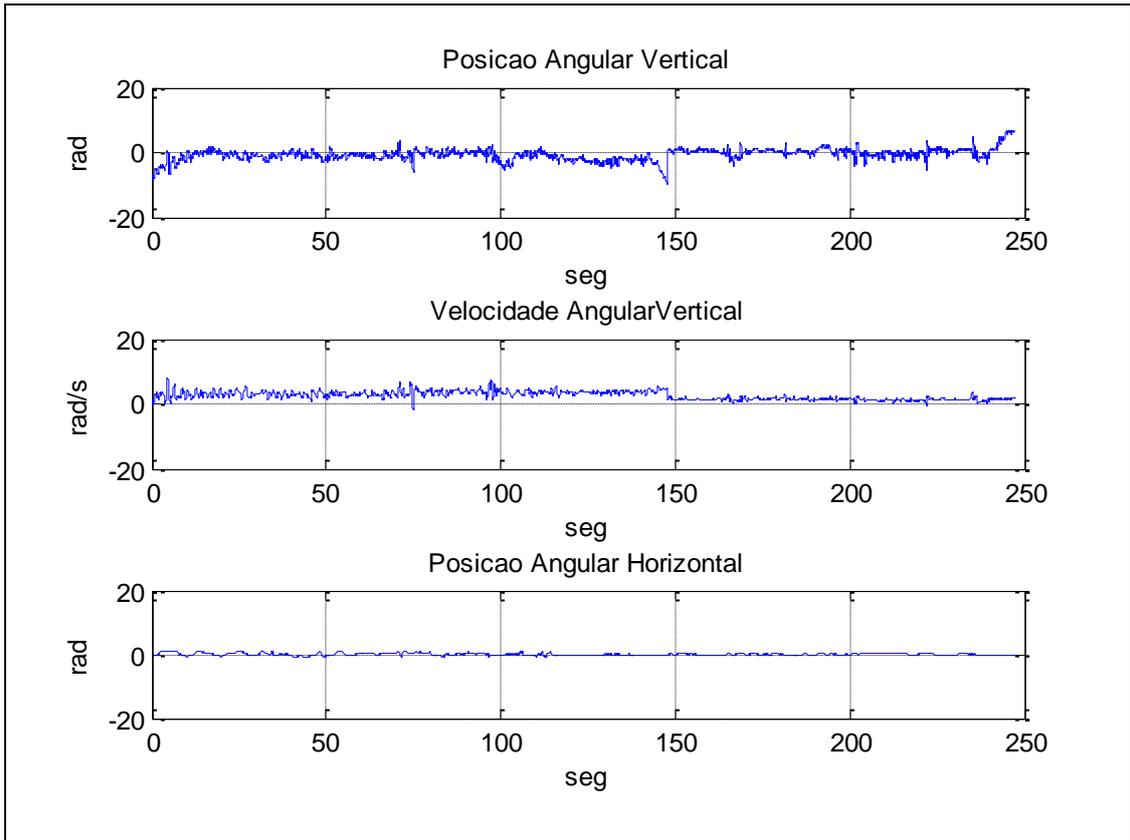


Figura 54: Teste com estratégia de controle Fuzzy, com parâmetros de controle $u_{erro}=22$, $u_{derro}=13$ e $u_{out}=100$

