



Giancarlo Luis Gómez Gonzáles

**Medição de deformações elastoplásticas em regiões de
concentração de tensões utilizando métodos
sem malha e visão computacional**

Tese de Doutorado

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica do Departamento de Engenharia Mecânica da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Marco Antonio Meggiolaro

Rio de Janeiro
Setembro de 2014



Giancarlo Luis Gómez Gonzáles

**Medição de deformações elastoplásticas em regiões de
concentração de tensões utilizando métodos
sem malha e visão computacional**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica do Departamento de Engenharia Mecânica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Marco Antonio Meggiolaro

Orientador

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

Prof. Jaime Tupiassú Pinho de Castro

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

Prof. José Luiz de França Freire

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

Prof. Carlos Alberto de Almeida

Departamento de Engenharia Mecânica – PUC-Rio

Prof. Luiz Carlos da Silva Nunes

Departamento de Engenharia Mecânica – UFF-Rio

Prof. José Eduardo de Almeida Maneschy

Eletronuclear

Prof. José Eugenio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 10 de setembro de 2014

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Giancarlo Luis Gómez Gonzáles

Possui graduação em Engenharia Eletrônica pela Universidade Nacional de San Agustín de Arequipa no Perú (2006) e mestrado em Engenharia Mecânica pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (2010).

Ficha Catalográfica

Gómez Gonzáles, Giancarlo Luis

Medição de Deformações Elastoplásticas em Regiões de Concentração de Tensões utilizando Métodos Sem Malha e Visão Computacional / Giancarlo Luis Gómez Gonzáles; orientador: Marco Antonio Meggiolaro – 2014.

128 f. il. (color.); 30 cm

Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica, 2014.

Inclui bibliografia.

1. Engenharia mecânica – Teses. 2. SIFT. 3. Métodos sem malha. 4. Gradientes de deformação. 5. Deformações elastoplásticas. 6. Concentração de tensões I. Meggiolaro, Marco Antonio. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Mecânica. III. Título.

CDD: 621

A mis queridos padres, Luis y Mariela,
Que creyeron en mis sueños y ahora los ven realizados.

Agradecimentos

Agradeço a Deus, pela inspiração.

Ao meu orientador Professor Marco Antonio Meggiolaro, pela orientação científica e conhecimentos compartilhados ao longo do mestrado e doutorado.

Aos professores membros da banca de defesa pelos pertinentes apontamentos e sugestões, contribuindo com o enriquecimento deste trabalho.

À Pontifícia Universidade Católica de Rio de Janeiro e ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq pelo suporte financeiro no Brasil.

Aos colegas do Laboratório de Fotomecânica e Fadiga pela colaboração, apoio, conversas e amizade.

Resumo

Gómez Gonzáles, Giancarlo Luis; Meggiolaro, Marco Antonio. **Medição de deformações elastoplásticas em regiões de concentração de tensões utilizando métodos sem malha e visão computacional.** PUC-Rio, 2014. 128p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A análise de deformações em torno de regiões de concentração de tensões é uma importante ferramenta na avaliação da integridade estrutural de peças e componentes mecânicos. Todavia, esta análise se torna mais complexa quando o material atinge a plastificação junto ao entalhe. Neste trabalho, uma nova metodologia numérico-experimental para medição de deformações na superfície de um material, combinando métodos sem malha e visão computacional, é apresentada. A parte experimental da técnica é baseada na captura de imagens de um material em estados diferentes de deformação durante um ensaio mecânico. A técnica de visão computacional conhecida como *Scale Invariant Feature Technique* (SIFT) é utilizada aqui para extrair pontos característicos nas imagens capturadas. Para tanto, uma textura aleatória foi pintada na superfície do corpo de prova. Em seguida, os deslocamentos são obtidos experimentalmente, através do seguimento das posições dos pontos SIFT corretamente correspondidos no par de imagens capturadas do ensaio, antes e depois da aplicação da carga. Os pontos fornecidos pelo algoritmo SIFT são selecionados como nós de uma formulação sem malha, e o método de mínimos quadrados móveis é utilizado para gerar uma aproximação numérica do campo de deslocamentos e as suas derivadas. Assim, deformações na região próxima ao entalhe são devidamente quantificadas para posterior análise. Na validação da metodologia proposta, corpos de prova entalhados foram utilizados para estudar o comportamento da deformação plástica nas regiões de concentração de tensões. Os resultados dos testes mostraram boa concordância e precisão quando comparados com soluções analíticas, simulações pelo método dos elementos finitos (ANSYS) e soluções obtidas através de um *software* comercial de correlação de imagens digitais.

Palavras-chave

SIFT; métodos sem malha; gradientes de deformação; deformações elastoplásticas; concentração de tensões.

Abstract

Gómez Gonzáles, Giancarlo Luis; Meggiolaro, Marco Antonio (Advisor). **Measurement of elastoplastic strains at stress concentration regions using meshless methods and computer vision.** PUC-Rio, 2014. 128p. DSc. Thesis - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Strain analysis near stress concentration regions is an important tool for structural integrity of mechanical components. However, this analysis becomes more complex when the material starts to deform plastically near the notch root. In this work, a novel experimental-numerical technique for the measurement of the strain distribution on the surface of a deformable body is described, which uses meshless methods and computer vision. The experimental part of this technique is based on the capture of images at different stages of material deformation during a mechanical test. The Scale Invariant Feature Transform (SIFT) is a computer vision algorithm used here to extract distinctive points or features in the captured images. For this purpose, a random texture was painted on the specimen surface. Then, the displacements are experimentally obtained by tracking the positions of successfully matched SIFT points in an undeformed-deformed pair of images. The points provided by SIFT are selected as nodes in a meshless formulation and the moving least square method is used to generate a numerical approximation for the displacement field and its derivatives. Thus, the corresponding strain field close to the notch is calculated. To validate the proposed methodology, notched specimens were employed to study the deformation behavior on regions of stress concentration. Experimental results showed good agreement and accuracy when compared to analytical solutions, to simulations by finite elements (ANSYS) and to solutions obtained by using a commercial software based on the digital image correlation technique.

Keywords

SIFT; meshless methods; strain gradient; elastoplastic strain; stress concentration.

Sumário

1 INTRODUÇÃO	19
1.1. Objetivos	28
1.1.1. Objetivos Específicos	28
1.2. Organização da Tese	28
2 SIFT (Scale Invariant Feature Transform)	30
2.1. Etapas do SIFT	30
2.1.1. Detecção de Extremos	30
2.1.2. Localização Precisa dos Pontos-chave	32
2.1.3. Atribuição da Orientação dos Descritores	35
2.1.4. Construção do Descritor Local	37
2.2. <i>Matching</i> ou Casamento de Pontos Correspondentes	38
3 ESTEREOSCOPIA	41
3.1. Modelo da Câmera	41
3.1.1. Parâmetros Intrínsecos	43
3.1.2. Parâmetros Extrínsecos	44
3.2. Sistema de Visão Estereoscópica	46
3.2.1. Calibração	47
3.2.2. Correspondência	48
3.2.3. Reconstrução	48
4 MÉTODOS SEM MALHA	52
4.1. Princípio Básico dos Métodos Sem Malha	52
4.1.1. Conceito de Domínio de Suporte	53
4.1.2. Conceito de Domínio de Influência	54
4.2. Aproximação por Mínimos Quadrados Móveis (MLS)	55
4.2.1. Função de Base	60
4.2.2. Função Peso	61
4.3. Exemplo Numérico: Problema Unidimensional	65
4.4. Exemplo Numérico: Problema Bidimensional	67

5 DESENVOLVIMENTO DO SISTEMA DE MEDIÇÃO VISUAL	71
5.1. Preparação do Corpo de Prova	71
5.2. Aquisição das Imagens	72
5.3. Calibração das Câmeras	73
5.4. Determinação Experimental dos Deslocamentos	75
5.5. Formulação Sem Malha	78
5.5.1. Caso Nº 1: Gradiente de Deformação Uniforme	79
5.5.2. Caso Nº 2: Gradiente de Deformação com Concentração de Tensões	86
6 RESULTADOS EXPERIMENTAIS	94
6.1. Caracterização do Material	94
6.2. Montagem Experimental	97
6.3. Análise a partir de Modelos Semi-Empíricos	99
6.3.1. Regra de Neuber	99
6.3.2. Regra de Molski e Glinka	100
6.3.3. Regra de Neuber Modificada	100
6.3.4. Regra Molski e Glinka Modificada	102
6.4. Análise por Elementos Finitos	102
6.5. Análise Utilizando o <i>Software</i> VIC-3D	104
6.6. Análise Utilizando o Método SIFT-Meshless	104
6.7. Comparação de Resultados	106
6.8. Análise da Incerteza nas Medições Experimentais	119
7 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	120
7.1. Sugestões para Trabalhos Futuros	122
8 BIBLIOGRAFIA	123

Lista de figuras

Figura 1.1 Exemplos de regiões com concentração de tensão provocadas pela geometria da peça, com indicação dos pontos críticos (Rosa, 2002).....	19
Figura 1.2 Variação K_σ e K_t com a tensão no entalhe.	20
Figura 1.3 Princípio da técnica DIC (<i>Correlated</i> , 2014).....	22
Figura 1.4 Exemplo de análise utilizando o <i>software</i> VIC-3D.....	24
Figura 1.5 Exemplo de correspondência utilizando o algoritmo SIFT. (a) imagem original e (b) imagem deformada.	25
Figura 2.1 Pirâmide de Gaussianas.	31
Figura 2.2 Processo de construção das imagens resultantes da Diferença de Gaussianas DoG.	32
Figura 2.3 Detecção de extremos nas escalas adjacentes.	32
Figura 2.4 Localização precisa do ponto-chave.	33
Figura 2.5 Exemplo de detecção de pontos-chaves. Imagem original (esquerda) e 9250 pontos localizados (direita).	35
Figura 2.6 Determinação da orientação principal do ponto-chave.....	36
Figura 2.7 Exemplo da atribuição das orientações dos pontos-chave, localizados na imagem da esquerda, representadas por vetores na imagem da direita.	37
Figura 2.8 Construção do descritor SIFT.	38
Figura 2.9 Função densidade de probabilidade típica para correspondência de pontos SIFT (Lowe, 2004).....	39
Figura 3.1 Geometria do modelo de câmera <i>pinhole</i>	42
Figura 3.2 Transformação das coordenadas do mundo para as coordenadas da câmera.....	45
Figura 3.3 Modelo simplificado de um sistema de visão estéreo.....	46
Figura 3.4 Parâmetros extrínsecos e intrínsecos do sistema de visão estéreo.	47
Figura 3.5 Exemplo de correspondência de pontos utilizando o algoritmo SIFT em um par de imagens capturadas simultaneamente de uma lata de refrigerante.....	48
Figura 3.6 Reconstrução do ponto por triangulação com raios que não se	

intersectam no espaço.....	49
Figura 3.7 Exemplo de recuperação da posição no espaço para um conjunto de pontos localizados no par-estéreo.....	51
Figura 4.1 Representação do domínio do problema Ω . Em destaque, exemplos de domínios de suporte retangular Ω_i e circular Ω_j para os nós i e j	53
Figura 4.2 Exemplos de domínios de influência circulares no caso bidimensional.....	54
Figura 4.3. Função de aproximação u^h e deslocamentos nodais u_i na aproximação MLS.....	56
Figura 4.4 Exemplo de algumas funções peso no espaço unidimensional.....	62
Figura 4.5 Função peso Cúbica <i>Spline</i> unidimensional e a sua respectiva derivada.....	63
Figura 4.6 Função de peso Cúbica <i>Spline</i> bidimensional.....	64
Figura 4.7 Derivada parcial da função de peso Cúbica <i>Spline</i> em relação à direção x	64
Figura 4.8 Derivada parcial da função de peso Cúbica <i>Spline</i> em relação à direção y	64
Figura 4.9 Problema unidimensional.....	65
Figura 4.10 Comparação entre a solução exata e a solução MLS para $u(x)$	66
Figura 4.11 Comparação entre a solução exata e a solução MLS para $u(x)_{,x}$	66
Figura 4.12 Problema bidimensional.....	67
Figura 4.13 Distribuição de nós adotada na discretização do problema.....	68
Figura 4.14 Comparação entre a solução exata e a solução MLS para a componente de deslocamento $u(x,y)$	68
Figura 4.15 Comparação entre a solução exata e a solução MLS para a componente de deslocamento $v(x,y)$	68
Figura 4.16 Comparação entre a solução exata e a solução MLS para a componente de deformação $\varepsilon_x(x,y)$	69
Figura 4.17 Comparação entre a solução exata e a solução MLS para a componente de deformação $\varepsilon_y(x,y)$	69
Figura 4.18 Comparação entre a solução exata e a solução MLS para a componente de deformação $\varepsilon_{xy}(x,y)$	69
Figura 5.1 Detalhe da caracterização da superfície de um corpo de prova.....	72

Figura 5.2 Sistema de visão estereoscópica montado no laboratório.....	72
Figura 5.3 Tela principal do <i>software</i> Vic-Snap 2009.....	73
Figura 5.4 Exemplo de processo de calibração das câmeras.....	74
Figura 5.5 Exemplo de seleção de uma área de interesse.....	75
Figura 5.6 Correspondência entre cada par-estéreo.....	76
Figura 5.7 Correspondência entre imagem de referência e deformada.	76
Figura 5.8 Exemplo de reconstrução da posição 3-D.....	78
Figura 5.9 Viga retangular submetida à flexão em quatro pontos.....	79
Figura 5.10 Pontos correspondentes para a carga $P = 130$ N (10880 pontos).....	81
Figura 5.11 Pontos correspondentes para a carga $P = 190$ N (10623 pontos).....	81
Figura 5.12 Evolução do erro RMS na componente ε_{xx} em relação à variação do raio de influência d_i e da constante de proporcionalidade α_s	82
Figura 5.13 Evolução do erro RMS na componente ε_{yy} em relação à variação do raio de influência d_i e da constante de proporcionalidade α_s	82
Figura 5.14 Evolução do erro RMS em relação à constante de proporcionalidade α_s na formulação sem malha para $d_i = 2,5$ mm.	83
Figura 5.15 Campo de deformações na direção x obtido pelo método SIFT-Meshless para $P = 190$ N.	84
Figura 5.16 Campo de deformações na direção y obtido pelo método SIFT-Meshless para $P = 190$ N.....	84
Figura 5.17 Modelo de elementos finitos para o Caso N° 1.....	85
Figura 5.18 Comparação entre resultados numérico e experimental para ε_{xx}	85
Figura 5.19 Comparação entre resultados numérico e experimental para ε_{yy}	85
Figura 5.20 Viga engastada com carregamento na extremidade.	86
Figura 5.21 Pontos correspondentes para $P = 4.7$ N (10254 pontos).	87
Figura 5.22 Modelo de elementos finitos para o Caso N° 2.....	87
Figura 5.23 Comparação entre resultados numérico e experimental da distribuição de ε_{xx} ao longo da seção transversal em $x = 0$	88
Figura 5.24 Pontos SIFT utilizados na formulação sem malha (Esq.). Primeira aproximação de ε_{xx} com $\alpha_s = 4$ (Dir.).	89
Figura 5.25 Cálculo do gradiente normalizado de ε_{xx} na direção y	89
Figura 5.26 Variação do gradiente normalizado calculado na direção y para as simulações com raios de entalhe de 1, 5 e 10 mm.	90

Figura 5.27 Função calibrada para determinação do parâmetro α_s .	90
Figura 5.28 Campo de deformações ε_{xx} na direção x obtido pelo método SIFT-Meshless para o Caso N° 2.	91
Figura 5.29 Comparação entre resultados numérico e experimental para a componente de deformação ε_{xx} na direção x .	91
Figura 5.30 Comparação entre resultados numérico e experimental da distribuição de ε_{xx} ao longo da seção transversal em $x = 0$.	92
Figura 6.1 Geometria do corpo de prova utilizado para caracterização do aço 304 (dimensões em milímetros).	94
Figura 6.2 Curva σ - ε de engenharia e real para o aço inox 304.	95
Figura 6.3 Determinação do módulo de elasticidade para o aço inox 304.	95
Figura 6.4 Ajuste do coeficiente H e do expoente h para o aço 304.	96
Figura 6.5 Ajuste de Ramberg-Osgood para o aço 304.	96
Figura 6.6 Geometria do corpo de prova utilizado para o ensaio de flexão (dimensões em milímetros).	97
Figura 6.7 Corpo de prova utilizado no ensaio de flexão em quatro pontos.	97
Figura 6.8 Viga retangular com entalhe semicircular submetida a flexão em quatro pontos.	98
Figura 6.9 Montagem experimental.	98
Figura 6.10 Discretização do modelo do corpo de prova em elementos finitos.	103
Figura 6.11 Exemplo de configuração do modelo de encruamento em ANSYS.	103
Figura 6.12 Região de interesse analisada no <i>software</i> VIC-3D.	104
Figura 6.13 Pontos correspondentes localizados na imagem de referência pelo algoritmo SIFT.	105
Figura 6.14 Nós no domínio do problema e domínio de influência mínimo ($d_i = 2,5$ mm) utilizados na formulação sem malha.	106
Figura 6.15 Campo de deformações na direção horizontal x obtido pelo método SIFT-Meshless para a carga de 4 kN.	106
Figura 6.16 Campo de deformações na direção horizontal x obtido pelo método SIFT-Meshless para a carga de 8 kN.	107
Figura 6.17 Campo de deformações na direção horizontal x obtido pelo	

<i>software</i> VIC-3D para a carga de 4 kN.	107
Figura 6.18 Campo de deformações na direção horizontal x obtido pelo <i>software</i> VIC-3D para a carga de 8 kN.	108
Figura 6.19 Campo de deformações na direção horizontal x obtido pelo <i>software</i> ANSYS para a carga de 4 kN.	108
Figura 6.20 Campo de deformações na direção horizontal x obtido pelo <i>software</i> ANSYS para a carga de 8 kN.	109
Figura 6.21 Comparação entre resultados numérico e experimental para a componente de deformação na direção horizontal x com carga 4 kN.	109
Figura 6.22 Comparação entre resultados numérico e experimental para a componente de deformação na direção horizontal x com carga de 8 kN.	110
Figura 6.23 Comparação de resultados para deformação máxima na direção horizontal x obtidos pelas regras de Neuber e Molsky-Glinka, o Método de Elementos Finitos (ANSYS), e o método SIFT-Meshless.	112
Figura 6.24 Comparação de resultados para deformação máxima na direção horizontal x obtidos pelas regras modificadas de Neuber e Molski-Glinka, e o método SIFT-Meshless.	113
Figura 6.25 Comparação de resultados para K_ϵ obtidos pelas regras de Neuber e Molski-Glinka, regras modificadas de Neuber e Molski-Glinka, e o método de Elementos Finitos (ANSYS).	114
Figura 6.26 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 3$ kN.	115
Figura 6.27 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 4$ kN.	116
Figura 6.28 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 5$ kN.	116
Figura 6.29 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 6$ kN.	116
Figura 6.30 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 7$ kN.	117
Figura 6.31 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 8$ kN.	117
Figura 6.32 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 9$ kN.	117
Figura 6.33 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 10$ kN.	118
Figura 6.34 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 11$ kN.	118
Figura 6.35 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 12$ kN.	118

Lista de tabelas

Tabela 4.1 Algumas bases polinomiais.	60
Tabela 4.2 Erros RMS no cálculo da solução para o problema unidimensional. ..	66
Tabela 4.3 Erros RMS no cálculo da solução do problema bidimensional.	70
Tabela 5.1 Detalhes do processamento das imagens pelo SIFT.	77
Tabela 5.2 Descrição do corpo de prova.	80
Tabela 5.3 Detalhes do processamento SIFT para $P = 130 \text{ N}$	80
Tabela 5.4 Detalhes do processamento SIFT para $P = 190 \text{ N}$	80
Tabela 5.5 Erros RMS obtidos para diferentes funções peso.	83
Tabela 5.6 Descrição do corpo de prova	86
Tabela 5.7 Detalhes do processamento SIFT para $P = 4,7\text{N}$	87
Tabela 6.1 Resultados obtidos para o cálculo do K , linear elástico.	99
Tabela 6.2 Detalhes do processamento SIFT para o corpo de prova metálico....	105
Tabela 6.3 Resultados de máxima deformação na direção horizontal x	110
Tabela 6.4 Análise de incerteza para o método utilizado.	119

Abreviaturas e símbolos

ASTM	<i>American Society for Testing and Materials</i>
CCD	<i>Charge-coupled device</i>
DEM	<i>Diffuse Element Method</i>
DIC	<i>Digital Image Correlation</i>
DoG	<i>Difference of Gaussians</i>
EFG	<i>Element-free Galerkin</i>
FEM	<i>Finite Element Method</i>
FDP	Função Densidade de Probabilidade
MLS	<i>Moving Least Square</i>
SIFT	<i>Scale Invariant Feature Transform</i>
a, b	Constantes da função peso
$a(x)$	Vetor de coeficientes
C	Centro de projeção
D	Função diferença de gaussianas, ou altura da seção reta de uma viga [mm]
Det	Determinante de uma matriz
dm	Dimensão do domínio de influência [mm]
d	Raio de influência [mm]
E	Modulo de elasticidade [GPa]
e_o	Erro
$e(x)$	Erro residual
f	Distância focal
F	Imagem filtrada
G	Módulo de elasticidade ao cisalhamento [GPa]
H	Matriz Hessiana, ou coeficiente de encruamento monotônico [MPa]
h	expoente de encruamento monotônico
I	Imagem de entrada, ou momento de inércia [mm ³]
J	Funcional ou função cujo domínio é um espaço vetorial

k	Constante da função peso
k_1, k_2	Coefficientes de distorção radial
K	Matriz de parâmetros intrínsecos da câmera
K_t	Fator de concentração de tensão linear elástico
K_t^M	Fator de concentração de tensão linear elástico modificado
K_e	Fator de concentração de deformação elastoplástico
K_σ	Fator de concentração de tensão elastoplástico
K_p	Fator de plasticidade do entalhe
L	Comprimento [mm]
L_i, L_s	Comprimento do vão inferior e vão superior [mm]
L_p	Carga de escoamento [MPa]
L_y	Carga de colapso plástico [MPa]
M	Posição de um ponto no espaço
m	Magnitude do gradiente do descritor
\log, \ln	Logaritmos na base 10 e na base e ($e \approx 2.71828$)
r	Razão, ou raio do entalhe [mm]
r_{ij}	Elemento na i -ésima linha e na j -ésima coluna da matriz de rotação
r_d	Raio da distorção radial [<i>pixels</i>]
R	Matriz de rotação
S	Coefficiente <i>skew</i> da câmera
S_y	Resistência ao escoamento [MPa]
u, v	Deslocamentos nas direções dos eixos x e y
P	Carga aplicada [N]
$P(x)$	Base polinomial
P_e, P_d	Raio de projeção esquerda e direita
$sign$	Função sinal
T	Vetor de translação
t	Espessura da peça [mm]

tr	Traço de uma matriz
t_x, t_y, t_z	Componentes de do vetor de translação
$w(x)$	Função peso
α	Autovalor com maior magnitude
α_s	Constante de proporcionalidade
β	Autovalor com menor magnitude
$\phi(x)$	Função de forma
φ	Magnitude do elemento de um descritor
ε	Deformação real
ε_{eng}	Deformação de engenharia
ε_m	Deformação máxima
ε_n	Deformação nominal
$\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{xy}$	Componentes do tensor deformação
ε_n^M	Deformação nominal modificada [MPa]
$\mu\varepsilon$	Abreviatura de "microstrain" ($1\mu\varepsilon = 10^{-6}$ m/m)
ν	Coefficiente de Poisson
π	Plano de imagem da câmera
Θ	Descritor associado a um ponto característico
θ	Ângulo de rotação, ou orientação do gradiente do descritor
σ	Tensão real [MPa]
σ_{eng}	Tensão de engenharia [MPa]
σ_n	Tensão nominal [MPa]
σ_m	Tensão máxima [MPa]
σ_g	Desvio padrão do filtro Gaussiano
σ_n^M	Tensão nominal modificada [MPa]
$\omega_x, \omega_y, \omega_z$	Rotação em torno do eixo x, y e z, respectivamente
ψ	Magnitude do elemento de um descritor

1 Introdução

Em indústrias e projetos de pesquisa, a análise de tensões em componentes e peças estruturais tem um papel importante no controle do funcionamento de vários tipos de estruturas. Todavia, componentes estruturais complexos requerem um processo de análise de tensões capaz de lidar com formas geométricas e tipos de carregamento que não são triviais.