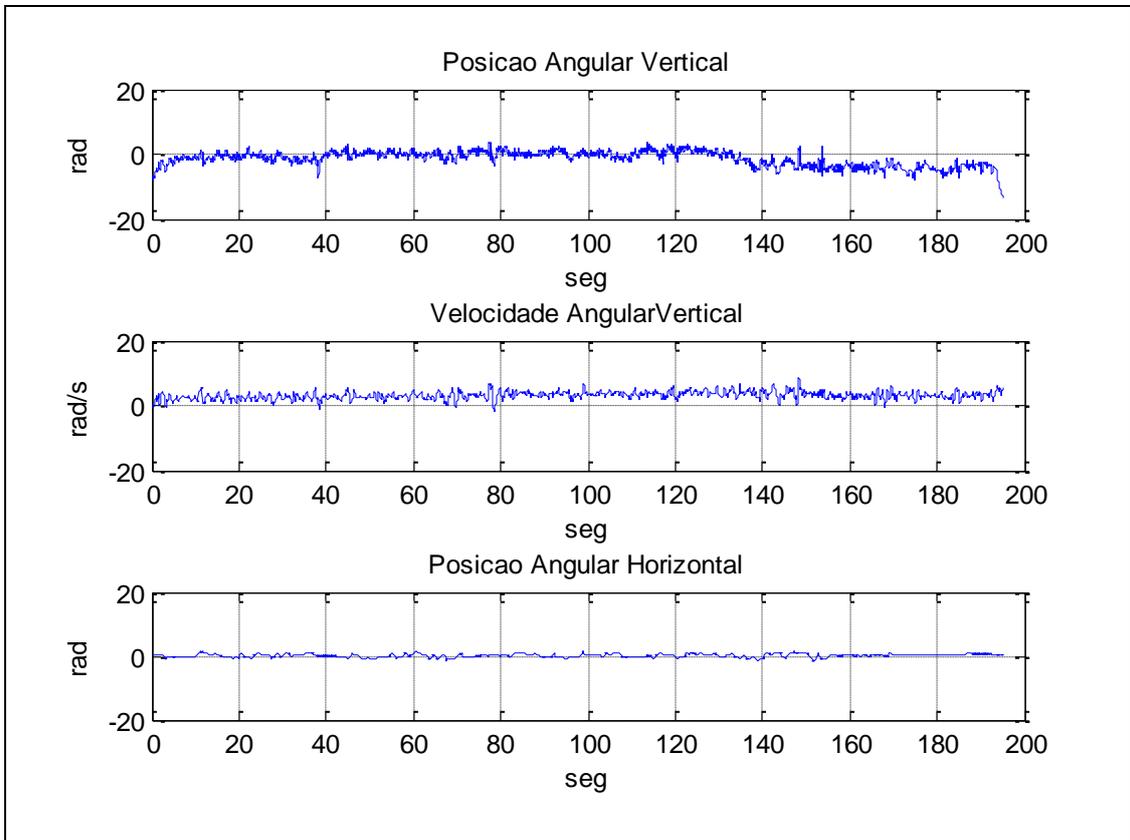


Figura 55: Teste com estratégia de controle Fuzzy com parâmetros de controle $u_{erro}=20$, $u_{derro}=10$ e $u_{out}=100$

Observando as Figuras 53-55, se pode notar que o sistema responde satisfatoriamente, embora tenha perturbações como, por exemplo, numa rampa e mudança de direção. No caso da Figura 53 a perturbação acontece aproximadamente a partir do segundo 70 onde foi feito um cambio de direção, no caso da Figura 54 a perturbação acontece aproximadamente a partir do segundo 140 e no caso da Figura 55 a perturbação acontece aproximadamente a partir do segundo 100. Em todos os casos o sistema ficou estável.

6.3 Teste com o Controle Robusto

Dos múltiplos testes com controle robusto realizados, foram salvos três, nos quais os parâmetros de controle estão de acordo com a Tabela VII.

Tabela VIII: Valores dos parâmetros utilizadas no teste de controle Fuzzy

Teste\Parâmetros	$\mu(V)$	λ
I	15	5
II	10	3

onde:

μ : parâmetro de saída do controlador

λ : parâmetro constante de tempo para atingir a superfície desejada de controle

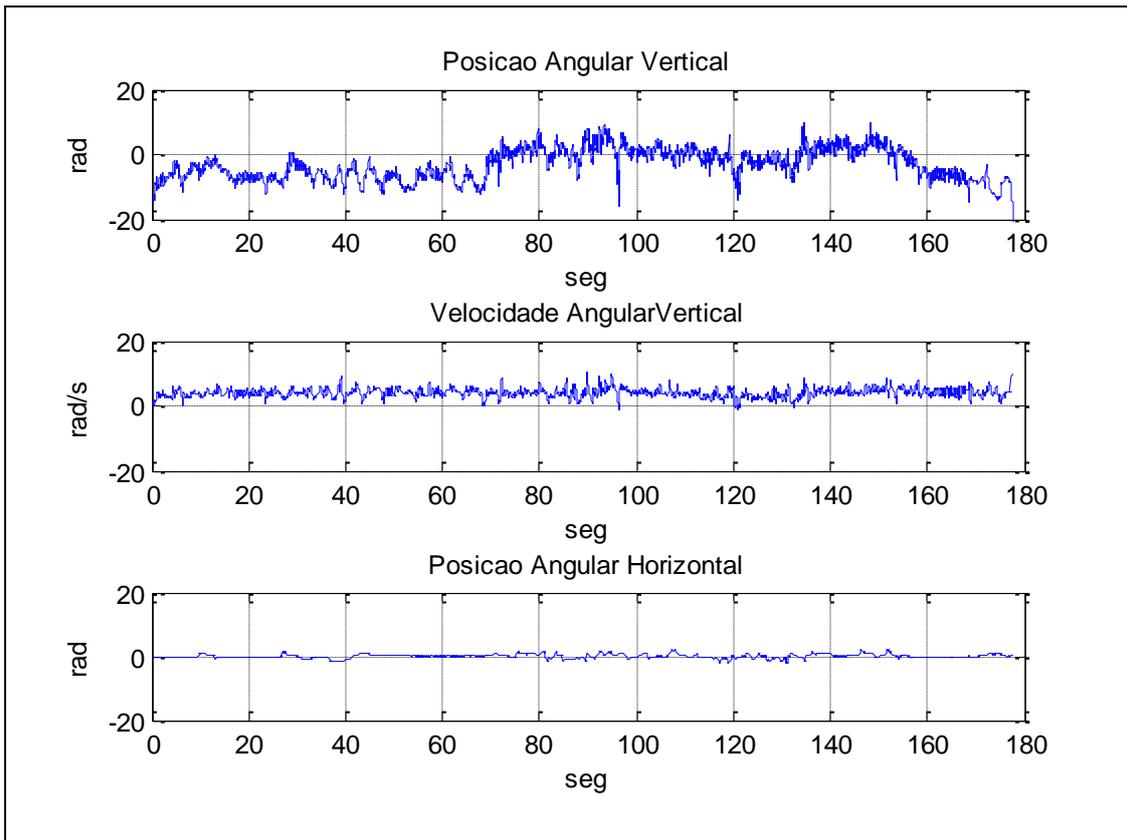


Figura 56: Teste com estratégia de Controle Robusto com parâmetros de controle $\mu = 15$ e $\lambda = 5$