Segundo o princípio de Saint-Venant, as fórmulas clássicas da Resistência dos Materiais só são válidas nas regiões da peça que fiquem longe de transições bruscas de geometria e dos pontos de aplicação das cargas concentradas. Consequentemente, as tensões calculadas por estas fórmulas correspondem a valores nominais, os quais desprezam os efeitos das discontinuidades geométricas (Castro e Meggiolaro, 2009).

De modo geral, componentes mecânicos precisam de discontinuidades ou variações de seção como furos, ombros, rasgos, entre outros, os quais comumente estão associados à funcionalidade da peça. Estes detalhes geométricos são geralmente chamados entalhes, alguns exemplos são mostrados na Fig. 1.1.

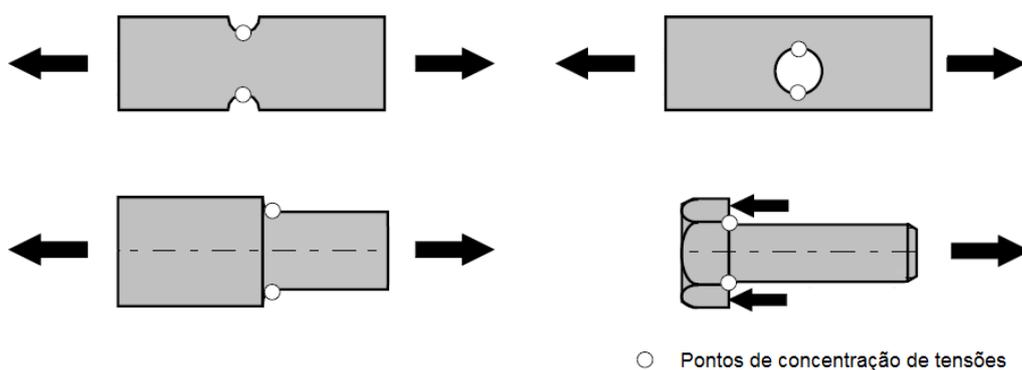


Figura 1.1 Exemplos de regiões com concentração de tensão provocadas pela geometria da peça, com indicação dos pontos críticos (Rosa, 2002).

Sob a ação de cargas, a presença de um entalhe altera significativamente a distribuição de tensões na peça, ocorrendo pontos onde há uma intensificação local do campo de tensões. Estes pontos são vistos como prováveis pontos

críticos, formando o que chamamos de áreas de concentração de tensão, onde a máxima tensão, σ_m , atuante pode ser várias vezes superior à tensão nominal, σ_n , calculada naquela seção da peça (Budynas *et al.*, 2011).

Se as tensões locais se mantiverem dentro do domínio elástico, o seu valor pode ser estimado com base no fator de concentração de tensões, K_t :

$$K_t = \frac{\sigma_m}{\sigma_n} \quad (1.1)$$

Se o estado de tensão local for próximo ou superior à resistência ao escoamento do material, dá-se início ao aparecimento de deformações plásticas irreversíveis que, na presença de carregamentos cíclicos, podem levar à iniciação de trincas por fadiga e, eventualmente, ao colapso estrutural da peça.

Assume-se que o fator de concentração de tensões, K_t , definido para o comportamento elástico, deixa de ter aplicabilidade direta quando se atingem deformações plásticas junto ao entalhe. Assim, dois fatores elastoplásticos de concentração são definidos, um para as tensões, K_σ , e outro para as deformações, K_ϵ (Castro e Meggiolaro, 2009):

$$K_\sigma = \frac{\sigma_m}{\sigma_n} \quad (1.2)$$

$$K_\epsilon = \frac{\epsilon_m}{\epsilon_n} \quad (1.3)$$

Os fatores K_σ e K_ϵ são iguais apenas no caso linear-elástico uniaxial, pois após o início do escoamento na raiz do entalhe, o fator de concentração de tensões, K_σ , tende a diminuir e o fator de concentração de deformações, K_ϵ , tende a crescer como ilustrado na Fig.1.2.

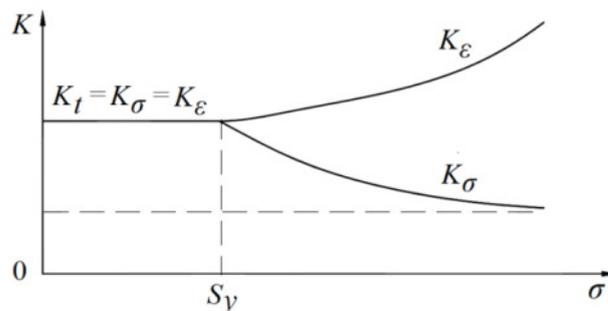


Figura 1.2 Variação K_σ e K_ϵ com a tensão no entalhe.

Portanto, quando os níveis de tensão atingem valores que ultrapassam a resistência ao escoamento do material, a avaliação do ciclo de vida da peça entalhada requer de uma análise elastoplástica que determine os valores reais de tensão e deformação na região do entalhe. Uma análise puramente elástica nestas condições poderia ser extremamente conservadora, em especial se o parâmetro principal para o cálculo de dano for a variação da deformação total.

Em decorrência, há a necessidade de ferramentas adequadas que possibilitem uma avaliação precisa do estado de tensões em pontos críticos de um componente entalhado e de, posteriormente, utilizar corretamente esta informação.

Comumente, esta tarefa é elaborada por métodos analíticos, métodos numéricos e medições experimentais. Não obstante, a medição da tensão não é um procedimento trivial. Um método indireto é medir a deformação e, a partir dela, a tensão no local pode ser calculada usando a lei de Hooke, assumindo um comportamento linear-elástico do material. No entanto, sob condições de escoamento local a relação de proporcionalidade entre a tensão e deformação (i.e. a Lei de Hooke) não é mais válida.

Encontram-se na literatura soluções analíticas clássicas para problemas no regime linear-elástico as quais são utilizadas como referência na validação de modelos numéricos (Timoshenko, 1970; Dally e Riley, 1991). No entanto, soluções de referência analíticas no regime elastoplástico são muito escassas, e conseqüentemente o estudo deste assunto é relevante.

Vários métodos analíticos de aproximação local tais como a regra de Neuber (1961), Molski-Glinka (1985) e Seeger e Heuler (1980) têm sido preferencialmente utilizadas, visando relacionar as tensões e deformações elastoplásticas na raiz do entalhe com as tensões e deformações nominais. Estes métodos de aproximação local são comumente associados a um modelo capaz de quantificar encruamento como, por exemplo, o proposto por Ramberg e Osgood (1943). Contudo, não podem ser utilizados para estimar a distribuição de tensões/deformações em torno do entalhe, pois eles apenas fornecem os valores máximos destas grandezas.

Por outro lado, métodos experimentais permitem a determinação de solicitações a partir de uma medição efetuada diretamente sobre a superfície do material. Entre eles, os extensômetros são os dispositivos mais utilizados para medir solicitações localizadas em uma determinada direção, em termos de

deformações. No entanto, a utilização de extensômetros na medição de altos gradientes está limitada pelo seu tamanho. Embora exista uma tecnologia de extensômetros com dimensões muito reduzidas (e.g. redes de Bragg em fibra óptica), eles apenas forneceriam informações nos pontos do componente onde fossem instalados.

Alternativas ao uso de extensômetros são os métodos ópticos de medição de campos de deslocamento e deformação. A principal vantagem destas técnicas é que a medição não interfere no processo experimental, uma vez que não há nenhum contato com a amostra que está sendo estudada. Além disso, é possível obter medições de campos completos na superfície da peça analisada. Esta característica implica em uma análise mais eficiente, devido à grande quantidade de informações que se obtém em relação às medições pontuais.

Devido à sua simplicidade e versatilidade, a correlação digital de imagens (do inglês *Digital Image Correlation* – DIC) é um dos métodos ópticos mais amplamente utilizados na mecânica experimental. Desenvolvida no início da década de 80 (Sutton *et al.* 1983; Chu *et al.* 1985), a técnica DIC usa procedimentos de rastreamento e registro de imagem para quantificar medidas superficiais de deslocamento e deformações, utilizando uma câmera para medições planares (2D) ou duas câmeras para medições espaciais (3D).

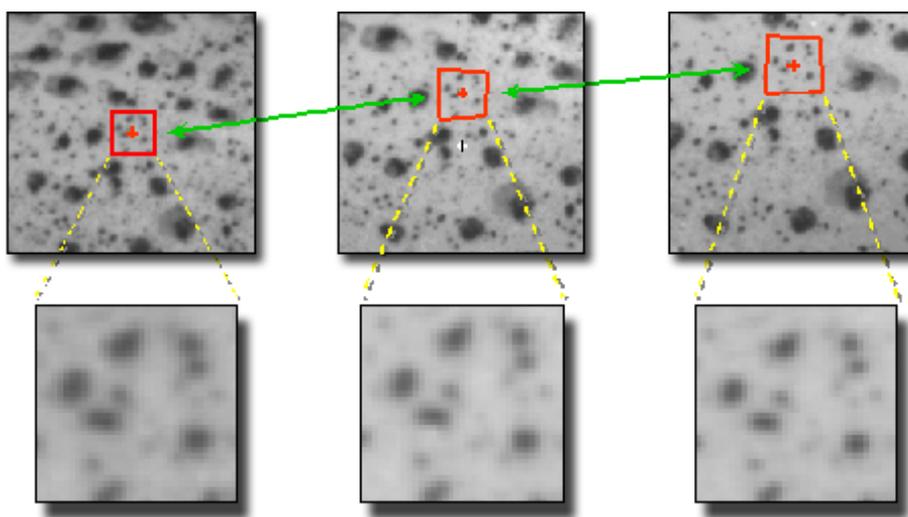


Figura 1.3 Princípio da técnica DIC (Correlated, 2014).

O processo de correlação se inicia com a delimitação de uma região alvo ou subconjunto de *pixels* (indicado pelo retângulo vermelho na Fig. 1.3) em uma

imagem do material antes da deformação. Em seguida, inicia-se um processo de rastreamento pela região homóloga nas imagens do material em estado deformado. A similaridade é medida pela comparação entre os níveis de cinza dos *pixels* das regiões analisadas, utilizando para isso uma função de correlação estatística (e.g. correlação cruzada normalizada). Através do processo de correlação é possível obter grandezas físicas referentes ao elemento, como deslocamento e deformação. A técnica faz uso de um padrão com características aleatórias (normalmente denominado de padrão *speckle*) sobre a superfície do material a ser analisado, como mostrado na Fig. 1.3.

Nas últimas décadas, a técnica DIC vem sendo aprimorada constantemente por vários pesquisadores, devido aos grandes avanços tecnológicos em aquisição e processamento de imagens. Este desenvolvimento tem permitido a sua utilização em diversas aplicações industriais, onde máquinas e estruturas podem ser analisadas quando submetidas a altas temperaturas, cargas cíclicas, vibração, movimento e condições ambientais adversas (Yoneyama *et al.* 2005; Reu *et al.* 2008; Helfrick *et al.* 2011; Malesa *et al.* 2013). Atualmente, existem no mercado *softwares* comerciais robustos baseados no princípio da correlação digital de imagens, como são os desenvolvidos pelas empresas GOM *Optical Measurement Techniques* (GOM, 2014), Dantec *Dynamics* (Dantec Dynamics, 2014), *Correlated Solutions* (Correlated Solutions, 2014), entre outras.

Muitas aplicações desta técnica podem ser encontradas na literatura para medição de deslocamentos e deformações nos regimes elástico e elastoplástico (Sutton *et al.* 2009; Nunes *et al.* 2009; Nunes, 2013; Rodrigues *et al.* 2014; Rodrigues, 2014), incluindo análises em regiões próximas aos concentradores de tensão (Lagattu *et al.* 2004; Shun-Fa *et al.* 2009; Qian *et al.* 2011; Góes *et al.* 2011).

Na Fig. 1.4 é possível observar o campo de deformação ϵ_{xx} medido na superfície do corpo de prova entalhado usando o *software* VIC-3D desenvolvido pela *Correlated Solution*. Nota-se que, por limitações próprias do tipo de processamento da técnica de correlação, só é possível determinar as deformações a partir de uma distância finita da raiz do entalhe, na qual são esperados os máximos valores de deformação. Isto é devido a que nas técnicas DIC, o ponto de medição ou região alvo tem necessariamente uma dimensão geométrica. Em consequência, se a região for demasiado pequena, a informação contida no

subconjunto de *pixels* pode não ser suficiente para ser discriminado de outro subconjunto. Por outro lado, regiões muito grandes podem homogeneizar gradientes de deformação não desprezíveis. Assim, o subconjunto usado nas técnicas de correlação de imagens deve ter um tamanho apropriado determinado pelo usuário.

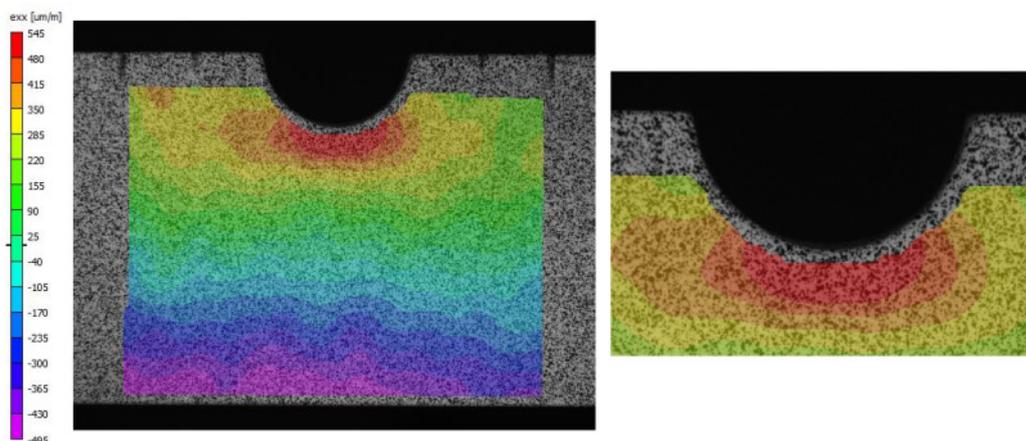


Figura 1.4 Exemplo de análise utilizando o *software* VIC-3D.

Na literatura, os trabalhos de pesquisa oferecem pouca informação sobre os parâmetros que envolvem a técnica de correlação, os quais se tornam mais críticos à medida que o gradiente de deformações no espécime aumenta, o que impede fazer uma avaliação mais aprofundada da real exatidão da metodologia empregada. Portanto, destaca-se a importância de se ter ferramentas alternativas aos métodos já existentes, visando fornecer soluções confiáveis, principalmente, no estudo de problemas crônicos estruturais como são as concentrações de tensões.

Na visão computacional, uma alternativa a representar cada recorte da imagem pelo vetor de intensidades de seus *pixels*, como feito na correlação de imagens digitais, consiste em calcular um descritor com informações relevantes dos *pixels* vizinhos, tais como orientação e magnitude das bordas, localização, entre outros. Desta forma, a identificação dos recortes é feita somente com base na informação contida nos descritores. Vários descritores de região são propostos e avaliados em Mikolajczyk e Schmid (2005). Dentre estas abordagens, a técnica conhecida como SIFT (do inglês *Scale Invariant Feature Transform*) é uma das mais utilizadas na visão computacional desde que foi introduzida por David Lowe em 1999 (Lowe, 1999; Lowe, 2004).

A técnica SIFT tem a capacidade de detectar e extrair características relevantes em uma imagem, construindo descritores robustos invariantes a diversas transformações, como rotação, translação, escala, além de possuírem robustez a ruído e iluminação. Tais propriedades são desejáveis para estabelecer correspondências entre diferentes imagens de um objeto ou cena. Um aspecto importante desta técnica é a extração de um grande número de características que cobrem densamente a imagem. No entanto, os descritores produzidos são altamente distintos. Esta característica permite que um determinado ponto extraído seja corretamente localizado, com alta probabilidade de acerto, em um banco de dados com descritores de diversas imagens. Muitos trabalhos utilizando SIFT têm sido desenvolvidos em diversas aplicações, principalmente na área da robótica (Lee e Song, 2010; Nigri *et al.* 2010; Castle e Murray, 2011). No entanto, até 2010 não houve aplicação desta técnica em problemas de mecânica estrutural.

No trabalho desenvolvido por Gonzáles (2010) foi iniciado o estudo da aplicação da técnica SIFT na medição visual de deformações no espaço bidimensional. Nesse trabalho, os descritores SIFT são utilizados para localização de pontos homólogos em imagens da superfície de um material, em estágios diferentes de deformação mecânica. Assim, medições de deslocamento podem ser obtidas através do seguimento dos pontos correspondidos entre duas imagens, sendo uma antes da deformação e outra no estado deformado (vide Fig. 1.5). A formulação da solução apresentada combina os dados fornecidos pelo SIFT e o método linear de mínimos quadrados para o ajuste de uma função objetivo proposta, resultando em uma função deslocamento, a partir da qual os parâmetros de deformação podem ser estimados.

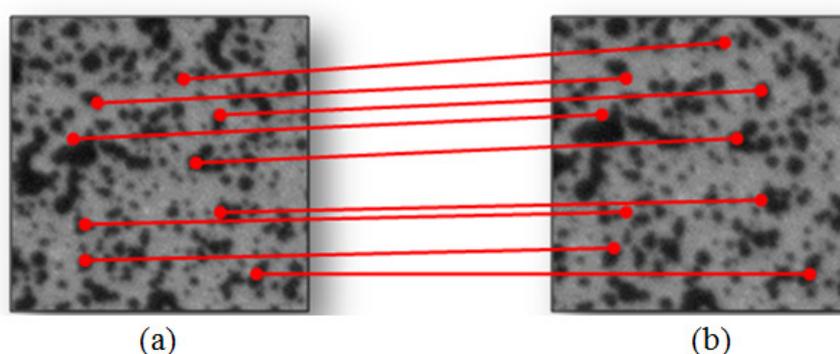


Figura 1.5 Exemplo de correspondência utilizando o algoritmo SIFT. (a) imagem original e (b) imagem deformada.

Na parte experimental foi utilizada uma câmera fixada perpendicularmente ao modelo para adquirir as imagens. As superfícies dos corpos de prova testados foram previamente preparadas, com o objetivo de produzir um padrão aleatório similar ao utilizado nas técnicas tradicionais de correlação de imagens. O padrão gerado possui uma textura suficientemente rica de detalhes que podem ser facilmente extraídos pelo SIFT, e que podem ser localizados em outras imagens do mesmo objeto com base na similaridade entre descritores, como mostrado na Fig. 1.5.

No entanto, a metodologia apresentada por Gonzáles (2010) não pode ser aplicada em situações de comportamento mecânico não-linear da peça (e.g. plasticidade ou na presença de gradientes de deformação muito elevados), onde erros significativos podem ser introduzidos no processo de ajuste a uma única função-objetivo que represente o comportamento da estrutura monitorada.

Uma ideia bastante utilizada na engenharia para resolver um problema complexo é subdividi-lo em uma série de problemas mais simples. Com este objetivo, uma alternativa é discretizar o domínio, reduzindo o problema a pequenas aproximações que podem ser funções polinomiais com grau razoável de ajuste nos elementos discretizados a partir da geometria do problema. Esta definição é a premissa básica do Método de Elementos Finitos (MEF). No entanto, uma das principais dificuldades da aplicação do MEF seria a geração de uma malha eficiente que represente bem o problema e, como visto na Figura 1.5, a distribuição quase aleatória dos pontos fornecidos pelo algoritmo do SIFT impõe uma maior dificuldade na geração da malha. Em geral, muitos dos pontos detectados pelo SIFT gerariam elementos com razão de aspecto desfavorável para a aplicação do MEF, caso fossem utilizados para constituir os nós da malha.

Para resolver este problema, outra classe de métodos de discretização que não envolvem nenhum tipo de malha é utilizada. Os métodos sem malha (*meshless/meshfree methods*) são bastante similares aos métodos de elementos finitos, contudo sua característica principal é definida em contraposição aos métodos com malha. Estes métodos são caracterizados principalmente por não exigirem uma malha para representar o domínio do problema, dependendo apenas de um conjunto de nós espalhados no seu interior (Liu, 2005; Liu e Gu, 2009). Esta flexibilidade permite que os pontos SIFT sejam selecionados como nós em

uma formulação sem malha. Assim, os problemas associados com a geração de malha são eliminados.

Aplicações mecânicas que incorporam métodos de correlação de imagens e métodos sem malha para medição de campos de deslocamento e deformação podem ser encontradas em Andrianopoulos (2006) e Andrianopoulos *et al.* (2006). Nestes trabalhos foi utilizada uma técnica de rastreamento baseado no cálculo do centróide de pontos inseridos na superfície do material utilizando marcadores. Logo, uma formulação sem malha proposta por Belytschko *et al.* 1994, o método de EFG (do inglês *Element-Free Galerkin Method*), é utilizada para modelagem do campo de deformações. O método de EFG é um dos métodos sem malha mais utilizados na solução de problemas da mecânica dos sólidos (Dolbow e Belytschko, 1998; Belytschko *et al.* 1996, Nguyen *et al.* 1998). As funções de aproximação são definidas baseadas no conceito de mínimos quadrados móveis, apresentado por Lancaster e Salkaukas (1981).

Na metodologia proposta nesta tese, propõe-se a incorporação do algoritmo SIFT no processo de correlação. A vantagem da utilização do SIFT está na sua robustez e automação nas correlações. Além disso, o método é capaz de detectar um número muito grande de pontos, o que facilita o processo de correspondência de pontos homólogos. Seguidamente, é utilizada uma formulação sem malha semelhante à proposta por Belytschko *et al.* 1994. A formulação foi adaptada para utilização dos pontos SIFT como nós na interpolação da função de deslocamento e suas derivadas. A escolha dos parâmetros presentes na formulação sem malha, os quais serão discutidos ao longo desta tese, é automatizada através de uma metodologia proposta adequada para fornecer resultados confiáveis, em particular visando medições em regiões de altos gradientes de deformação.

Na configuração experimental do método proposto, é considerado um sistema de visão estereoscópica baseado em um sistema de aquisição binocular, responsável pela aquisição das imagens. A partir das duas câmeras posicionadas de forma adequada, com suas posições e direcionamentos conhecidos, é possível determinar a posição tridimensional de qualquer ponto neste espaço, utilizando-se para isto técnicas de triangulação.

Finalmente, a metodologia proposta foi validada a partir do estudo do comportamento elastoplástico das deformações próximas ao entalhe em um corpo de prova submetido à flexão em quatro pontos. Os resultados com o programa

desenvolvido foram comparados com uma análise utilizando modelos semi-empíricos de previsão de efeitos de concentração de tensões, simulações com programas comerciais de Elementos Finitos e medições feitas com o sistema de medição visual VIC-3D da *Correlated Solutions*.

1.1. Objetivos

O principal objetivo deste trabalho consiste em desenvolver um sistema de correlação de imagens capaz de avaliar o efeito da plastificação em entalhes com gradientes de deformação controlada, modelando o seu estado de deformação e apresentando uma solução confiável, visando novas investigações na área da mecânica estrutural.

Na metodologia a ser desenvolvida, propõe-se a utilização de técnicas avançadas em visão computacional para medição de campos de deslocamentos em corpos de prova, em particular a técnica SIFT, ao invés de correlacionar as imagens diretamente com o uso de sub-janelas (técnicas de correspondência baseadas em áreas), como feito nos sistemas de medição existentes.

1.1.1. Objetivos Específicos

- Desenvolver um sistema de medição visual para determinar campos completos de deformação, localizando os pontos mais solicitados.
- Incorporar o uso de técnicas avançadas em visão computacional, o que permitirá análises estruturais no espaço bidimensional e tridimensional.
- Aumentar a acurácia do sistema de medição propondo uma formulação robusta e eficiente.
- Implementar a metodologia em uma plataforma computacional, de modo a facilitar a sua utilização em pesquisas futuras.

1.2. Organização da Tese

O segundo capítulo relata os princípios do algoritmo SIFT e sua aplicação para medição visual de deformações na detecção de pontos-chaves a serem

correlacionados nas imagens. No terceiro capítulo é descrita a fundamentação teórica relacionada à estereoscopia, onde são apresentadas as equações necessárias para identificar a posição 3-D de cada ponto-chave a partir de um par de imagens estéreo. No quarto capítulo são discutidos modelos e técnicas empregadas no desenvolvimento da formulação de métodos sem malha, que utilizarão como nós os pontos-chaves identificados para calcular campos de deslocamentos e deformações. No quinto capítulo são descritas as etapas envolvidas na implementação da metodologia proposta, que integra as técnicas apresentadas nos capítulos anteriores, incluindo experimentos preliminares em corpo de prova de policarbonato para otimização dos parâmetros do modelo. No sexto capítulo são apresentados os resultados experimentais em corpos de prova de aço inox 304 sob condições elásticas e elastoplásticas, obtidos através da aplicação do programa computacional desenvolvido. E, finalmente, no sétimo capítulo são apresentadas as conclusões finais desta pesquisa e recomendações para trabalhos futuros.

2 SIFT (Scale Invariant Feature Transform)

O SIFT é um algoritmo de visão computacional proposto e publicado pelo pesquisador David Lowe (Lowe, 1999), professor do departamento de Ciência da Computação na *University of British Columbia* no Canadá.

Neste trabalho foi utilizada a implementação do algoritmo SIFT disponibilizada pelo seu autor no site <http://www.cs.ubc.ca/~lowe/keypoints/>. Esta implementação consiste de um programa na linguagem C que localiza e extrai características relevantes de duas imagens selecionadas, fornecendo descritores invariantes a diversas transformações, como rotação, translação, escala, além de possuírem robustez a ruído e iluminação.

A seguir, são apresentadas de forma resumida as etapas que compõem este método e, na parte final do capítulo, é descrito como é feito o emparelhamento de pontos homólogos utilizando os descritores SIFT, processo chamado de *matching*.

Uma descrição completa do algoritmo pode ser encontrada em (Lowe, 2004), (Lowe, 2001) e (Lowe, 1999).

2.1. Etapas do SIFT

A construção dos descritores SIFT é feita por meio de quatro etapas principais. As duas primeiras descrevem a parte do detector e as duas seguintes descrevem a formação do descritor.

2.1.1. Detecção de Extremos

O primeiro passo consiste na construção de uma pirâmide de imagens, como detalhado a seguir. A partir de uma imagem de entrada, $I(x, y)$, novas versões da imagem são geradas pela aplicação sucessiva de um filtro de suavização Gaussiano, $G(x, y, \sigma_g)$, conforme mostra a equação abaixo:

$$F(x, y, \sigma_g) = G(x, y, \sigma_g) * I(x, y) \quad (2.1)$$

onde σ_g denota o desvio padrão do filtro Gaussiano e define a escala ou nível da imagem filtrada $F(x, y, \sigma_g)$.

O conjunto de imagens resultantes é chamado de oitava. Seguidamente, uma destas imagens tem seu tamanho reduzido à metade e serve de entrada para a próxima geração de oitavas. O processo pode ser repetido várias vezes até que se obtenha o número de oitavas desejado, formando-se assim uma pirâmide, como mostrada na Fig. 2.1.

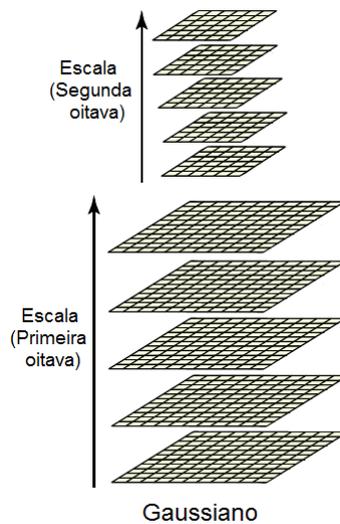


Figura 2.1 Pirâmide de Gaussianas.

A utilização da função gaussiana tem o objetivo de obter amostras da imagem, onde detalhes indesejados são suavizados ou eliminados e características fortes são realçadas. A variação de σ_g permite encontrar tais características em diferentes escalas.

Depois da geração da pirâmide de Gaussianas, em cada oitava é calculada a diferença entre imagens filtradas com escalas variadas por uma constante k . Esta operação é implementada usando uma função DoG (*Difference of Gaussian*) definida por:

$$D(x, y, \sigma_g) = F(x, y, k\sigma_g) - F(x, y, \sigma_g) \quad (2.2)$$

onde $k\sigma_g$ e σ_g representam escalas adjacentes da pirâmide Gaussiana.

O resultado da aplicação da Eq. (2.2) é a chamada pirâmide de diferença de Gaussianas, mostrada na Fig. 2.2. O seguinte passo é detectar valores de máximo

ou mínimo locais em cada nível da pirâmide, chamados de extremos, o que confere ao método invariância quanto à escala.

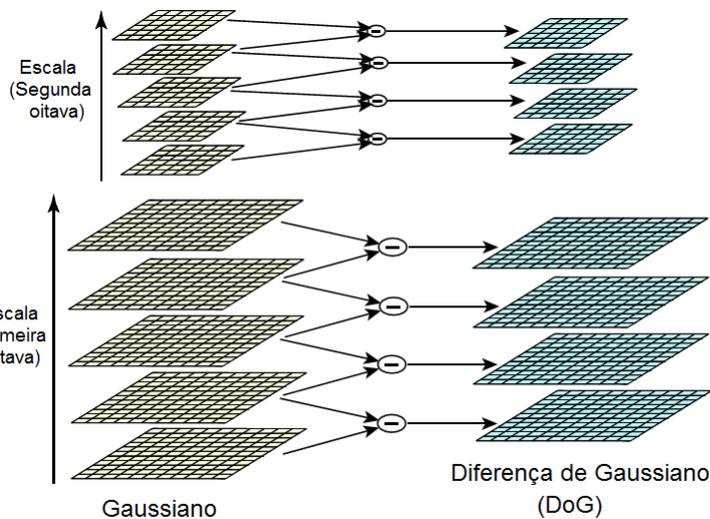


Figura 2.2 Processo de construção das imagens resultantes da Diferença de Gaussianas DoG.

Os extremos podem ser filtrados com ajuda da pirâmide de diferenças Gaussianas. Na Figura 2.3, por exemplo, a intensidade do *pixel* marcado como "X" é comparada com a dos seus vizinhos marcados como "O" na própria escala e nas escalas adjacentes. Desta forma, é feita a seleção dos pontos candidatos a serem pontos-chave.

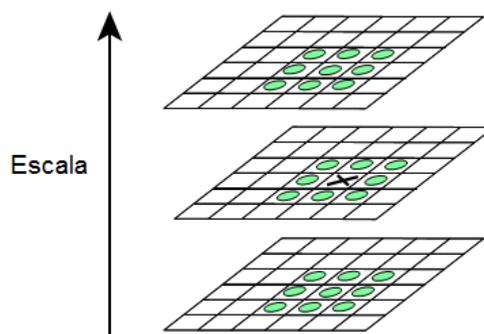


Figura 2.3 Detecção de extremos nas escalas adjacentes.

2.1.2. Localização Precisa dos Pontos-chave

Todos os pontos candidatos detectados na etapa anterior são ajustados para a localização, escala e razão das curvaturas principais. Isto permite retirar aqueles

que possuem baixo contraste, sensíveis a ruídos, ou aqueles mal localizados ao longo de uma aresta.

Para aumentara exatidão da localização em que foi detectado um extremo, uma superfície de segunda ordem é ajustada ao ponto de amostragem local de modo a determinar uma localização interpolada do máximo. Esta abordagem faz uso de uma expansão por séries de Taylor da função D , deslocada de modo que a origem seja o ponto de amostragem:

$$D(\mathbf{x}) = D + \frac{\partial D^T}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{x} + \frac{1}{2} \mathbf{x}^T \frac{\partial^2 D}{\partial \mathbf{x}^2} \mathbf{x} \quad (2.3)$$

onde D e suas derivadas são calculadas no ponto de amostragem e, $\mathbf{x} = (x, y, \sigma)^T$ é o deslocamento (*offset*) em relação a este ponto.

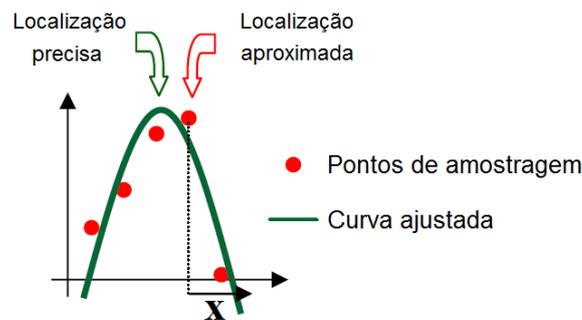


Figura 2.4 Localização precisa do ponto-chave.

A localização e a escala em que a função D alcança seu valor extremo passam a ser os novos valores de localização e escala do ponto sob análise. A localização do extremo, $\hat{\mathbf{x}}$, é estimada calculando-se a derivada da Eq. (2.3) em relação a \mathbf{x} e igualando o resultado a zero, obtendo:

$$\hat{\mathbf{x}} = - \left(\frac{\partial^2 D}{\partial \mathbf{x}^2} \right)^{-1} \frac{\partial D}{\partial \mathbf{x}} \quad (2.4)$$

Como resultado, tem-se um sistema linear 3×3 , solucionado por mínimos quadrados. Se $\hat{\mathbf{x}} > 0.5$, isto indica que o extremo está mais próximo de outro ponto. Neste caso, o ponto é realocado e uma nova interpolação é realizada.

Substituindo a Eq. (2.4) na Eq.(2.3), obtém-se o valor da função no extremo, $D(\hat{\mathbf{x}})$. Assim, tem-se

$$D(\hat{\mathbf{x}}) = D + \frac{1}{2} \frac{\partial D^T}{\partial \mathbf{x}} \hat{\mathbf{x}} \quad (2.5)$$

Este parâmetro é utilizado para rejeitar pontos instáveis de baixo contraste através de um limiar previamente definido. Mediante testes experimentais, Lowe sugere um limiar de 0.03, assumindo que os *pixels* estão normalizados entre valores de 0 e 1.

Todavia, fazer o refinamento por um limiar ainda não é suficiente, pois a função DoG possui altos valores de resposta ao longo de arestas, mesmo que a localização ao longo da borda seja mal determinada.

Para solucionar esse problema, calcula-se a razão entre curvaturas, partindo do pressuposto que: um pico mal definido na função DoG forma uma grande curvatura principal do lado oposto da borda e uma pequena curvatura na direção perpendicular.

Para isto, utiliza-se uma matriz Hessiana 2×2 , H , na localização e escala do ponto-chave na função D .

$$H(x, y) = \begin{bmatrix} D_{xx} & D_{xy} \\ D_{xy} & D_{yy} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

onde D_{xx} , D_{yy} e D_{xy} são as derivadas parciais de segunda ordem da função D .

Como os autovalores de H são proporcionais às principais curvaturas de D , calcula-se a razão entre o traço (soma dos autovalores) e o determinante (produto dos autovalores) de H .

Considerando-se α o autovalor com maior magnitude e β o de menor magnitude, é possível calcular a soma e o produto destes autovalores:

$$\frac{Tr(H)^2}{Det(H)} = \frac{(D_{xx} + D_{yy})^2}{D_{xx}D_{yy} - (D_{xy})^2} = \frac{(\alpha + \beta)^2}{\alpha\beta} \quad (2.7)$$

Seguidamente, considera-se r como a razão entre o autovalor de maior magnitude e o de menor, de modo que $\alpha = r\beta$, tem-se

$$\frac{Tr(H)^2}{Det(H)} = \frac{(r+1)^2}{r} \quad (2.8)$$

Se o determinante é negativo, isto significa que as curvaturas possuem sinais diferentes e o ponto sob análise é descartado. Para definir quais pontos serão pontos-chave, aplica-se um limiar na razão de curvaturas, i.e.

$$\frac{Tr(H)^2}{Det(H)} < \frac{(r_{max} + 1)^2}{r_{max}} \quad (2.9)$$

Lowe propõe o uso de $r_{max} = 10$, assim eliminam-se pontos instáveis próximos a extremidades, descartando-se pontos abaixo de determinado limiar. Um exemplo de detecção e localização de pontos-chaves é mostrado na Fig. 2.5.



Figura 2.5 Exemplo de detecção de pontos-chaves. Imagem original (esquerda) e 9250 pontos localizados (direita).

2.1.3. Atribuição da Orientação dos Descritores

Nesta etapa, a cada ponto-chave é atribuída uma orientação correspondente à direção predominante do gradiente em torno do ponto-chave. Para tanto, seleciona-se a imagem filtrada, $F(x, y, \sigma_g)$, no nível da pirâmide Gaussiana com a escala mais próxima ao ponto-chave avaliado. A seguir, a magnitude $m(x, y)$ e a orientação $\theta(x, y)$ do gradiente na vizinhança em torno de cada ponto são calculados por:

$$m(x, y) = \sqrt{L_1^2 + L_2^2} \quad (2.10)$$

$$\theta(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{L_2}{L_1}\right) \quad (2.11)$$

onde:

$$F_1 = F(x+1, y) - F(x-1, y) \quad (2.12)$$

$$F_2 = F(x, y+1) - F(x, y-1) \quad (2.13)$$

Para cada região, monta-se um histograma de orientações do gradiente dividido em 10 intervalos, cobrindo todas as orientações possíveis de 0° a 360° , como mostrado na Fig. 2.6. Na montagem dos histogramas, a contribuição de cada ponto da vizinhança é ponderada por uma série de pesos. O primeiro, conforme uma função de distância normalizada entre a orientação dos *pixels* e a orientação do ponto-chave; o segundo, com base na magnitude do gradiente; e o terceiro, usando uma janela Gaussiana circular com desvio padrão 1,5 vezes maior do que a escala do ponto-chave. Com esses pesos, o histograma é atualizado.

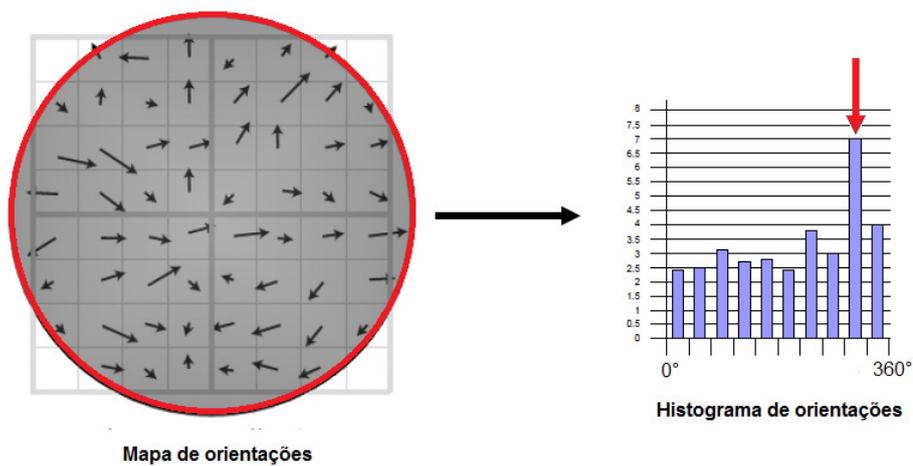


Figura 2.6 Determinação da orientação principal do ponto-chave.

Os picos no histograma de orientação representam as direções dominantes dos gradientes locais. Além do pico máximo, também são usados, para definir a orientação, os picos com valor acima de 80% em relação ao maior. No final, ainda se aplica um ajuste parabólico aos três valores mais próximos de cada pico, a fim de interpolar a posição com melhor exatidão.

A Fig. 2.7 mostra as orientações calculadas para cada ponto-chave localizado na imagem. Ao se atribuir uma orientação consistente para cada ponto-chave, podem-se representar os descritores em relação à orientação calculada, conseguindo-se assim invariância à rotação.

Finalmente, é possível construir os descritores para cada ponto-chave definido, que agora possui quatro dimensões: posição em x , posição em y , escala e orientação.