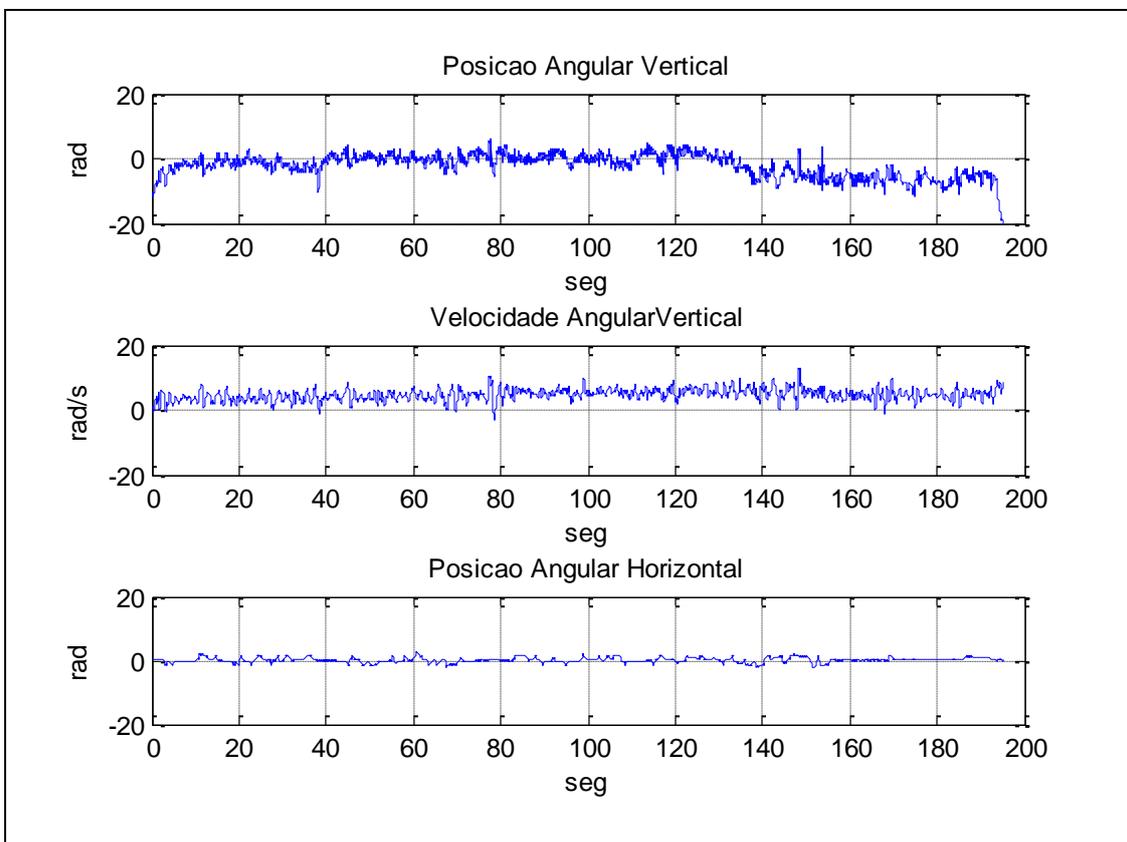


Figura 57: Teste com estratégia de Controle Robusto com parâmetros de controle $\mu = 10$ e $\lambda = 3$

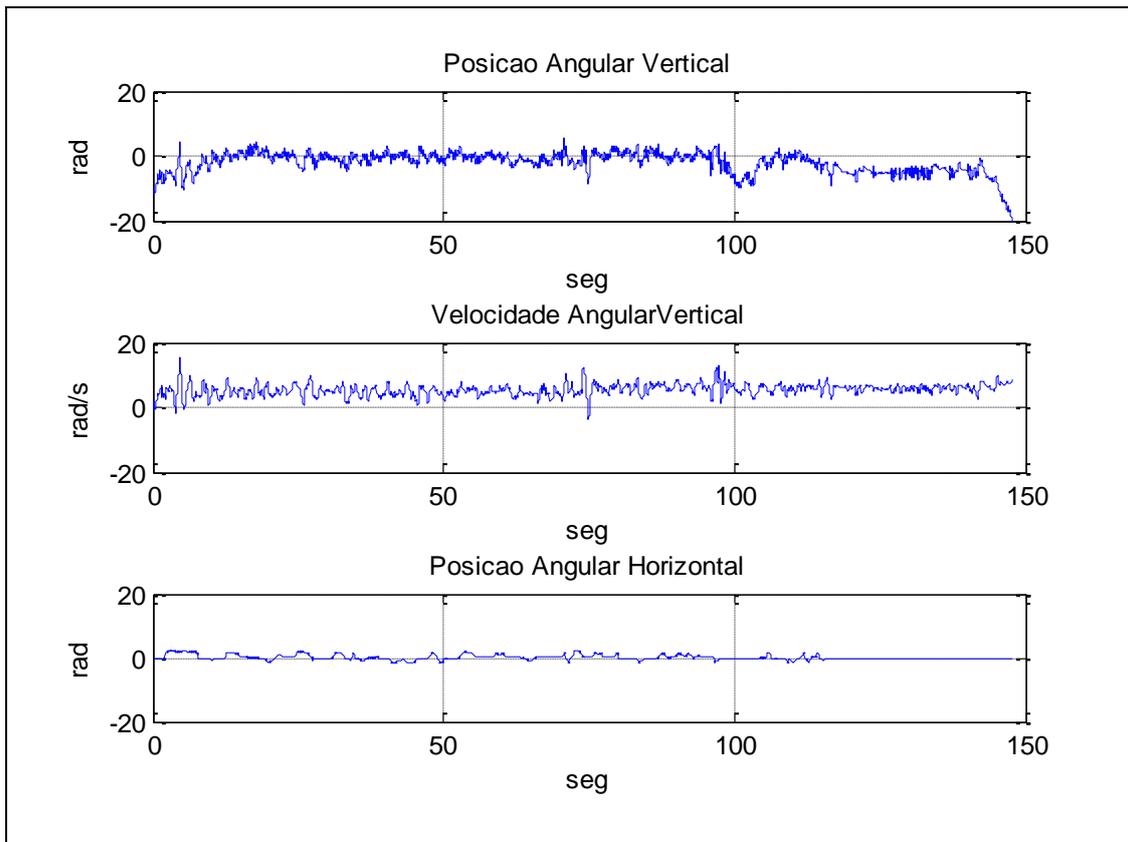


Figura 58: Teste com estratégia de Controle Robusto com parâmetros de controle $\mu = 10$ e $\lambda = 3$

Observando as Figuras 56 e 57, se pode notar que o sistema responde satisfatoriamente, embora tenha perturbações como, por exemplo, numa rampa o mudança de direção. Todos os casos o sistema ficou estável.