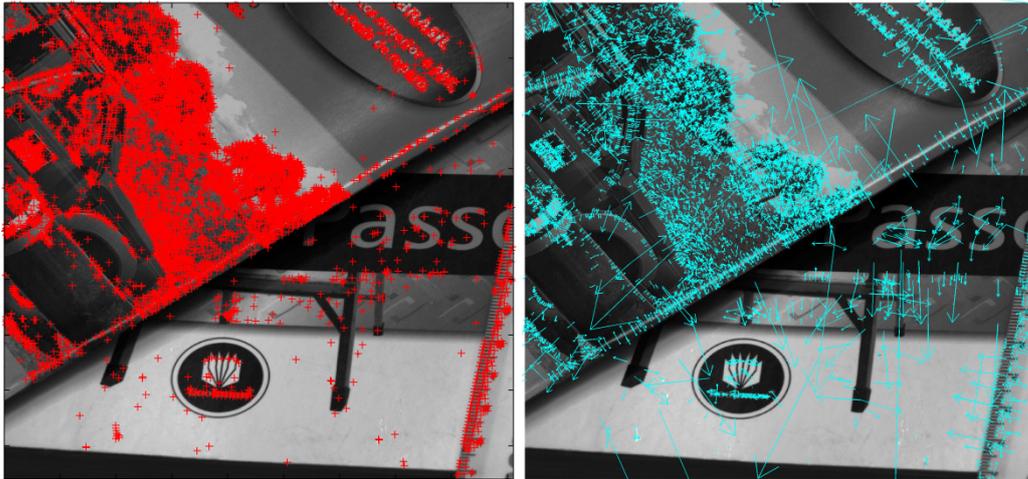


Figura 2.7 Exemplo da atribuição das orientações dos pontos-chave, localizados na imagem da esquerda, representadas por vetores na imagem da direita.

2.1.4. Construção do Descritor Local

Nesta etapa são calculados os descritores dos pontos-chave determinados na etapa anterior. Inicialmente, são calculados os gradientes em uma vizinhança ao redor de cada ponto-chave, os quais são ilustrados com pequenas setas no lado esquerdo da Fig. 2.8. Para isto, uma janela de suavização Gaussiana com desvio padrão igual à metade da janela do descritor é utilizada para dar peso à magnitude do gradiente de cada ponto vizinho. O Gaussiano evita mudanças súbitas do descritor a pequenas mudanças na posição da janela, e também reduz a ênfase nos gradientes mais afastados, que são os mais afetados por erros.

Depois de efetuada a suavização dos gradientes, a vizinhança em torno do ponto-chave é dividida em $n \times n$ regiões de $m \times m$ pixels. Para cada região, monta-se um histograma para 8 direções com base nas magnitudes dos pixels, a partir do qual o descritor é construído. Para o caso de um conjunto 4×4 de histogramas com 8 células de acumuladores, gera-se um vetor resultante de 128 elementos para cada ponto-chave, conforme mostrado na Fig. 2.8.

É importante notar que as orientações dos gradientes são medidas em relação à orientação do ponto-chave. Dessa forma, o uso de direções relativas ao invés de direções absolutas faz com que o descritor seja invariante quanto à rotação.

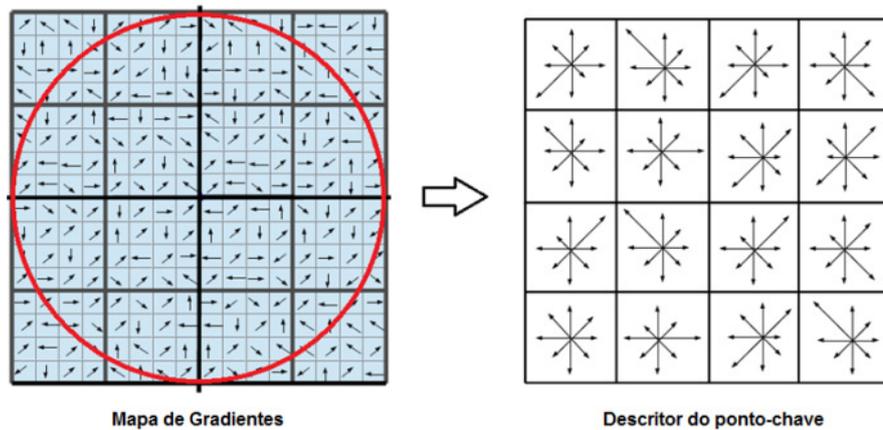


Figura 2.8 Construção do descritor SIFT.

Todavia, duas imagens de um mesmo objeto podem possuir variações de luminosidade que modifiquem sensivelmente os descritores obtidos. Para evitar isto, o vetor é normalizado e impõe-se um limiar máximo para que as direções com magnitudes muito acentuadas não prevaleçam na representação do descritor. Depois, o vetor é normalizado novamente. Este passo visa obter a invariância à iluminação.

Finalmente, para cada imagem são construídos diversos descritores, cada um referente a um ponto-chave. Tem-se como resultado, um conjunto de descritores robustos para identificar unicamente cada ponto-chave, que podem ser utilizados em processos de correspondência com outras imagens.

2.2.

Matching ou Casamento de Pontos Correspondentes

O conceito de *matching* envolve procurar os pontos em comum em cada uma das imagens, baseado na semelhança dos descritores. Normalmente, os candidatos à melhor correspondência são descritores similares, de maneira que os melhores candidatos podem ser escolhidos através do algoritmo do vizinho mais próximo.

A tarefa de se encontrar pontos correspondentes entre as duas imagens pode ser definida como se segue. Dadas duas imagens I_1 e I_2 , com descritores representados por $des1_i$ e $des2_j$, respectivamente, onde i e j são os índices dos descritores para cada imagem. Assim,

$$des1_i = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3 \dots \varphi_{128}) \quad (2.14)$$

$$des2_j = (\psi_1, \psi_2, \psi_3 \dots \psi_{128}) \quad (2.15)$$

onde φ e ψ são as magnitudes de cada elemento do descritor.

O vizinho mais próximo do descritor $des1_i$ para um i dado é definido pelo descritor $des2_j$ que possua a menor distância Euclidiana em relação a $des1_i$. Ou seja, se deseja encontrar j que minimize a função:

$$|des1_i - des2_j| = \sqrt{((\varphi_1 - \psi_1)^2 + (\varphi_2 - \psi_2)^2 + \dots + (\varphi_{128} - \psi_{128})^2)} \quad (2.16)$$

Isto é feito para todo i , de modo a serem encontrados todos os pares de descritores correspondentes. No entanto, alguns pontos instáveis são detectados ao longo do processo, levando a falsas correspondências. Para a eliminação desse problema, um método para comparar a menor distância com a segunda melhor distância é usado, selecionando somente correspondentes próximos de um limiar:

$$limiar = \frac{\text{vizinho mais próximo}}{\text{segundo vizinho mais próximo}} \quad (2.17)$$

Na Fig. 2.9 são apresentadas as funções de densidade de probabilidade típicas para correspondências estabelecidas com sucesso e falsas correspondências, em termos da relação entre as distâncias ou limiar.

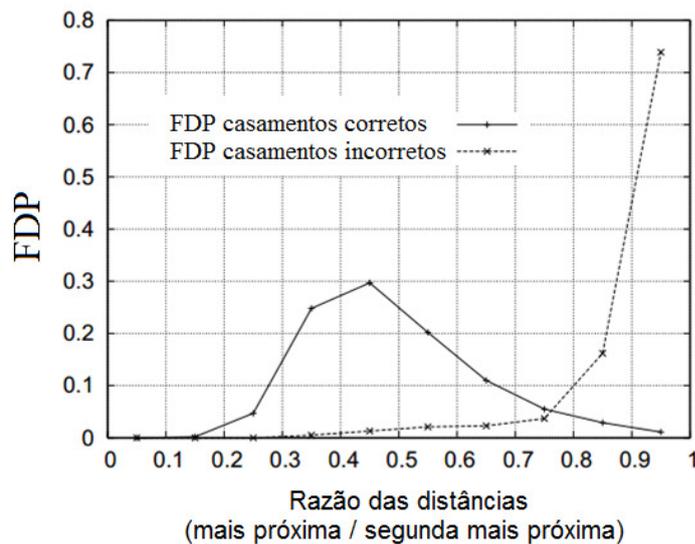


Figura 2.9 Função densidade de probabilidade típica para correspondência de pontos SIFT (Lowe, 2004).

Por exemplo, um limiar de 0,8 elimina em média 90% das falsas correspondências em diversas imagens estudadas, porém apenas descartando

menos de 5% das correspondências corretas. Portanto, as correspondências são assim eficientemente refinadas e os falsos pares são descartados.

Neste trabalho, com o objetivo de reduzir custo computacional, calcula-se o produto escalar entre os descritores ao invés das distâncias Euclidianas. Verifica-se que o cálculo do produto escalar é uma boa aproximação em relação às distâncias Euclidianas para pequenos ângulos.

Um exemplo do processamento da técnica SIFT e do algoritmo para emparelhamento de pontos correspondentes pode ser observado na Fig. 2.10.



Figura 2.10 Exemplo de *matching* entre duas imagens utilizando o algoritmo SIFT.

No capítulo seguinte, fundamentos de estereoscopia são apresentados para permitir a localização tridimensional dos pontos-chave localizados, identificando os deslocamentos nas três dimensões.

3 Estereoscopia

Estereoscopia é uma técnica usada na visão computacional para obter informações do espaço tridimensional, através da análise de duas imagens capturadas simultaneamente em pontos diferentes (Trucco e Vierri, 2003).

De maneira geral, um sistema de visão estereoscópica precisa tratar de três problemas principais: calibração, correspondência e reconstrução.

Na calibração, procura-se determinar os parâmetros que descrevem o sistema de aquisição utilizado. O problema da correspondência consiste em determinar qual elemento na imagem capturada sob um ponto de vista corresponde a um dado elemento na imagem capturada sob outro ponto de vista. Por sua vez, através da reconstrução, procura-se recuperar a informação de profundidade com base nos parâmetros obtidos na etapa de calibração e nos pares de pontos correspondentes obtidos na etapa de correspondência.

O presente capítulo apresenta modelos, técnicas e soluções relacionadas aos problemas da estereoscopia. Inicialmente, um modelo matemático bem detalhado de uma câmera é descrito. Esse modelo relaciona um ponto no plano da câmera com uma reta no espaço 3D. E no final do capítulo, mostra-se que a estereoscopia é baseada na localização de um ponto 3D no espaço através das projeções desse ponto em duas imagens e na intersecção das retas associadas a essas duas projeções.

3.1. Modelo da Câmera

A maior parte dos algoritmos desenvolvidos para visão computacional parte do princípio que o modelo da câmera segue o modelo *pinhole* ("buraco de agulha"), apresentado na Fig. 3.1.

O modelo *pinhole* é composto por um plano π (plano da imagem), e por um ponto C no espaço (centro de projeção da câmera). A distância entre o plano da imagem e o centro de projeção é medida por um parâmetro da câmera

denominado distância focal, geralmente representado por f . A reta que passa por C perpendicular ao plano π é denominada eixo óptico, e a interseção entre π e o eixo óptico é denominada ponto principal, c . O sistema de coordenadas 3-D, cuja origem é C , onde o plano π é ortogonal ao eixo Z , é conhecido como sistema de coordenadas da câmera.

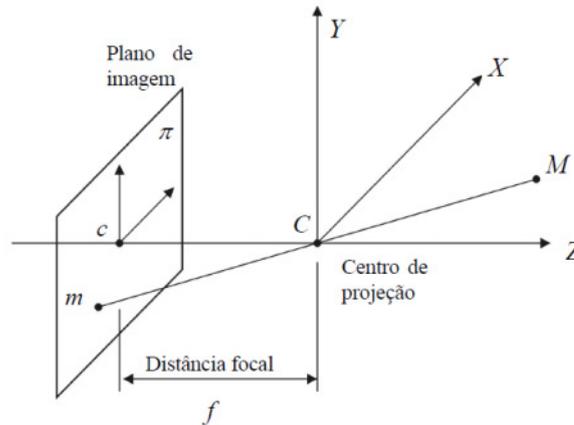


Figura 3.1 Geometria do modelo de câmera *pinhole*.

Na Fig. 3.1, por semelhança de triângulos, podemos calcular a relação entre um ponto no espaço $M = [X, Y, Z]^T$ e a sua projeção $m = [x, y]^T$ no plano da imagem,

$$m = \begin{pmatrix} f \frac{X}{Z} & f \frac{Y}{Z} \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Em diferentes aplicações, algoritmos de visão computacional utilizados na recuperação de informação da cena observada são necessários para relacionar as coordenadas dos pontos 3-D no mundo com as coordenadas de sua projeção no plano da imagem. As expressões definidas na Eq. 3.1 descrevem estas relações com base no sistema de coordenadas da câmera. No entanto, o sistema de coordenadas de interesse pode ser diferente do sistema da câmera. A origem do sistema pode estar definida por um marco do ambiente e apresentar qualquer orientação, conhecidos na literatura de visão computacional como sistema de coordenadas do mundo.

A relação entre as coordenadas de um ponto no mundo e as coordenadas de sua projeção na imagem envolve dois grupos de parâmetros, chamados parâmetros intrínsecos e extrínsecos.

3.1.1. Parâmetros Intrínsecos

Os parâmetros intrínsecos relacionam as coordenadas em *pixels* de um ponto no sistema de coordenadas da imagem com as suas correspondentes no sistema de coordenadas da câmera. Estes parâmetros caracterizam as influências ópticas, geométricas e digitais da câmera utilizada.

Para o modelo de câmera *pinhole*, podemos considerar três conjuntos de parâmetros intrínsecos principais.

O primeiro conjunto é formado pela distância focal, f , que representa a distância em *pixels* entre o centro de projeção e o plano da imagem.

O segundo conjunto de parâmetros é diretamente empregado na transformação de um ponto no sistema de coordenadas da imagem em *pixels* (x_{im} , y_{im}) para o sistema de coordenadas da câmera (x^c , y^c) de acordo com as seguintes relações (Trucco e Verri, 1998):

$$x^c = -(x^{im} - o_x) s_x \quad (3.2)$$

$$y^c = -(y^{im} - o_y) s_y \quad (3.3)$$

onde (o_x , o_y) são as coordenadas em *pixels* do centro da imagem e (s_x , s_y) o tamanho efetivo do *pixel* em milímetros nas direções horizontal e vertical.

O terceiro conjunto de parâmetros intrínsecos está relacionado com as distorções geométricas introduzidas pelo conjunto óptico utilizado. Na maioria dos casos, tais influências ópticas podem ser modeladas como simples distorções radiais utilizando-se as seguintes relações (Hartley e Zisserman, 2003):

$$x^c = -x_d (1 + k_1 r_d^2 + k_2 r_d^4) \quad (3.4)$$

$$y^c = -y_d (1 + k_1 r_d^2 + k_2 r_d^4) \quad (3.5)$$

com

$$r_d^2 = x_d^2 + y_d^2 \quad (3.6)$$

onde (x_d , y_d) são as coordenadas dos pontos distorcidos e k_1 e k_2 correspondem aos coeficientes de distorção.

Pode-se observar nas Eqs. (3.4) e (3.5) que a distorção é sempre nula no centro da imagem, e aumenta conforme o distanciamento do centro. Os coeficientes de distorção são, geralmente, muito pequenos. Sendo assim, a distorção radial pode ser desprezada quando alta precisão não é necessária em todas as regiões da imagem, ou quando os pontos periféricos são descartados. Todavia, como k_2 é bem menor que k_1 , é possível considerar apenas o valor de k_1 para modelar a distorção radial, mantendo ainda uma boa precisão (Trucco e Verri, 2003).

E, por último, o fator *skew* que determina o grau de perpendicularidade entre as direções dos eixos do *pixel* do sensor da câmera, sendo nulo nos casos em que as direções são perpendiculares.

Assim, define-se uma matriz K dos parâmetros intrínsecos da câmera:

$$K = \begin{bmatrix} -f_x & S & c_x \\ 0 & -f_y & c_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

onde tem-se que:

- f_x e f_y são proporcionais às distâncias focais definidas em *pixels* por unidade de distância em cada direção;
- c_x e c_y são as coordenadas correspondentes ao ponto principal da câmera e,
- S é o coeficiente *skew* da câmera.

Um modelo simplificado da matriz K considera $S = 0$, o que não é sempre verdade nas câmeras CCD utilizadas comumente.

3.1.2. Parâmetros Extrínsecos

Os parâmetros extrínsecos são definidos como um conjunto de parâmetros geométricos que relacionam, de modo único, o sistema de coordenadas da câmera com o sistema de coordenadas do mundo (Trucco e Verri, 2003). Esta transformação é especificada através de um vetor de translação T e uma matriz de rotação R , como mostrado na Fig. 3.2. O vetor de translação descreve a posição relativa entre as origens dos dois sistemas de coordenadas. A matriz de rotação

descreve a orientação relativa entre os eixos dos dois sistemas de coordenadas. Comumente, a rotação encontra-se representada na forma de vetor, v_{rot} (1×3), que define o eixo de rotação e seu módulo representa o ângulo de rotação, θ :

$$\theta = \|v_{rot}\| \quad (3.8)$$

A fórmula de Rodrigues permite calcular a matriz de rotação, R (3×3), como mostrado na Eq. 3.9:

$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta + \omega_x^2 (1 - \cos \theta) & \omega_x \omega_z (1 - \cos \theta) - \omega_z \sin \theta & \omega_y \sin \theta + \omega_x \omega_z (1 - \cos \theta) \\ \omega_z \sin \theta + \omega_x \omega_y (1 - \cos \theta) & \cos \theta + \omega_y^2 (1 - \cos \theta) & -\omega_x \sin \theta + \omega_y \omega_z (1 - \cos \theta) \\ -\omega_y \sin \theta + \omega_x \omega_z (1 - \cos \theta) & \omega_x \sin \theta + \omega_y \omega_z (1 - \cos \theta) & \cos \theta + \omega_z^2 (1 - \cos \theta) \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

onde ω_x , ω_y e ω_z são as componentes do vetor de rotação.

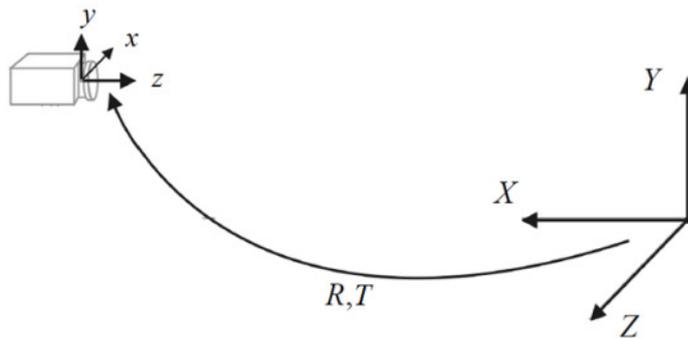


Figura 3.2 Transformação das coordenadas do mundo para as coordenadas da câmera.

Assim, a relação entre as coordenadas de um ponto no sistema de referência da câmera, M_c , e as coordenadas deste mesmo ponto no sistema de referência global, M_w , é dada por:

$$M_c = R(M_w - T) \quad (3.10)$$

onde:

$$R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

$$T = \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

3.2. Sistema de Visão Estereoscópica

Como visto no modelo *pinhole*, descrito na seção anterior, durante a formação da imagem, a câmera projeta um ponto no espaço em um plano bidimensional imaginário chamado de plano de imagem. No entanto, este processo não é reversível, visto que um ponto no plano de imagem pode corresponder à projeção de qualquer ponto sobre uma determinada reta no espaço. Em consequência, todas as informações tridimensionais são perdidas. Por este motivo, os sistemas de visão estereoscópica fazem uso de uma segunda câmera, introduzindo uma restrição adicional necessária para que seja possível realizar o processo de reconstrução, utilizando-se para isto técnicas de triangulação com as quais a informação 3D pode ser completamente recuperada.

O modelo simplificado (Trucco e Verri, 2003) da Fig. 3.3 apresenta a geometria básica presente em um sistema de visão estereoscópica composto por duas câmeras do modelo *pinhole*.

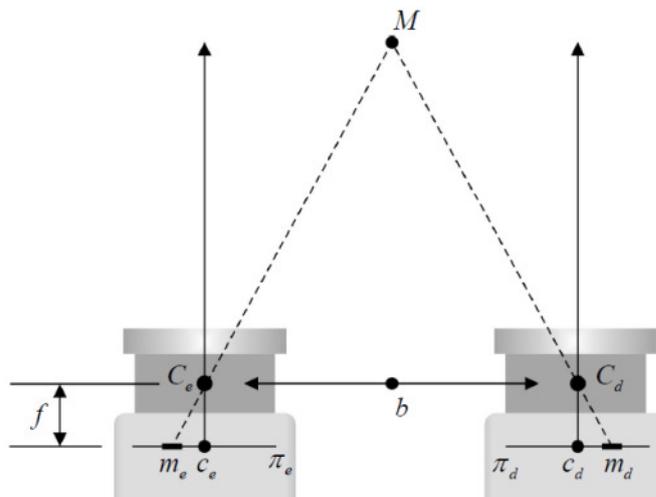


Figura 3.3 Modelo simplificado de um sistema de visão estéreo.

Os planos de imagem das câmeras da esquerda π_e e da direita π_d são coplanares, e os centros de projeção estão representados por C_e e C_d , respectivamente. Os eixos ópticos são paralelos, o que significa que a interseção dos mesmos encontra-se infinitamente distante das câmeras.

A posição de M no espaço é determinada por triangulação, ou seja, pela interseção dos raios definidos pelos centros de projeção e as imagens de M , m_e , e m_d . A distância, b , entre os centros de projeção C_e e C_d , é denominada linha base.

No entanto, a configuração do sistema de visão estereoscópica assumida neste modelo simplificado dificilmente é alcançada na prática, uma vez que é muito difícil construir um sistema binocular onde as câmeras estejam exatamente alinhadas conforme apresentado. Por este motivo, a calibração do sistema estéreo fornece parâmetros necessários, orientação e posicionamento das câmeras, de maneira a compensar as diferenças obtidas.

3.2.1. Calibração

O processo de calibração de câmeras é uma etapa importante na metodologia. Como resultado deste processo, obtém-se os valores dos parâmetros das câmeras, que depois serão utilizados para modelar o seu funcionamento.

Os parâmetros de um sistema de visão estereoscópica obtidos no processo de calibração estéreo são apresentados na Fig. 3.4.

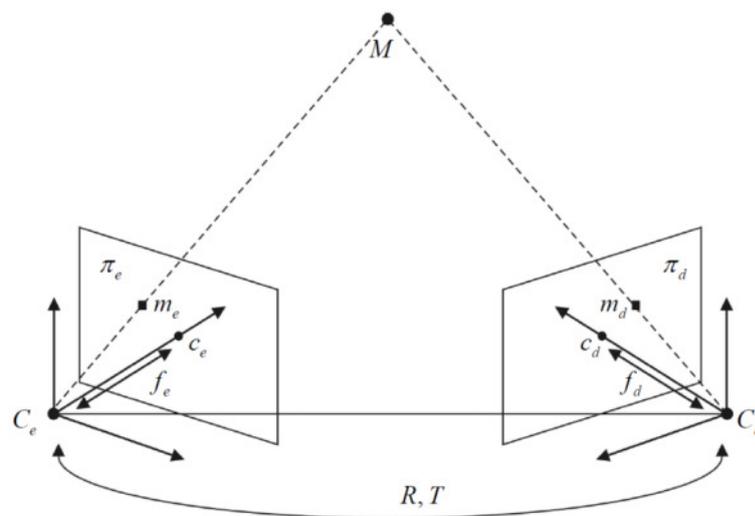


Figura 3.4 Parâmetros extrínsecos e intrínsecos do sistema de visão estéreo.

Neste caso, os parâmetros intrínsecos correspondem aos mesmos descritos na Seção 3.1.1 para cada uma das câmeras que compõe o sistema. Por outro lado, os parâmetros extrínsecos diferem ligeiramente dos parâmetros presentes no modelo de câmera *pinhole*. Em um sistema de visão estéreo, os parâmetros extrínsecos descrevem a transformação que relaciona os sistemas de coordenadas das duas câmeras um ao outro.

3.2.2. Correspondência

Correspondência em estereoscopia refere-se ao procedimento de relacionar elementos presentes nas imagens capturadas pelo sistema de visão estéreo, identificando quais pontos da imagem da esquerda e da direita são projeções do mesmo ponto na cena tridimensional observada. Este é um dos tópicos mais pesquisados em visão computacional, e é uma das principais questões a serem tratadas na estereoscopia.

Neste trabalho, o próprio algoritmo SIFT, descrito no Capítulo 2, é empregado para estabelecer as correspondências entre pontos característicos, como no exemplo mostrado na Fig. 3.5.

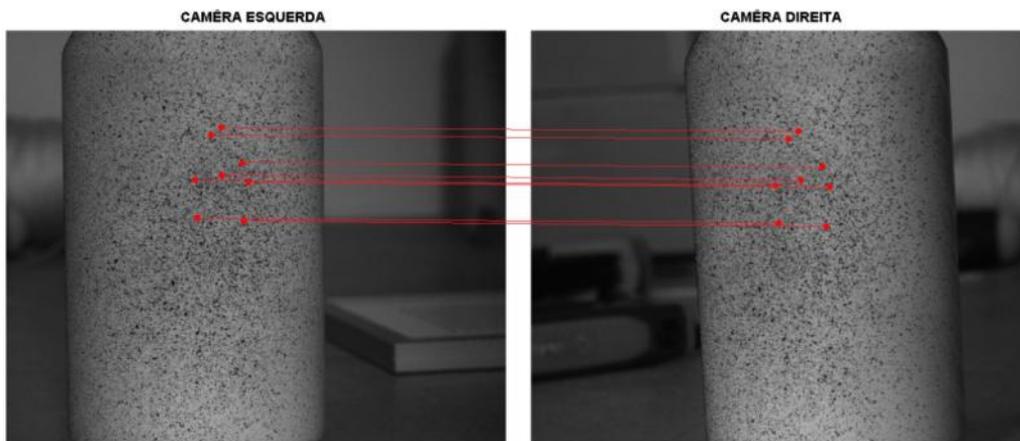


Figura 3.5 Exemplo de correspondência de pontos utilizando o algoritmo SIFT em um par de imagens capturadas simultaneamente de uma lata de refrigerante.

Desse modo, o SIFT pode ser utilizado tanto para correlacionar duas imagens de um objeto obtidas concomitantemente por um sistema binocular e extrair as informações 3-D, quanto para correlacionar imagens obtidas do mesmo objeto em estados distintos de deformação e identificar os deslocamentos.

3.2.3. Reconstrução

A reconstrução está relacionada à recuperação de informação de profundidade a partir de pontos correspondentes identificados nas duas imagens estéreo, e dos parâmetros que descrevem o sistema de visão estéreo. Segundo

Trucco e Verri (2003), para o caso em que os parâmetros intrínsecos e os extrínsecos são conhecidos, a reconstrução métrica pode ser calculada por triangulação.

Conforme exibido na Fig. 3.6, o ponto no espaço, M , projetado no par de pontos correspondentes m_e e m_d , encontra-se na intersecção dos raios P_e e P_d , construídos a partir dos pontos correspondentes projetados $C_e m_e - C_d m_d$. Em teoria, as duas linhas intersectam perfeitamente no espaço, mas isto não acontece na prática devido à presença de erros, como por exemplo: erros de digitalização, ruídos dos sensores, erros no processo de correspondência, etc. Desta forma, a intersecção é estimada como o ponto de mínima distância entre os dois raios (ponto médio).

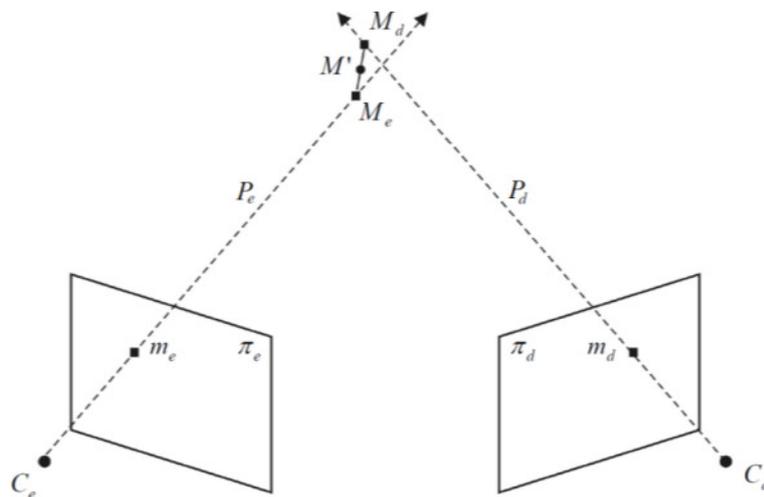


Figura 3.6 Reconstrução do ponto por triangulação com raios que não se intersectam no espaço.

O ponto M no espaço pode ser expresso em dois sistemas de referência $M_e = [X_e Y_e Z_e]$ e $M_d = [X_d Y_d Z_d]$, correspondentes aos sistemas de coordenadas das câmeras da esquerda e da direita, respectivamente. Estes pontos estão relacionados pela transformação homogênea entre seus sistemas de referência:

$$M_e = R M_d + T \quad (3.13)$$

As Eqs. (3.14) e (3.15) constituem os vetores de coordenadas resultantes das projeções em perspectiva usando as matrizes projetivas P_e e P_d .

$$m_e = \frac{M_e}{Z_e} \quad (3.14)$$

$$m_d = \frac{M_d}{Z_d} \quad (3.15)$$

Assim, a Eq. (3.13) é reescrita da forma:

$$m_e \cdot Z_e = R(m_d \cdot Z_d) + T \quad (3.16)$$

e na sua forma matricial, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} -Rm_d & m_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_d \\ Z_e \end{bmatrix} = T \quad (3.17)$$

Na Eq. (3.17), as coordenadas desconhecidas Z_d e Z_e podem ser determinadas pela combinação linear calculada por mínimos quadrados a partir da pseudo-inversa conforme apresentado na Eq. (3.18).

$$\begin{bmatrix} Z_d \\ Z_e \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} -Rm_d \\ m_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -Rm_d & m_e \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} -Rm_d \\ m_e \end{bmatrix} T \quad (3.18)$$

E assim,

$$\begin{bmatrix} Z_d \\ Z_e \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} \| -Rm_d \|^2 & -Rm_d \cdot m_e \\ m_e \cdot (-Rm_d) & \| m_e \|^2 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} -Rm_d \cdot T \\ t \cdot m_e \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

A inversão da matriz quadrada pode ser feita facilmente,

$$\begin{bmatrix} Z_d \\ Z_e \end{bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} \| m_e \|^2 & -(-Rm_d \cdot m_e) \\ -(m_e \cdot (-Rm_d)) & \| -Rm_d \|^2 \end{bmatrix}}{\| -Rm_d \|^2 \| m_e \|^2 - (-Rm_d \cdot m_e)^2} \begin{bmatrix} -Rm_d \cdot T \\ t \cdot m_e \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

E, as coordenadas desejadas Z_d e Z_e são determinadas pelas expressões:

$$\begin{bmatrix} Z_d \\ Z_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\| m_e \|^2 (-Rm_d \cdot T) - (-Rm_d \cdot m_e)(T \cdot m_e)}{\| -Rm_d \|^2 \| m_e \|^2 - (-Rm_d \cdot m_e)^2} \\ \frac{-(m_e \cdot (-Rm_d))(-Rm_d \cdot T) + \| -Rm_d \|^2 (T \cdot m_e)}{\| -Rm_d \|^2 \| m_e \|^2 - (-Rm_d \cdot m_e)^2} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Assim, as posições M_d e M_e são obtidas a partir das Eqs. (3.14) e (3.15):

$$M_e = m_e \cdot Z_e \quad (3.22)$$

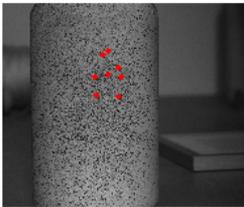
$$M_d = m_d \cdot Z_d \quad (3.23)$$

Finalmente, o ponto triangulado M' é calculado diretamente como o ponto médio da reta que passa por M_d e M_e , dado por:

$$M' = M_d + \frac{1}{2}(M_e - M_d) \quad (3.24)$$

Todos os algoritmos apresentados foram implementados na plataforma Matlab®. Um exemplo da aplicação do algoritmo de triangulação é mostrado na Fig. 3.7. Para isto, utilizam-se como dados de entrada as posições dos pontos SIFT localizados no par estéreo da lata de refrigerante da Fig. 3.5.

CAMÉRA ESQUERDA



CAMÉRA DIREITA

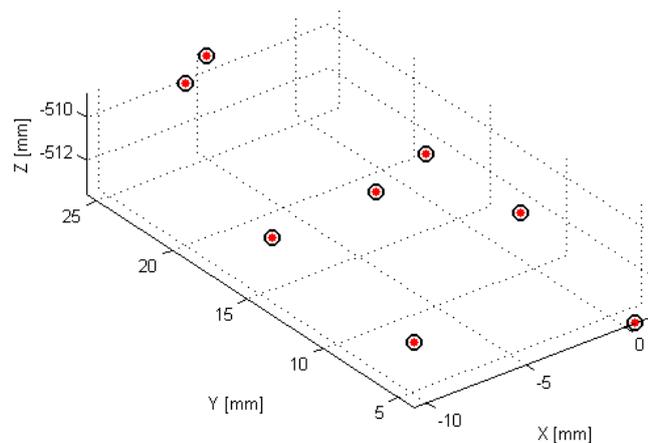
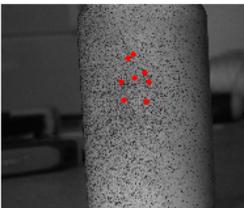


Figura 3.7 Exemplo de recuperação da posição no espaço para um conjunto de pontos localizados no par-estéreo.

No próximo capítulo, métodos sem malha são discutidos, com o objetivo de complementar o algoritmo SIFT e as técnicas de estereoscopia na identificação mais precisa de campos de deslocamento e deformação em espécimes submetidos a carregamentos mecânicos.

4 Métodos Sem Malha

Segundo Liu (2009), os métodos sem malha trabalham com um conjunto de nós distribuídos dentro de um domínio, assim como com conjuntos de nós distribuídos sobre suas fronteiras para representar, sem discretizar, o domínio do problema e seus contornos. Portanto, este é o principal motivo para adotar métodos sem malha nesta tese, eliminando a necessidade de uma malha pela construção da aproximação da função de campo inteiramente em termos dos pontos nodais, visto que nenhuma especificação da inter-relação nodal é, a priori, definida ou necessária.

Uma das referências pioneiras dos métodos sem malha é o Método dos Elementos Difusos (DEM - *Difuse Element Method*) proposto por Nayroles *et al.* (1992). O DEM é a generalização do método de elementos finitos no qual o procedimento de Galerkin é aplicado sem a necessidade de uma malha do domínio. Posteriormente, o DEM foi refinado e modificado por Belytschko *et al.* (1994), chamando-o de Galerkin sem malha (EFG - *Element Free Galerkin*). As modificações propostas para o método EFG conferiram um aumento na exatidão das respostas em comparação ao método de elementos difusos.

A seguir são descritas noções básicas da formulação de métodos sem malha empregando o método de mínimos quadrados móveis, desenvolvido por Lancaster e Salkaukas (1981), comumente usados para geração de funções de forma. No final do capítulo são apresentados alguns exemplos resolvidos a partir de uma implementação do método sem malha feita em Matlab®.

4.1. Princípio Básico dos Métodos Sem Malha

Na formulação de métodos sem malha, a função de campo u (i.e a componente de deslocamento) em um ponto arbitrário $\mathbf{x}^T = (x, y, z)$, pertencente ao domínio do problema, é interpolada utilizando os deslocamentos de pontos

nodais em um pequeno domínio local referente ao ponto \mathbf{x} , chamado de domínio de suporte, i.e.

$$u(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \phi_i(\mathbf{x}) u_i = \Phi(\mathbf{x}) \mathbf{U} \quad (4.1)$$

com:

$$\mathbf{U} = [u_1 \quad u_2 \quad \cdots \quad u_n]^T \quad (4.2)$$

$$\Phi(\mathbf{x}) = [\phi_1(\mathbf{x}) \quad \phi_2(\mathbf{x}) \quad \cdots \quad \phi_n(\mathbf{x})] \quad (4.3)$$

onde n é o número de nós pertencentes ao domínio de \mathbf{x} , u_i é a componente de deslocamento do i -ésimo nó do domínio de suporte, \mathbf{U} é o vetor que contém todos os deslocamentos nodais, ϕ_i é a função de forma do i -ésimo nó criada usando todos os nós de suporte, e Φ é a matriz que coleta todas as funções de forma nodais calculadas.

De forma geral, procura-se representar a aproximação de uma função qualquer através de um conjunto de funções de forma com suporte compacto, influenciando apenas uma pequena porção do domínio do problema.

4.1.1. Conceito de Domínio de Suporte

O domínio de suporte de um ponto determina o número de nós que são usados localmente para aproximar o valor da função no ponto. Portanto, a sua escolha é fundamental para a obtenção de uma aproximação de forma eficiente e precisa.

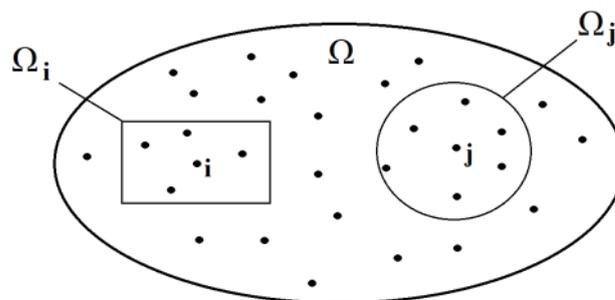


Figura 4.1 Representação do domínio do problema Ω . Em destaque, exemplos de domínios de suporte retangular Ω_i e circular Ω_j para os nós i e j .

Os domínios de suporte podem possuir tamanhos e formas diferentes, normalmente centrados no ponto de interesse para manter a uniformidade do domínio local. As formas mais utilizadas são circular e retangular, como mostrado na Fig. 4.1 para o caso bidimensional.

O conceito de domínio de suporte funciona bem se a densidade de nós no domínio do problema não varia significativamente. Neste trabalho, o conjunto de pontos detectados pelo algoritmo SIFT, que são utilizados como nós na formulação sem malha, apresentam uma distribuição não uniforme e a densidade dos nós pode variar de um ponto para outro. O uso de um domínio de suporte com base no ponto de interesse pode levar à seleção desequilibrada de nós na construção da função de forma. Para prevenir este tipo de problemas, o conceito de domínio de influência deve ser utilizado (Liu, 2005).

4.1.2. Conceito de Domínio de Influência

O domínio de influência é definido como a região na qual o ponto nodal exerce sua influência no domínio do problema e contribui para a solução. Desta forma, entende-se por domínio de suporte para um ponto qualquer como a região formada pela união de todos os domínios de influência que atuam naquele ponto.

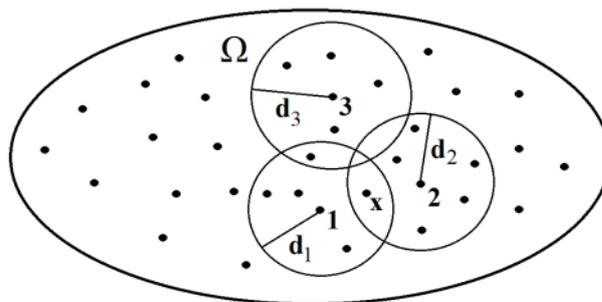


Figura 4.2 Exemplos de domínios de influência circulares no caso bidimensional.

A sobreposição dos domínios garante a conectividade entre nós. Isto é visualizado na Fig. 4.2, onde d_1 , d_2 e d_3 são os raios dos domínios de influência que correspondem aos nós 1, 2 e 3, respectivamente. Nota-se que os domínios de influência dos nós 1 e 2 envolvem o ponto de avaliação x , portanto serão

utilizados na construção da função de forma em \mathbf{x} . Cabe ressaltar que o nó 3 deste exemplo não tem influência no ponto \mathbf{x} e, portanto, não é considerado.

Segundo Belytschko *et al.* (1994), a dimensão do domínio de influência para um determinado ponto nodal é calculada por:

$$dm_i = \alpha_s \cdot d_i \quad (4.4)$$

onde α_s é uma constante de proporcionalidade e d_i é o raio de influência que determina o tamanho mínimo do domínio de influência.

Se os nós são uniformemente distribuídos, d_i é a distância máxima do menor conjunto de pontos que formam um polígono fechado ao redor do ponto de interesse. Caso contrário, se os nós estão não uniformemente distribuídos, o parâmetro d_i é determinado pela região de integração, de maneira que a dimensão do domínio de influência pode ser diferente de um nó para outro. Isso permite que alguns nós tenham mais influência do que outros, evitando assim uma distribuição nodal desequilibrada na construção da função de forma.

O valor de α_s é escolhido antes do processamento. De acordo com a experiência computacional, valores de α_s entre 2.0 e 4.0 levam a bons resultados (Liu, 2005). Por exemplo, um valor de α_s igual a 2 indica um domínio de influência cujo raio é 2 vezes o valor do domínio pré-determinado.

4.2. Aproximação por Mínimos Quadrados Móveis (MLS)

As aproximações por mínimos quadrados móveis são construídas a partir de três componentes:

- uma função peso de suporte compacto, associada a cada ponto,
- uma base polinomial, e
- um conjunto de coeficientes que dependem da posição.

Uma característica atraente da técnica de aproximação por mínimos quadrados móveis é que a continuidade da aproximação está fortemente relacionada à continuidade da função peso escolhida. De forma que, mesmo sendo a continuidade da base local menor que a da função peso, a aproximação resultante terá a continuidade da função peso.

Seja $u(\mathbf{x})$ uma função de uma variável de campo definida no domínio Ω . A aproximação de $u(\mathbf{x})$, chamada de $u^h(\mathbf{x})$, pelo método dos mínimos quadrados móveis, é formada por um somatório de funções linearmente independentes no domínio do problema, tal que

$$u^h(\mathbf{x}) = \sum_j^m p_j(\mathbf{x}) a_j(\mathbf{x}) = \mathbf{P}^T(\mathbf{x}) \mathbf{a}(\mathbf{x}) \quad (4.5)$$

onde \mathbf{P} é uma base polinomial completa de m termos,

$$\mathbf{P}^T(\mathbf{x}) = [p_1(\mathbf{x}) \quad p_2(\mathbf{x}) \quad \dots \quad p_m(\mathbf{x})] \quad (4.6)$$

e \mathbf{a} é o vetor dos coeficientes a serem estimados, e dependem da posição \mathbf{x} :

$$\mathbf{a}^T(\mathbf{x}) = [a_1(\mathbf{x}) \quad a_2(\mathbf{x}) \quad \dots \quad a_m(\mathbf{x})] \quad (4.7)$$

No exemplo da Fig. 4.3, u^h é a função aproximada para u construída a partir dos valores da função u_i nos pontos x_i .