Após apresentar os resultados dos experimentos, podem-se obter conclusões gerais sobre o trabalho, apresentadas no próximo capítulo.

7 Conclusões

Neste trabalho, se construiu um transportador pessoal robótico auto-equilibrante (TPRE), com capacidade para transportar um usuário adulto. O TPRE foi usado para testar as estratégias de controle desenvolvidas ao longo dessa dissertação, implementadas no controlador EK-LM3S8962, utilizando a linguagem de programação eLua. Desenvolveu-se, também, uma modelagem matemática do sistema com a finalidade de simular sua dinâmica utilizando o ambiente Matlab, e de avaliar previamente as estratégias de controle.

Os resultados com o Controle PID mostraram, tanto nas simulações quanto nos experimentos, um bom desempenho quando os ganhos são calibrados para um peso específico do usuário que o dirige, e quando os mesmos se encontravam num solo plano e sem rampas. Nos casos de mudança de carga (peso do usuário), quando a mudança se apresentava consideravelmente grande, o desempenho diminuiu, atingindo quase a instabilidade em alguns casos, ou até ficando instável ao passar por um plano inclinado. Conclui-se, a partir desses experimentos, que um sistema não-linear como esse não apresenta bom desempenho com um controlador linear, a menos que os parâmetros (ganhos) possam ser recalibrados em tempo real.

Os resultados com o Controle Fuzzy mostraram um bom desempenho para um caso específico de carga. No caso de mudança de carga, porém sobre superfície plana, o sistema manteve o bom desempenho e a estabilidade. Mas para o caso de mudança de carga e de uso em planos inclinados, se notou uma redução do desempenho, contudo ainda evoluiu com sucesso.

Os resultados com Controle Robusto mostraram, tanto nas simulações quanto nos experimentos, um bom desempenho em todos os casos. No caso de mudança de carga, mesmo que em um grande valor, o sistema manteve a estabilidade. No caso de rampas (perturbações), se notou uma certa redução do desempenho, mas que não impediu que o TPRE avançasse com sucesso.

Os trabalhos futuros sugeridos incluem: 1) utilização de um filtro Kalman nas leituras dos sensores; 2) trocar as rodas por outras de maior diâmetro com a finalidade de poder subir inclinações e obstáculos com maior facilidade ao atual; 3) utilizar baterias com maior capacidade, para aumentar a autonomia do sistema (e.g. usar baterias de lítio-ferro ao invés de níquel-cádmio; e 4) aprimorar o sistema de segurança

contra quedas do usuário, incluindo uma chave de potência do tipo *Deadman Switch* para desconectar a parte elétrica nestes casos - o sistema de segurança atual utiliza apenas uma chave lógica que envia um sinal para o microcontrolador parar o TPPE, mas uma chave de potência que cortaria fisicamente a alimentação da bateria seria mais segura por ser imune a falhas no sistema eletrônico.