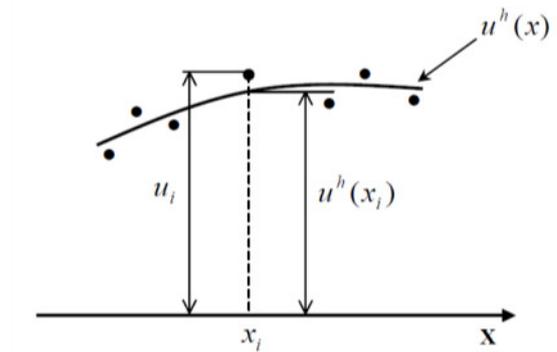


Figura 4.3. Função de aproximação u^h e deslocamentos nodais u_i na aproximação MLS.

Pode-se definir o desvio existente entre a função u e a sua aproximação local u^h como o erro residual, tal que

$$e(\mathbf{x}) = u^h(\mathbf{x}) - u(\mathbf{x}_i) \quad (4.8)$$

O método dos mínimos quadrados móveis define o funcional quadrático do erro residual como:

$$J = \sum_{i=1}^n w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) [e_i(\mathbf{x})]^2 \quad (4.9)$$

$$\sum_{i=1}^n w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \mathbf{P}(\mathbf{x}_i) \mathbf{P}^T(\mathbf{x}_i) \mathbf{a}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \mathbf{P}(\mathbf{x}_i) u_i \quad (4.15)$$

ou escrito na forma simplificada

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) \mathbf{a}(\mathbf{x}) = \mathbf{B}(\mathbf{x}) \mathbf{U} \quad (4.16)$$

na qual as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} são definidas como

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \mathbf{P}(\mathbf{x}_i) \mathbf{P}^T(\mathbf{x}_i) \quad (4.17)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_1) \mathbf{P}^T(\mathbf{x}_1) & w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_2) \mathbf{P}^T(\mathbf{x}_2) & \dots & w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_n) \mathbf{P}^T(\mathbf{x}_n) \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Note-se que a matriz \mathbf{A} é quadrada e tem dimensão $(m \times m)$, enquanto a matriz \mathbf{B} tem dimensão $(m \times n)$, e os parâmetros nodais da função variável u são representados pelo vetor \mathbf{U} :

$$\mathbf{U} = \sum_{i=1}^n u_i \quad (4.19)$$

A solução do sistema linear da Eq. (4.16) é única e dada por:

$$\mathbf{a}(\mathbf{x}) = \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{x}) \mathbf{B}(\mathbf{x}) \mathbf{U} \quad (4.20)$$

Finalmente, substituindo a Eq. (4.20) na Eq. (4.5), a aproximação por mínimos quadrados móveis da função u resulta em

$$\begin{aligned} u^h(\mathbf{x}) &= \mathbf{P}^T(\mathbf{x}) \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{x}) \mathbf{B}(\mathbf{x}) \mathbf{U} \\ &= \sum_i^n \sum_j^m p_j(\mathbf{x}) \left[\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{x}) \mathbf{B}(\mathbf{x}) \right]_{ji} u_i \end{aligned} \quad (4.21)$$

onde, comparando com a Eq. (4.1), definimos a função de forma ϕ_i associada ao i -ésimo nó no ponto \mathbf{x} :

$$\phi_i(\mathbf{x}) = \sum_j^m p_j(\mathbf{x}) \left(\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{x}) \mathbf{B}(\mathbf{x}) \right)_{ji} \quad (4.22)$$

ou escrita de forma simplificada como

$$\phi_i = \mathbf{P}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}_i \quad (4.23)$$

Para obter as derivadas a partir do deslocamento definido na Eq. (4.21), é necessário calcular a derivada da função de forma da Eq. (4.23). Segundo Belytschko *et al.* (1994), a derivada da função de forma pode ser calculada aplicando a regra do produto, tal que para o caso bidimensional tem-se:

$$\phi_{i,x} = \mathbf{P}^T_{,x} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}_i + \mathbf{P}^T (\mathbf{A}^{-1})_{,x} \mathbf{B}_i + \mathbf{P}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}_{i,x} \quad (4.24)$$

$$\phi_{i,y} = \mathbf{P}^T_{,y} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}_i + \mathbf{P}^T (\mathbf{A}^{-1})_{,y} \mathbf{B}_i + \mathbf{P}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}_{i,y} \quad (4.25)$$

onde o subscrito representa a derivada da função.

As equações anteriores envolvem o cálculo da derivada de (\mathbf{A}^{-1}) em relação a x e y . Aplicando a derivação implícita à identidade $\mathbf{A}\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{I}$, as derivadas da inversa da matriz podem ser calculadas por:

$$(\mathbf{A}^{-1})_{,x} = -\mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}_{,x} \mathbf{A}^{-1} \quad (4.26)$$

$$(\mathbf{A}^{-1})_{,y} = -\mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}_{,y} \mathbf{A}^{-1} \quad (4.27)$$

Desta forma, as derivadas espaciais das matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} , definidas na Eq. 4.17 e Eq. 4.18, respectivamente, são determinadas. Assim,

$$\mathbf{A}(\mathbf{x})_{,x} = \sum_{i=1}^n w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)_{,x} \mathbf{P}(\mathbf{x}_i) \mathbf{P}^T(\mathbf{x}_i) \quad (4.28)$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{x})_{,y} = \sum_{i=1}^n w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)_{,y} \mathbf{P}(\mathbf{x}_i) \mathbf{P}^T(\mathbf{x}_i) \quad (4.29)$$

e

$$\mathbf{B}(\mathbf{x})_{,x} = w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)_{,x} \mathbf{P}^T(\mathbf{x}_i) \quad (4.30)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{x})_{,y} = w(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)_{,y} \mathbf{P}^T(\mathbf{x}_i) \quad (4.31)$$

A Eq. (4.1) também pode ser utilizada de modo similar para a componente de deslocamento v , assim tem-se:

$$v(\mathbf{x}) = \sum_i^n \phi_i(\mathbf{x}) v_i \quad (4.32)$$

Desse modo, o vetor de deslocamentos na superfície do material é definido:

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}^h = \sum_i^n \begin{bmatrix} \phi_i & 0 \\ 0 & \phi_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \quad (4.33)$$

As deformações em um ponto qualquer do domínio podem ser calculadas em função dos deslocamentos do ponto, considerando pequenas deformações, tem-se:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix}^h = \begin{bmatrix} \frac{\delta}{\delta x} & 0 \\ 0 & \frac{\delta}{\delta y} \\ \frac{\delta}{\delta y} & \frac{\delta}{\delta x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}^h \quad (4.34)$$

Assim, o vetor de deformações é definido a partir das derivadas parciais de primeira ordem da função peso:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix}^h = \sum_i^n \begin{bmatrix} \frac{\delta}{\delta x} & 0 \\ 0 & \frac{\delta}{\delta y} \\ \frac{\delta}{\delta y} & \frac{\delta}{\delta x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_i & 0 \\ 0 & \phi_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} = \sum_i^n \begin{bmatrix} \phi_{i,x} & 0 \\ 0 & \phi_{i,y} \\ \phi_{i,y} & \phi_{i,x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \quad (4.35)$$

4.2.1. Função de Base

A consistência da aproximação dada pelo método MLS depende da ordem da base polinomial utilizada. Se a base polinomial possui monômios de ordem completa m , então as funções de forma geradas pelo MLS terão consistência C^m .

A Tab.1 mostra alguns exemplos de bases polinomiais variando a dimensão do problema e a ordem máxima m dos monômios.

Tabela 4.1 Algumas bases polinomiais.

Dimensão	m	$\mathbf{P}^T(x)$
1	3	$[1 \ x_1 \ x_1^2]$
2	3	$[1 \ x_1 \ x_2]$
3	4	$[1 \ x_1 \ x_2 \ x_3]$
2	6	$[1 \ x_1 \ x_2 \ x_1^2 \ x_1 x_2 \ x_2^2]$

4.2.2. Função Peso

A função peso é um componente importante na formulação de métodos sem malha. A sua escolha é arbitrária desde que a função seja contínua e positiva dentro do suporte. Uma característica essencial nas funções peso escolhidas é o seu suporte compacto, que permite definir as funções de aproximação em um caráter local (Dolbow e Belytschko, 1998). Algumas outras características das funções peso são:

- $w_i(\mathbf{x}) > 0$, dentro do domínio de suporte.
- $w_i(\mathbf{x}) = 0$, fora do domínio de suporte.
- $w_i(\mathbf{x})$ é uma função que decai monotonicamente ao longo do seu domínio.

A função peso pode ser escrita como função de um comprimento normalizado ou raio de influência, r :

$$r = \frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|}{dm_i} \quad (4.36)$$

onde a dimensão de r é calculada pela distância entre o ponto de interesse \mathbf{x} e o ponto nodal \mathbf{x}_i dividido pela dimensão do seu domínio de influência.

A seguir, algumas das funções peso unidimensionais mais encontradas na literatura de métodos sem malha são apresentadas:

- Cúbica *Spline* (Belytschko *et. al.* 1995)

$$w(r) = \begin{cases} \frac{2}{3} - 4r^2 + 4r^3, & r \leq \frac{1}{2} \\ \frac{4}{3} - 4r + 4r^2 - \frac{4}{3}r^3, & \frac{1}{2} < r \leq 1 \\ 0, & r > 1 \end{cases} \quad (4.37)$$

- Quártica *Spline* (Belytschko *et. al.* 1995)

$$w(r) = \begin{cases} 1 - 6r^2 + 8r^3 - 3r^4, & r \leq 1 \\ 0, & r > 1 \end{cases} \quad (4.38)$$

- Quinta *Spline* (Xiaofei *et. al.* 2004)

$$w(r) = \begin{cases} 1 - 10r^2 + 20r^3 - 15r^4 + 4r^5, & r \leq 1 \\ 0, & r > 1 \end{cases} \quad (4.39)$$

- Exponencial (Belytschko *et. al.* 1995)

$$w(r) = \begin{cases} e^{-(r/a)^2}, & r \leq 1 \\ 0, & r > 1 \end{cases} \quad (4.40)$$

- Gaussiana (Belytschko *et. al.* 1994)

$$w(r) = \begin{cases} \frac{e^{-(rb)^{2k}} - e^{-(b)^{2k}}}{1 - e^{-(b)^{2k}}}, & r \leq 1 \\ 0, & r > 1 \end{cases} \quad (4.41)$$

- Cônica (Belytschko *et. al.* 1994)

$$w(r) = \begin{cases} 1 - (r)^{2k}, & r \leq 1 \\ 0, & r > 1 \end{cases} \quad (4.42)$$

onde a , b e k são parâmetros das funções peso.

As funções *spline* mostram certa praticidade em sua utilização quando comparadas com as funções peso exponencial, gaussiana e cônica, devido ao fato que as funções *spline* não apresentam parâmetros de ajuste. Na Fig. 4.4 são mostradas algumas funções peso apresentadas anteriormente.

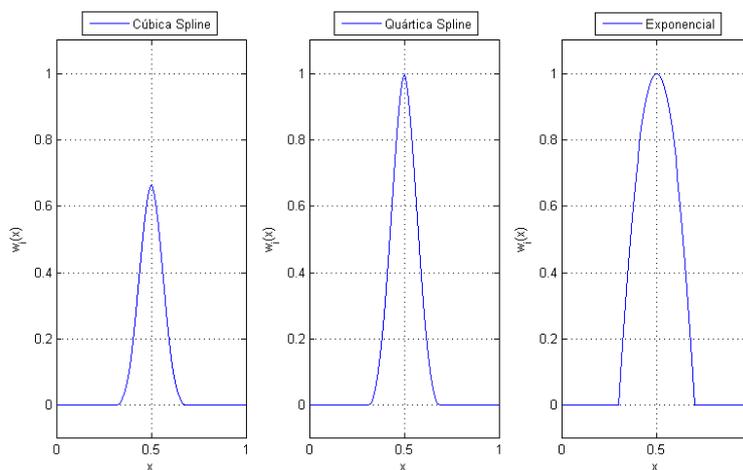


Figura 4.4 Exemplo de algumas funções peso no espaço unidimensional.

Em relação às equações (4.24) e (4.25), nota-se que a derivada espacial da função peso é necessária para o cálculo das derivadas das matrizes **A** e **B**. Esta derivada pode ser calculada fazendo-se uso da regra da cadeia (Dolbow e Belytschko, 1998):

$$w_{i,k} = w_{i,r} \cdot r_{i,k} \quad (4.43)$$

onde o subscrito k representa a derivada da função.

Por exemplo, no caso de um domínio circular em uma dimensão, para a função Cúbica *Spline* (Equação 4.37) tem-se:

$$w_{i,x} = w_{i,r} \cdot r_{i,x} \quad (4.44)$$

calculando o valor de $r_{i,x}$ (Equação 4.36) e substituindo na Eq. 4.44:

$$w_{i,x} = w_{i,r} \frac{\text{sign}(x - x_i)}{dm_i} \quad (4.45)$$

onde

$$w_{i,r} = \begin{cases} -8r + 12r^2, & r \leq \frac{1}{2} \\ -4 + 8r - 4r^2, & \frac{1}{2} < r \leq 1 \\ 0, & r > 1 \end{cases} \quad (4.46)$$

Nota-se que, a função peso e a sua respectiva derivada são também contínuas ao longo de todo o domínio, as quais são mostradas na Fig. 4.5.

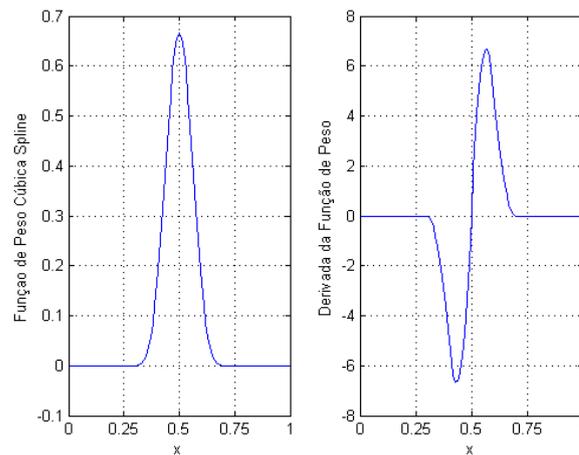


Figura 4.5 Função peso Cúbica *Spline* unidimensional e a sua respectiva derivada.

E, para o caso bidimensional, tem-se:

$$w_{i,x} = w_{i,r} \cdot r_{i,x} \quad (4.47)$$

$$w_{i,y} = w_{i,r} \cdot r_{i,y} \quad (4.48)$$

substituindo o valor de $r_{i,x}$ e $r_{i,y}$ tem-se:

$$w_{i,x} = w_{i,r} \frac{x - x_i}{r dm_i^2} \quad (4.49)$$

$$w_{i,y} = w_{i,r} \frac{y - y_i}{r dm_i^2} \quad (4.50)$$

A representação gráfica da função peso Cúbica *Spline* e as suas derivadas em relação às direções x e y são mostradas nas Figs. 4.6 a 4.8:

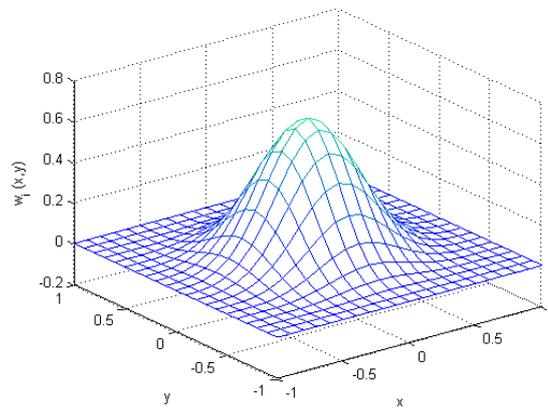


Figura 4.6 Função de peso Cúbica *Spline* bidimensional.

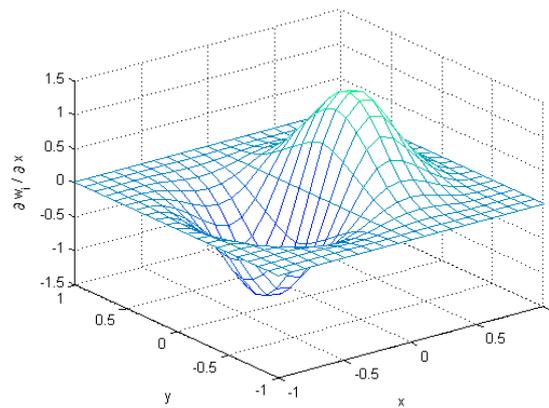


Figura 4.7 Derivada parcial da função de peso Cúbica *Spline* em relação à direção x .

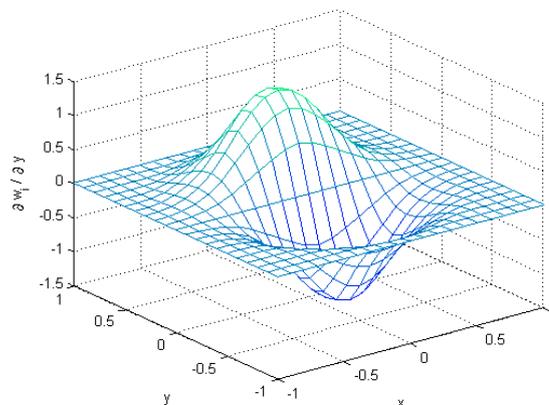


Figura 4.8 Derivada parcial da função de peso Cúbica *Spline* em relação à direção y .

4.3. Exemplo Numérico: Problema Unidimensional

Nesta seção, é apresentado um problema unidimensional da referência Dolbow e Belytschko (1998). Considera-se uma barra engastada em uma das suas extremidades e livre na outra, como mostrado na Fig. 4.9. A barra unidimensional de comprimento unitário L é sujeita a uma força linear, $b(x)$, de magnitude x .

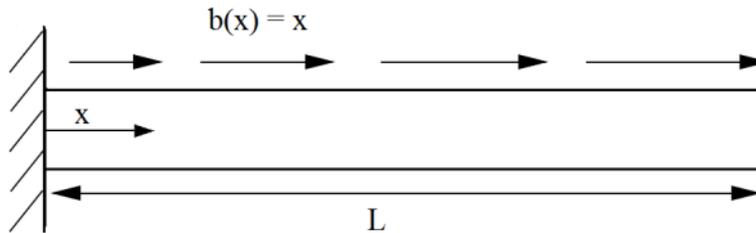


Figura 4.9 Problema unidimensional.

O problema pode ser descrito por:

$$E u_{,xx} + x = 0 \quad 0 < x < 1 \quad (4.51)$$

sujeito às seguintes condições de contorno:

$$\begin{aligned} u(0) &= 0 \\ u_{,x}(1) &= 0 \end{aligned} \quad (4.52)$$

onde u é o deslocamento, $u_{,x}$ a derivada do deslocamento em relação a x e E é o módulo de elasticidade do material.

A solução exata do problema é dada por:

$$u(x) = \frac{1}{E} \left(\frac{1}{2} x - \frac{x^3}{6} \right) \quad (4.53)$$

$$u(x)_{,x} = \frac{1}{2E} (1 - x^2) \quad (4.54)$$

As Figs. 4.10 e 4.11 mostram o comportamento da solução exata e a função de aproximação construída a partir do MLS, considerando 21 nós uniformemente distribuídos no domínio do problema, uma função de base cúbica *Spline*, e uma base polinomial linear dada por:

$$\mathbf{P}^T(\mathbf{x}) = [1 \quad x \quad x^2], \quad m = 3 \quad (4.55)$$

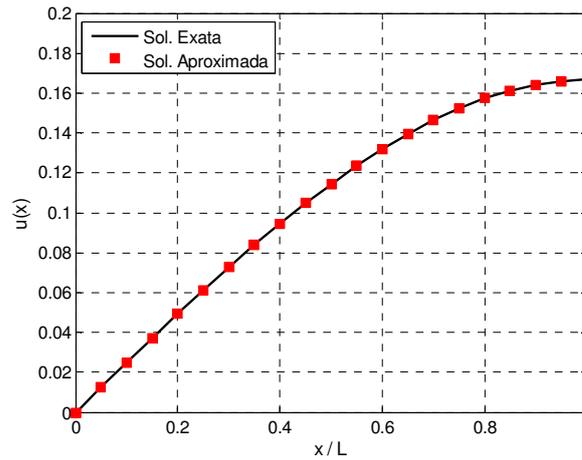


Figura 4.10 Comparação entre a solução exata e a solução MLS para $u(x)$.

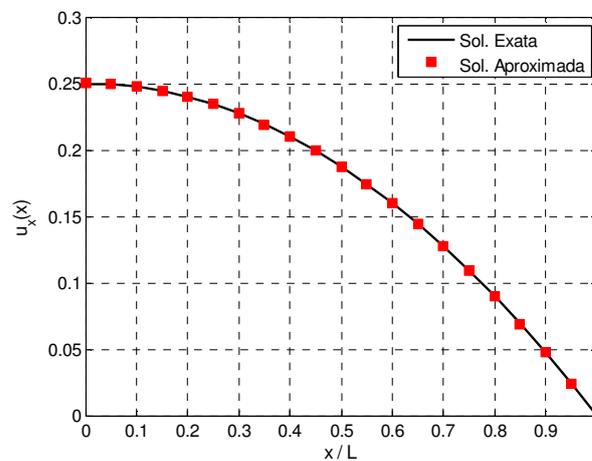


Figura 4.11 Comparação entre a solução exata e a solução MLS para $u(x)_{,x}$.

A Tab. 4.2 apresenta o erro quadrático médio (RMS) entre a solução exata e a solução aproximada para uma distribuição de 6, 11 e 21 nós em todo o domínio.

Tabela 4.2 Erros RMS no cálculo da solução para o problema unidimensional.

Número de nós	Erro RMS $u(x)$	Erro RMS $u(x)_{,x}$
6	$3,42 \cdot 10^{-4}$	$8,22 \cdot 10^{-3}$
11	$3,16 \cdot 10^{-5}$	$1,61 \cdot 10^{-3}$
21	$2,86 \cdot 10^{-6}$	$3,04 \cdot 10^{-4}$

O erro quadrático médio (RMS) no valor aproximado da função solução é estimado tomando-se os valores calculados e comparando-a com seus valores reais:

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (f_i^{exact} - f_i^{approx})^2} \quad (4.56)$$

4.4. Exemplo Numérico: Problema Bidimensional

Nesta seção, é apresentado um problema bidimensional do livro de Thimoshenko (1970). Considera-se uma viga engastada de seção retangular e espessura unitária com uma carga, P , concentrada no seu extremo, $x = 0$, como mostrado na Fig. 4.12.

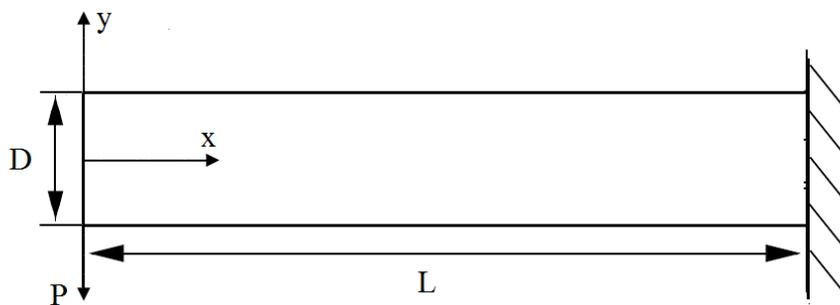


Figura 4.12 Problema bidimensional.

A solução exata do problema é dada por:

$$u(x, y) = -\frac{Px^2y}{2EI} - \frac{\nu Py^3}{6EI} + \frac{Py^3}{6IG} + \left(\frac{PL^2}{2EI} - \frac{PD^2}{8IG} \right) y \quad (4.57)$$

$$v(x, y) = \frac{\nu Pxy^2}{2EI} + \frac{Px^3}{6EI} - \frac{PL^2x}{2EI} + \frac{PL^3}{3EI} \quad (4.58)$$

onde I é o momento de inércia da viga, i.e.

$$I = \frac{D^3}{12} \quad (4.59)$$

O problema é resolvido com os parâmetros $E = 2,4$ GPa, $\nu = 0.38$, $D = 20$ mm, $L = 80$ mm, e $P = 2$ N. Considere-se uma distribuição de 1804 nós, distribuídos neste exemplo de forma aleatória em todo o domínio, como mostrado na Fig. 4.13.

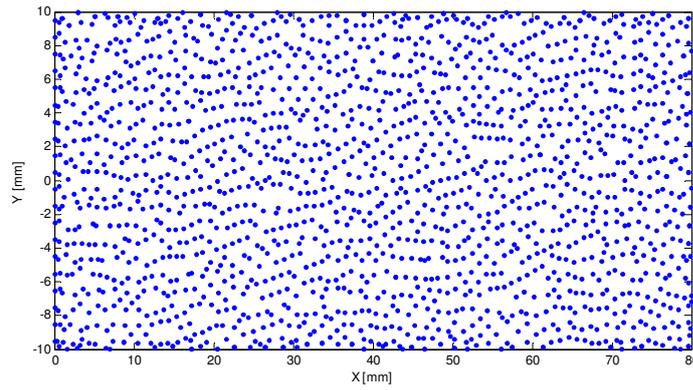


Figura 4.13 Distribuição de nós adotada na discretização do problema.

Na solução do problema utilizando a formulação sem malha no espaço unidimensional, adotou-se como função de base a Cúbica *Spline* mostrada na Fig. 4.6. A seguir são comparadas as soluções para as componentes de deslocamento e deformação obtidas analiticamente e as geradas pelo programa desenvolvido.

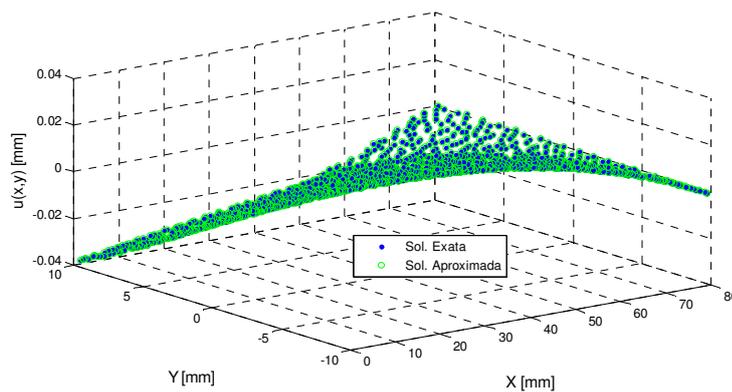


Figura 4.14 Comparação entre a solução exata e a solução MLS para a componente de deslocamento $u(x,y)$.

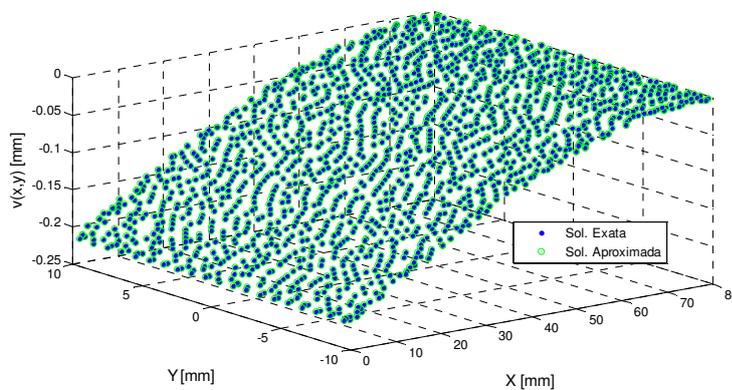


Figura 4.15 Comparação entre a solução exata e a solução MLS para a componente de deslocamento $v(x,y)$.

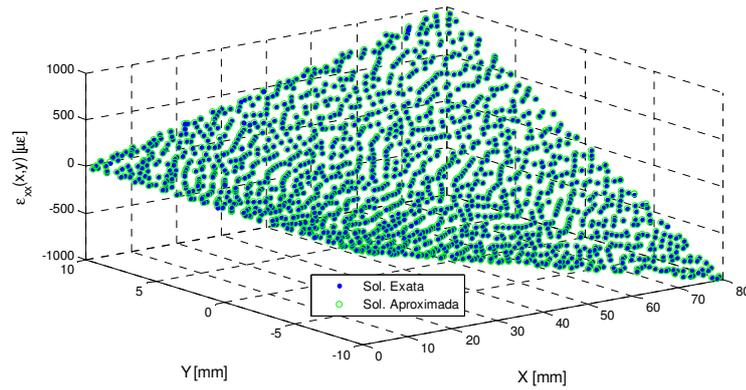


Figura 4.16 Comparação entre a solução exata e a solução MLS para a componente de deformação $\varepsilon_x(x,y)$.

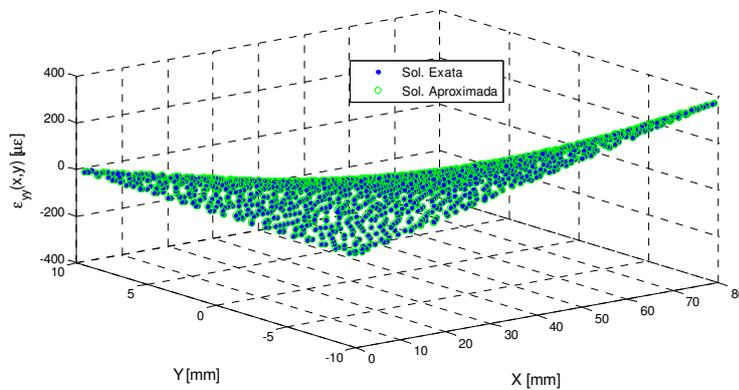


Figura 4.17 Comparação entre a solução exata e a solução MLS para a componente de deformação $\varepsilon_y(x,y)$.

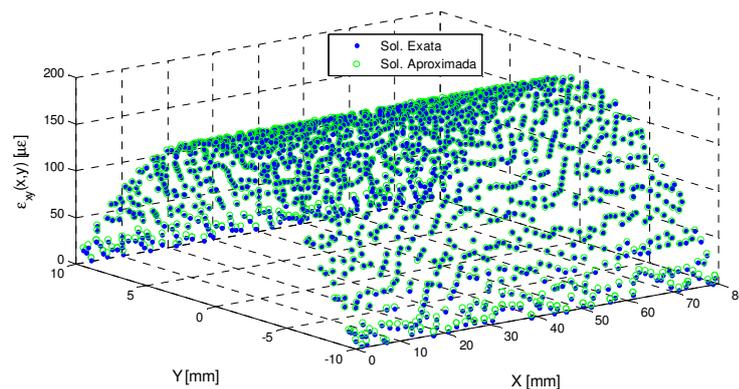


Figura 4.18 Comparação entre a solução exata e a solução MLS para a componente de deformação $\varepsilon_{xy}(x,y)$.

A Tab. 4.3 apresenta o erro RMS entre a solução exata e a solução aproximada para as componentes de deslocamento e deformação. No cálculo do erro, utiliza-se a Eq. 4.56.

Tabela 4.3 Erros RMS no cálculo da solução do problema bidimensional.

Componente	$u(x,y)$	$v(x,y)$	$\varepsilon_x(x,y)$	$\varepsilon_y(x,y)$	$\varepsilon_{xy}(x,y)$
Erro RMS	$6,4 \cdot 10^{-7}$	$2,3 \cdot 10^{-7}$	0,319	0,173	1,327

Os resultados apresentados nos exemplos numéricos mostram que os métodos sem malha MLS se aplicam bem à solução de problemas mecânicos. As funções de forma geradas a partir do MLS podem representar funções polinomiais de qualquer ordem e, por conseguinte, qualquer função suave.

Na metodologia proposta nesta tese, os nós utilizados na formulação sem malha serão aqueles identificados pelo algoritmo SIFT, cuja distribuição e densidade dependem muito da textura das imagens capturadas. E, para a determinação da solução aproximada, utilizando a informação de deslocamento fornecida pelos pontos SIFT, é necessário considerar alguns aspectos quanto à sua aplicação prática. Esses aspectos são apresentados e discutidos no próximo capítulo.

5 Desenvolvimento do Sistema de Medição Visual

Neste capítulo procura-se detalhar os principais aspectos envolvidos no desenvolvimento da metodologia proposta para medição visual de deslocamentos e deformações, bem como na implementação computacional de um programa na plataforma Matlab®, integrando as técnicas apresentadas em capítulos anteriores.

5.1. Preparação do Corpo de Prova

O algoritmo SIFT é capaz de detectar pontos característicos em uma cena qualquer. Imperfeições e/ou riscos na superfície do material podem ser considerados como candidatos a pontos-chaves pelo algoritmo SIFT. Se o material não apresenta uma superfície texturizada naturalmente, faz-se necessária uma caracterização artificial da região a ser analisada. O objetivo é gerar uma grande quantidade de possíveis pontos de interesse que possam ser extraídos pelo algoritmo SIFT.

Neste trabalho foi adotada uma abordagem muito utilizada em técnicas de correlação de imagens, que é tentar reproduzir uma textura aleatória similar à de um padrão granulado, ou denominado *speckle*. Com este objetivo, a superfície do corpo de prova é coberta por camada uniforme de tinta branca. Em seguida, salpicos de tinta preta são inseridos aleatoriamente utilizando tinta em spray (veja Fig. 5.1).

Algumas considerações a tomar em conta na preparação do corpo de prova:

- A caracterização deve cobrir totalmente a região de interesse, evitando áreas com pouca densidade de pontos.
- O tamanho dos pontos inseridos deve ser compatível com resolução desejada.
- A superfície texturizada gerada deve estar solidária à superfície e manter-se aderente, independentemente do material do corpo de prova e das condições de carga.

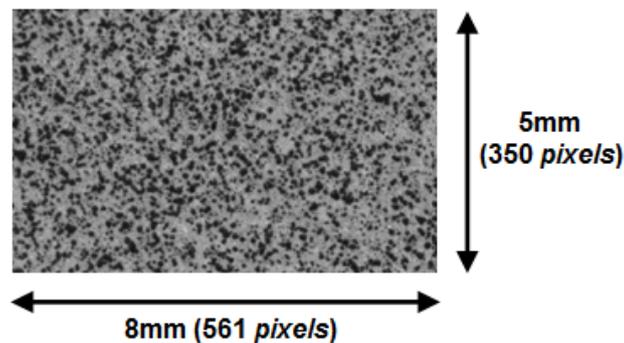


Figura 5.1 Detalhe da caracterização da superfície de um corpo de prova.

5.2. Aquisição das Imagens

Para aquisição das imagens, é utilizado um sistema de visão estereoscópica instalado no Laboratório de Fadiga da PUC-Rio, composto de duas câmeras CCD de 5MP (*Point Grey GRAS-50S5M, 2448x2048 pixel*) e de lentes de alta resolução (*Tamron A031 AF28-200 mm F/3.8-5.6*). As câmeras do sistema de visão estéreo são fixadas com ajuda de um tripé, como ilustrado na Fig. 5.2, mantendo constante a distância entre a câmera e o objeto durante todo o experimento. Um sistema de iluminação é utilizado com o objetivo de obter uma iluminação homogênea na região do material que vai ser analisada.

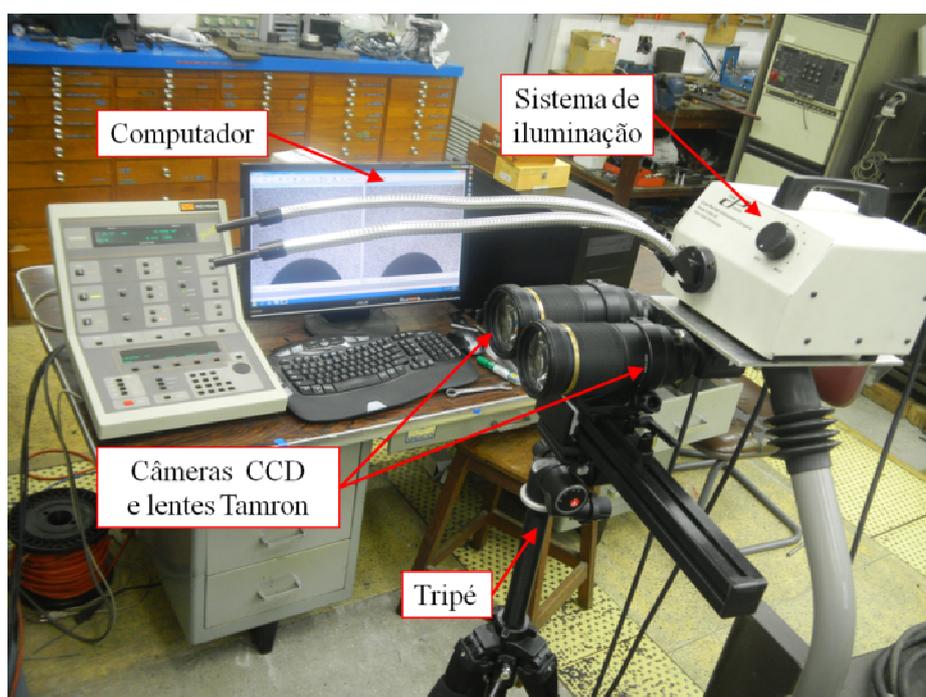


Figura 5.2 Sistema de visão estereoscópica montado no laboratório.

O VIC-Snap é o *software* utilizado para controlar remotamente as câmeras e sincronizá-las com o computador. A Fig. 5.3 mostra a tela de captura de imagens do *software*.

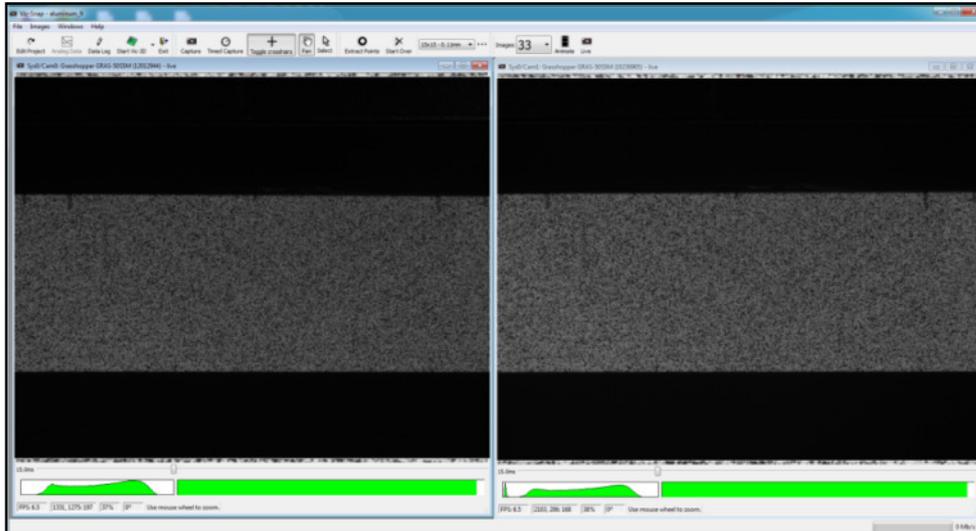


Figura 5.3 Tela principal do *software* Vic-Snap 2009.

5.3. Calibração das Câmeras

Neste trabalho, a calibração das câmeras é feita com ajuda do módulo de calibração do *software* VIC-3D e placas com pontos notáveis equidistantes de forma e tamanhos conhecidos. Os parâmetros das câmeras podem ser recuperados a partir da detecção e do reconhecimento destes pontos, utilizando para isto modelos matemáticos de câmeras.

Como primeiro passo no processo de calibração das câmeras, torna-se necessário que a região a ser analisada apareça no campo de visão de ambas. Depois de alinhadas as câmeras, uma placa de calibração é colocada na posição do corpo de prova e, seguidamente, são registradas várias imagens da placa em posições aleatórias, como mostrado na Fig. 5.4.

O tamanho da placa de calibração deve cobrir aproximadamente toda a região de interesse. Se a placa é muito grande, será difícil mantê-la totalmente no campo de visão de ambas as câmeras enquanto é feita a captura de imagens. Caso contrário, se for muito pequeno, dificulta a correta identificação dos pontos de referência, introduzindo erros no processo de calibração.

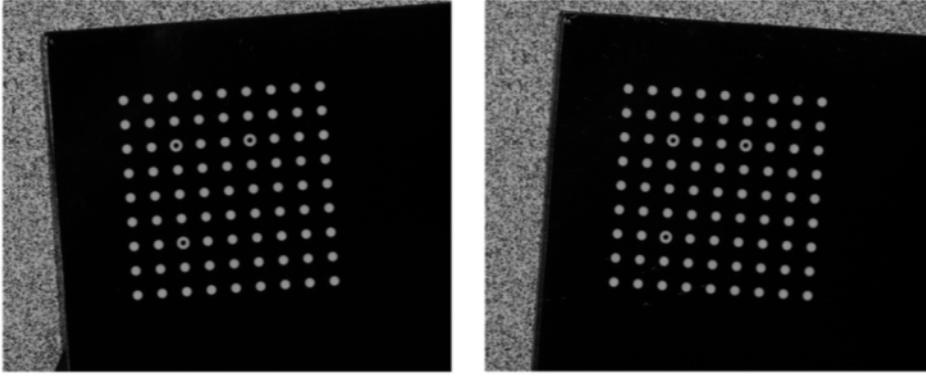


Figura 5.4 Exemplo de processo de calibração das câmeras.

Após a calibração ser realizada, os parâmetros das câmeras são armazenados, resumidos a seguir.

Parâmetros intrínsecos:

- Distância Focal: representa as distâncias, em *pixels*, entre o centro de projeção e o plano da imagem em ambas as direções, horizontal e vertical, e são armazenadas nos vetores $fc_left(2 \times 1)$ e $fc_right(2 \times 1)$.

- Centro Óptico da Imagem: representa as coordenadas, em *pixels*, do centro óptico da imagem em ambas as direções, horizontal e vertical, e são armazenadas nos vetores $cc_left(2 \times 1)$ e $cc_right(2 \times 1)$.

- Fator *skew*: define o ângulo entre os eixos *x* e *y* da imagem, armazenados nas variáveis $alpha_c_left$ e $alpha_c_right$.

$$alpha_c_left = \cotg \left(\frac{skew_left}{fc_left(1)} \right) \quad (5.1)$$

$$alpha_c_right = \cotg \left(\frac{skew_right}{fc_right(1)} \right) \quad (5.2)$$

- Distorção: representa os coeficientes de distorção radial da imagem e são armazenados nos vetores dr_left e dr_right .