8 Referências Bibliográficas

- [1] Hoa G. Nguyen, Morrell, J. , Mullens, K. Burmeister, A., Miles, S, Farrington, N., Thomas, K. and D. Gage, “Segway Robotic Mobility Platform”, Mobile Robots XVII, Philadelphia, PA, October 26-28,2004,SPIE Proc. 5609, pp. 207-220;
- [2] Hoa G. Nguyen., “A Segway RMP-based robotic transport system”, Mobile Robots. Conferenced N°17, Philadelphia PA, ETATS-UNIS 2004, vol. 5609, pp. 244-255;
- [3] Cang Y and Johann Borenstein., “Obstacle Avoidance for the Segway Robotic Mobility Platform”, Industrial Robot: An International Journal, 30(4): 331-337, 2003;
- [4] Robert O. Ambrose, Robert T. Savely, S. Michael, Myron A. Diftler, Ivan Spain, Nicolaus Radford and Lockheed Martin, “Mobile Manipulation using NASA’s Robonaut”, Robotics and Automation, 2004: IEEE International Conference ICRA ‘04, Vol 2, pp. 2104-2109;
- [5] Bar-Cohen Y., T. Xue and S. –S., Lih, “Polymer piezoelectric transducers for ultrasonic NDE”, First International Internet Workshop on Ultrasonic NDE, Subject: Transducers, organized by R. Diederichs, UTonline Jounal, Germany, hppt://www.ndt.net/article/yosi/yosi.htm (Sep. 1996);
- [6] Patrick Deegan, Bryan J. Thibodeau and Roderic Grupe, “Designing a Self-Stabilizing Robot For Dynamic Mobile Manipulation”, University of Massachusetts, Department of Computer Science, Amherst, MA, 2006, OMB N° 0704-0188;
- [7] Robert Platt, Robert Burridge, Myron Diftler, Jodi Graf, Mike Goza and Eric Huber, “Humanoid Mobile Manipulation Using Controller Refinement”, IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots, Genova Italy, Dec 2006;
- [8] S. W. Nawawi, M. N. Ahmad and J. H. S. Osman, “Real-Time Control of a Two-Wheeled Inverted Pendulum Mobile Robot”, International Journal of Computer, Information and Systems Science and Engineering, Vol 2, N° 1, 2008;
- [9] Tsai-Jiun Ren, Tien-Chi Chen and Chun-Jung Chen, “Motion Control for a two-wheeled vehicle using a self-tuning PID”, Control Engineering Practice, Vol 16, N° 3, March 2008, pp. 368-375;
- [10] Michael Baloh and Michael Parent, “Modeling and Model Verification of an Intelligent Self-Balancing Two-Wheeled Vehicle for an Autonomous Urban Transportation System”, in Proceeding. Of Conf. Comp. Intelligence, Robot. Autonom. Syst., 2003, Singapore;
- [11] Kaustubh Pathak, Jaume Franch and Sunil K. Agrawl, “Velocity and Position Control of a Wheeled Inverted Pendulum by Partial Feedback Linearization”, IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 21, N° 3, pp. 505-513, 2005;

- [12] Kaustubh Pathak and Sunil K. Agrawal, “Band-Limited Trajectory Planning and Tracking for Certain Dynamically Stabilized Mobile Systems”, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol 128, N° 1, pp. 104-111, March 2006;
- [13] Yeonhoon Kim, Soo Hyun Kim and Yoon Keun Kwak, “Dynamic Analysis of a Nonholonomic Two-Wheeled Inverted Pendulum Robot”, *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, Vol 44, N° 1, pp. 25-46, 2005;
- [14] S. W. Nawawi, M. N. Ahmad and J. H. S. Osman, “Development of a Two-Wheeled Inverted Pendulum Mobile Robot”, *The 5th Student Conference on Research and Development*, Dec 2007, Malaysia;
- [15] Felix Grasser, Aldo D’Arrigo, Silvio Colombi and Alfred Rufer, “JOE: A Mobile, Inverted Pendulum”, *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol 49, N° 1, pp. 107-114, 2002;
- [16] Ta-Hsiung, Ming-Feng Yeh and Hung-Ching Lu, “A PI-Like Fuzzy Controller Implementation for the Inverted Pendulum System”, *IEEE International Conference on Intelligent Processing System*, October 28-31, Beijing, China, 1997;
- [17] Nawawi S. W. , Ahmad M. N. and Osman J. H. S., “Control of Two-wheels Inverted Pendulum Mobile Robot Using Full Order Sliding Mode Control”, *Proceeding of International Conference on Man-Machine Systems*, September 15-16, 2006, Langkawi;
- [18] Paul G. Grossimon, Enrique Barbieri and Sergey Drakunov, “Sliding Mode Control of an Inverted Pendulum”, *Proceedings of the 28th Southeastern Symposium on System Theory*, pp. 248, 1996;
- [19] Thomas R. Kane and David A. Levinson, “Dynamics Theory and Applications”, McGraw-Hill Book Company, 1985;
- [20] Eric Conrado de Souza, “Modelagem e Controle de Veículos Submarinos Não Tripulados”, Submetido ao departamento de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, 2003;
- [21] Marco Antonio Meggiolaro, “Tutorial em Robôs de Combate”, PUC-Rio, 2006.
- [22] Katsuhiko Ogata, “Engenharia de Controle Moderno”, Editora Prentice/Hall do Brasil Ltda
- [23] <http://www.intersil.com/products/deviceinfo.asp?pn=HIP4081A>
- [24] www.npcrobotics.com