Parâmetros extrínsecos:

- Rotação: representada pelo vetor de rotação $v_rot(3 \times 1)$.

$$v_rot = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

- Translação: representado pelo vetor 3D de translação $T(3 \times 1)$.

$$T = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

5.4. Determinação Experimental dos Deslocamentos

A metodologia para determinação experimental dos deslocamentos é descrita em etapas. Para cada uma delas foi desenvolvido nesta tese um procedimento específico a fim de aperfeiçoar o desempenho final do sistema de medição, descritos a seguir.

- *Seleção da imagem de referência e uma área de interesse.*

Uma imagem do corpo de prova sem deformação é capturada e designada como imagem de referência. Todos os resultados serão calculados com respeito a imagem de referência, usualmente adquirida no início do ensaio mecânico.

Antes de iniciar o procedimento de seguimento de pontos, uma área de interesse deve ser delimitada manualmente dentro desta imagem de referência, vide Fig. 5.5.

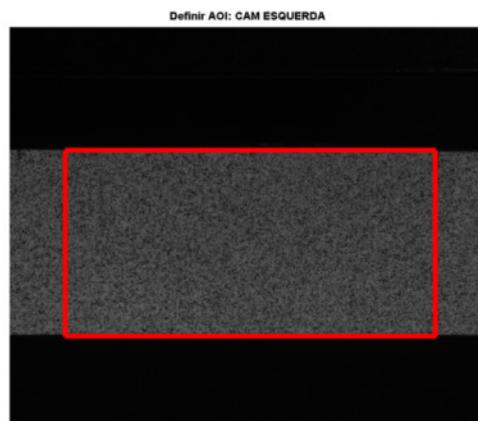


Figura 5.5 Exemplo de seleção de uma área de interesse.

- *Extração de pontos característicos.*

Nesta etapa, cada par de imagens estéreo é processado pelo algoritmo SIFT. Para isso, utiliza-se a implementação do algoritmo SIFT desenvolvida por Lowe, que localiza e extrai pontos de interesse nas imagens selecionados criando um conjunto de descritores locais.

- *Correspondência de pontos homólogos.*

Nesta etapa é realizado o emparelhamento ou *matching* de pontos homólogos entre as imagens capturadas do ensaio. Este processo é desenvolvido em duas etapas:

Primeiramente é feito o *matching* entre a imagem esquerda e direita para cada par-estéreo, como mostrado na Fig. 5.6.

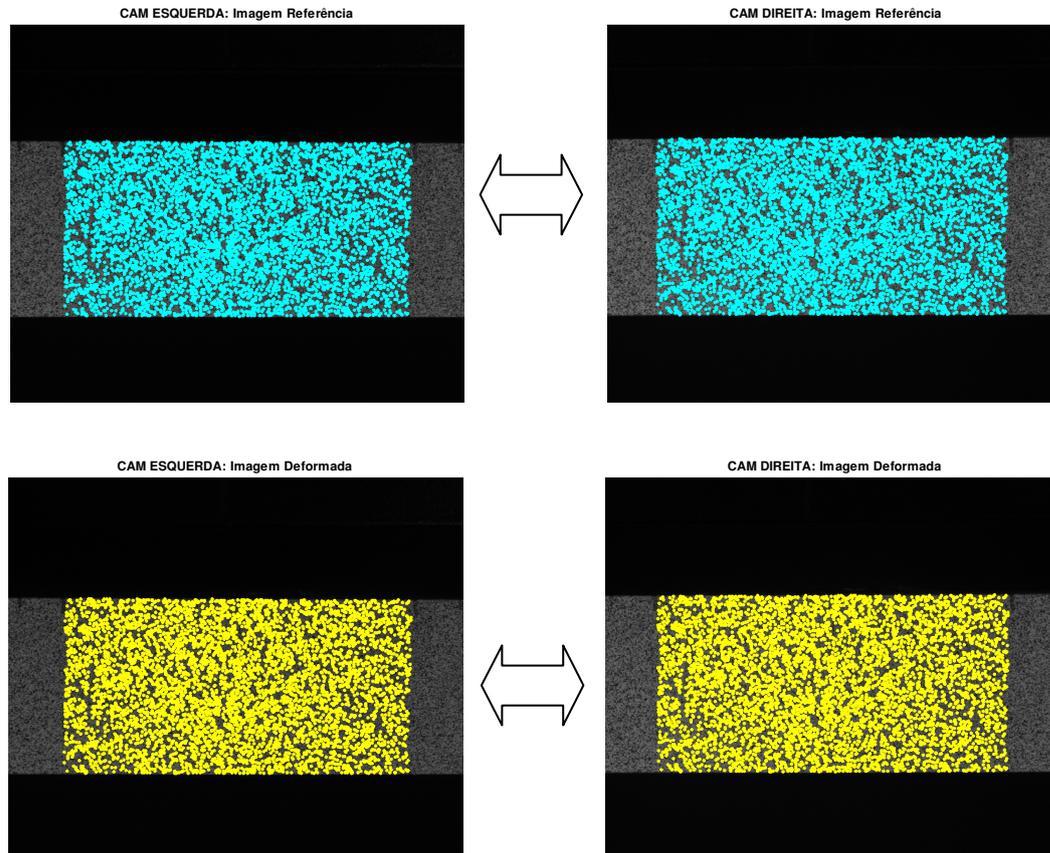


Figura 5.6 Correspondência entre cada par-estéreo.

Na segunda etapa, mostrada na Fig. 5.7, é feito o *matching* entre a imagem de referência e a deformada, ambas capturadas pela câmera da esquerda.

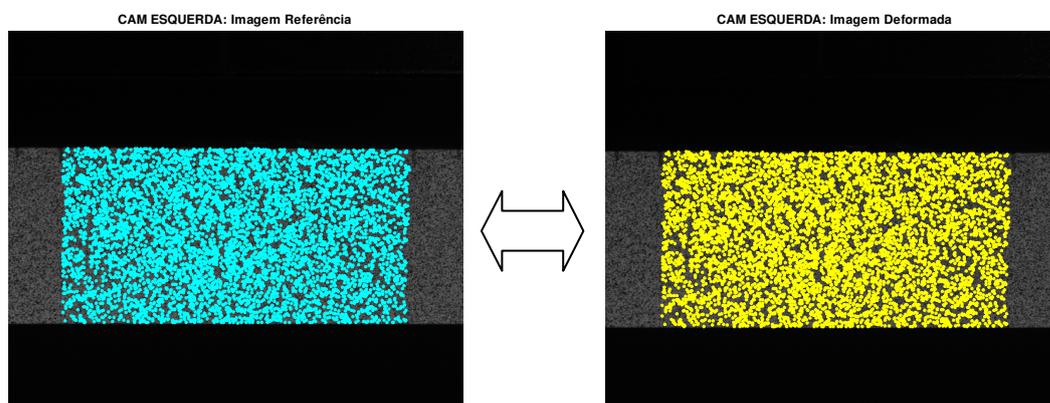


Figura 5.7 Correspondência entre imagem de referência e deformada.

O resultado deste processo é um conjunto de pontos homólogos localizados nas imagens de referência e deformada e seus correspondentes na imagem da câmera direita. Esta informação é armazenada em um vetor de posições. Assim,

$$\text{Imagem Referência} : \left[x_o^{cam_esq} \quad y_o^{cam_esq} \quad x_o^{cam_dir} \quad y_o^{cam_dir} \right] \quad (5.5)$$

$$\text{Imagem Deformada} : \left[x_f^{cam_esq} \quad y_f^{cam_esq} \quad x_f^{cam_dir} \quad y_f^{cam_dir} \right] \quad (5.6)$$

onde, (x_o, y_o) representam a posições iniciais na imagem de referência, e (x_f, y_f) as posições finais na imagem deformada

Como descrito na Seção 2.2, um limiar é estabelecido para controlar a eficiência no processo de *matching*, reduzindo a probabilidade de falsas correspondências. Neste trabalho, foi verificado que um valor de limiar igual a 0,4 leva a bons resultados.

A Tab. 5.1 apresenta a informação sobre o número de *matches* e tempos de CPU obtidos no processamento de cada uma das imagens das Figs. 5.6 e 5.7.

Tabela 5.1 Detalhes do processamento das imagens pelo SIFT.

Par-Estéreo	Pontos SIFT Câm. Dir.	Pontos SIFT Câm. Esq.	Nº de <i>matches</i>	Tempo (seg) ^(*)
I. Referência	48757	52304	11735	45
I. Deformada	44422	48507	10920	36
I. Referência - I. Deformada			6095	3

(*) Intel core i7, processador 2.2GHz.

- *Cálculo da posição 3D para os pontos extraídos.*

O cálculo das coordenadas 3D dos pontos no espaço pode ser obtido através do algoritmo de triangulação, definido na Seção 3.2.

Parâmetros de entrada:

-*pos_left* e *pos_right*: projeções dos pontos homólogos na imagem direita e esquerda;

-*R* e *T*: parâmetros extrínsecos estimados a partir da calibração: *R* é a matriz de rotação e *T* é o vetor de translação 3D;

-*cc_left*, *fc_left*, *dr_left*, *alpha_left*, *cc_right*, *fc_right*, *dr_right*, *alpha_right*: parâmetros intrínsecos da câmera esquerda e direita.

Parâmetros de saída:

- POS_{left} e POS_{right} : são as coordenadas 3D dos pontos no referencial da câmera esquerda e direita, respectivamente.

Na Fig. 5.8 é mostrado o resultado da triangulação para os pontos SIFT detectados no passo anterior, para o par-estéreo correspondente à imagem de referência.

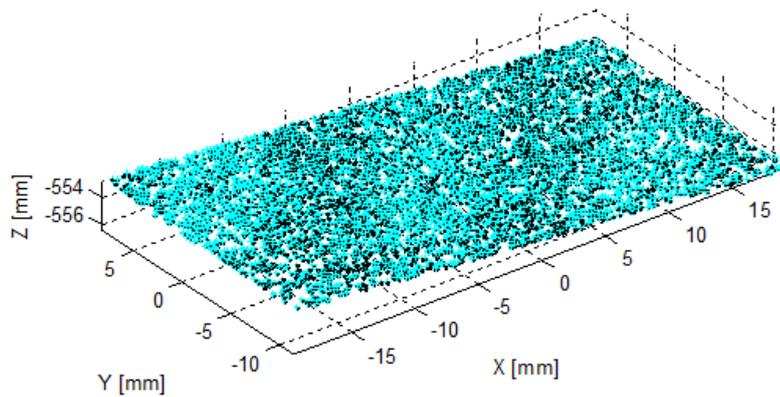


Figura 5.8 Exemplo de reconstrução da posição 3-D.

5.5. Formulação Sem Malha

A formulação sem malha descrita na Seção 4.2, é utilizada para modelar as componentes de deslocamento u e v , e as suas derivadas i.e.

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}^h = \sum_i^n \begin{bmatrix} \phi_i & 0 \\ 0 & \phi_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \quad (5.7)$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_{xy} \end{Bmatrix}^h = \begin{bmatrix} \frac{\delta}{\delta x} & 0 \\ 0 & \frac{\delta}{\delta y} \\ \frac{\delta}{\delta y} & \frac{\delta}{\delta x} \end{bmatrix} \sum_i^n \begin{bmatrix} \phi_i & 0 \\ 0 & \phi_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \quad (5.8)$$

A Eq. 5.8 associa os campos de deslocamentos às deformações de cada ponto do corpo segundo a definição langrangeana. Estas expressões são válidas para pequenas deformações (tipicamente $\epsilon < 1\%$). Assim, Eqs. 5.7 e 5.8 podem ser facilmente implementadas para medição de campos de deslocamento e de deformação, entre a imagem de referência e a imagem deformada.

A seguir, a resposta da formulação sem malha implementada é avaliada em relação aos parâmetros que a modelam: o tamanho do domínio de influência e função peso utilizada. Para isso, dois experimentos preliminares são apresentados utilizando corpos de prova de policarbonato. No primeiro caso, um gradiente de deformação uniforme é induzido numa barra retangular. No segundo caso, são analisadas as respostas da formulação quando se tem um elemento concentrador de tensões, no qual os valores máximos de deformação são esperados.

Ao analisar os parâmetros da formulação sem malha, busca-se determinar quais valores são mais adequados. Para isso, os erros RMS das componentes de deformação são calculados, para cada configuração de parâmetros adotada, utilizando a expressão do erro definido na Eq. (4.56). As visualizações gráficas destas componentes também são mostradas e comparadas com simulações feitas no *software* de elementos finitos ANSYS, sob as mesmas condições do experimento.

Na formulação sem malha desenvolvida, o tipo de domínio adotado é de formato circular e a função de base de seis termos é utilizada:

$$\mathbf{P}^T(\mathbf{x}) = [1 \quad x \quad y \quad xy \quad x^2 \quad y^2], \quad m = 6 \quad (5.9)$$

5.5.1. Caso Nº 1: Gradiente de Deformação Uniforme

Como primeiro problema a ser analisado, considerou-se uma viga de seção retangular submetida a um ensaio de flexão em quatro pontos, como mostrado na Fig. 5.9. Os pontos de apoio instalados na parte superior e inferior do sistema foram posicionados a distâncias $L_s = 76$ e $L_i = 120$ mm, respectivamente.

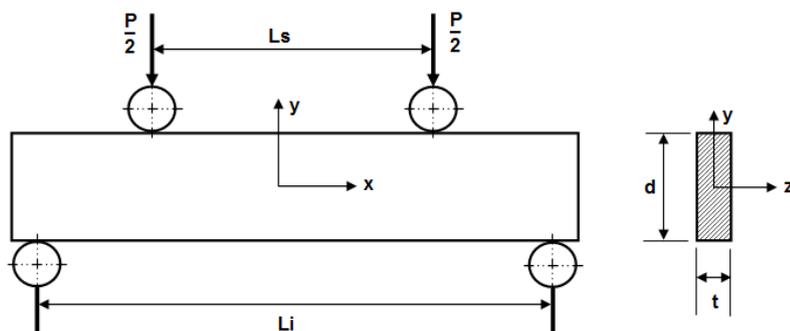


Figura 5.9 Viga retangular submetida à flexão em quatro pontos.

A Tab. 5.2 apresenta as propriedades mecânicas e dimensões do corpo de prova analisado neste experimento preliminar, feito de policarbonato.

Tabela 5.2 Descrição do corpo de prova.

Material	Policarbonato
Módulo de Elasticidade (E)	2400 MPa
Coef. de Poisson (ν)	0,39
Dimensões ($L \times t \times d$)	146 \times 11 \times 20 (mm)

A configuração experimental para este ensaio consta de um sistema de apoios e de um mecanismo de aplicação manual de carga acoplado a um transdutor de força.

As câmeras foram posicionadas e o sistema calibrado, conseguindo uma precisão de medição 14,8 $\mu\text{m}/\text{pixel}$. Antes de iniciar o ensaio, uma imagem do corpo de prova sem carga aplicada foi capturada e denominada de imagem de referência. Em seguida, duas cargas axiais $P = 130 \text{ N}$ e $P = 190 \text{ N}$ foram aplicadas e suas respectivas imagens capturadas, denominadas de imagens deformadas. Assim, as imagens são processadas pelo algoritmo SIFT, e os pontos correspondentes em cada par-estéreo são localizados e armazenados. Na Tab. 5.3 e Tab. 5.4 são apresentados os detalhes do processamento das imagens estéreo para as duas condições de carga.

Tabela 5.3 Detalhes do processamento SIFT para $P = 130 \text{ N}$.

Par-Estéreo	Pontos SIFT Câm. Dir.	Pontos SIFT Câm. Esq.	Nº de <i>matches</i>	Tempo (seg) ^(*)
I. Referência	95109	96823	17479	140
I. Deformada	95975	96680	17308	135
I. Referência - I. Deformada			10880	7

(*)Intel core i7, processador 2.2GHz.

Tabela 5.4 Detalhes do processamento SIFT para $P = 190 \text{ N}$.

Par-Estéreo	Pontos SIFT Câm. Dir.	Pontos SIFT Câm. Esq.	Nº de <i>matches</i>	Tempo (seg) ^(*)
I. Referência	95807	96874	17448	133
I. Deformada	94957	96906	17141	134
I. Referência - I. Deformada			10623	7

(*)Intel core i7, processador 2.2GHz.

As Figs. 5.10 e 5.11 mostram o resultado da correspondência de pontos SIFT entre a imagem de referência e as imagens deformadas. Ambos os resultados correspondem à câmera da esquerda.

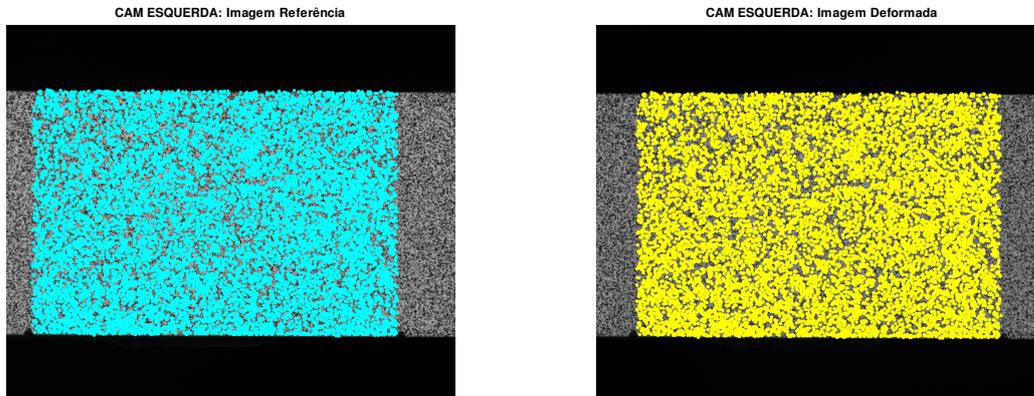


Figura 5.10 Pontos correspondentes para a carga $P = 130$ N (10880 pontos)

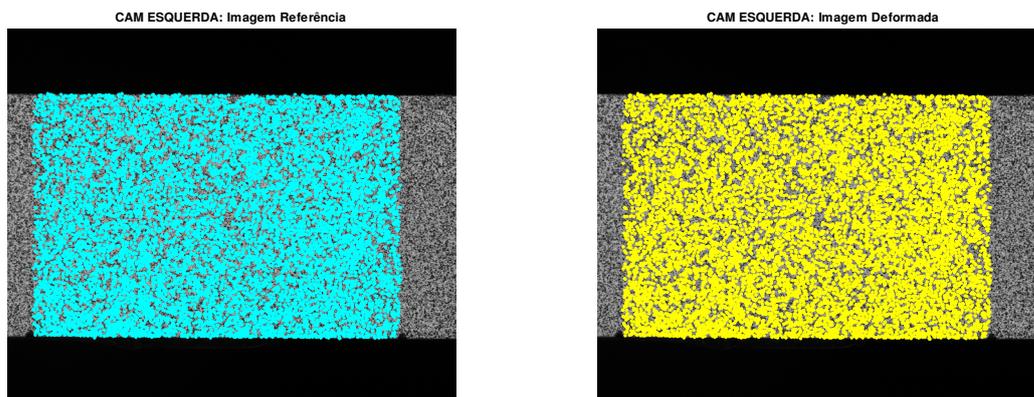


Figura 5.11 Pontos correspondentes para a carga $P = 190$ N (10623 pontos)

Na formulação sem malha, o primeiro parâmetro a ser analisado é o tamanho do domínio de influência (Equação 4.4), o qual depende de dois parâmetros de ajuste: a constante de proporcionalidade α_s e o raio de influência d_i , usualmente determinados empiricamente.

Para isto, avalia-se o comportamento do erro RMS em relação à variação de d_i e α_s no cálculo das componentes de deformação ϵ_{xx} e ϵ_{yy} nas duas condições de carga do problema. Nesta primeira análise, o parâmetro d_i assume os valores de 1,5; 2; 2,5; 3; 3,5 e 4, e o parâmetro α_s assume os valores de 2, 3 e 4 (recomendados na literatura). A função peso utilizada foi a Cúbica *Spline*.

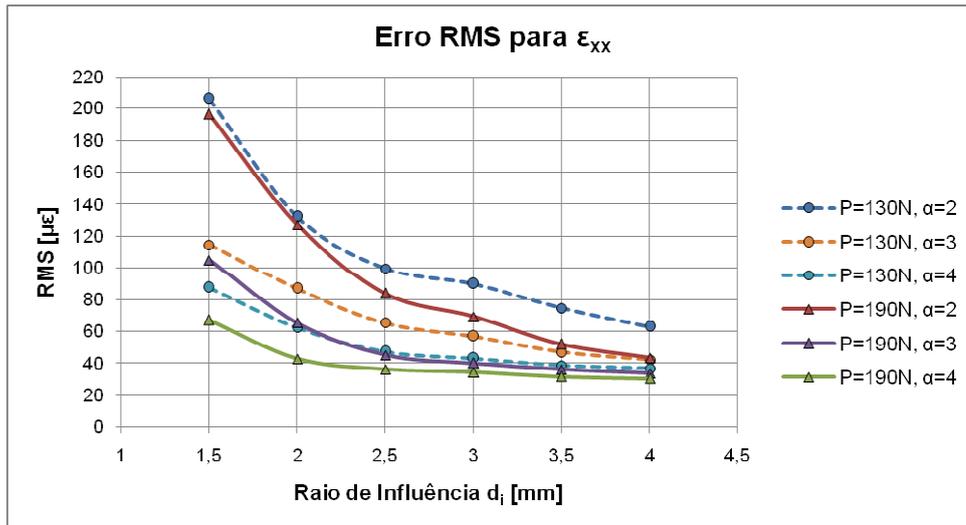


Figura 5.12 Evolução do erro RMS na componente ϵ_{xx} em relação à variação do raio de influência d_i e da constante de proporcionalidade α_s .

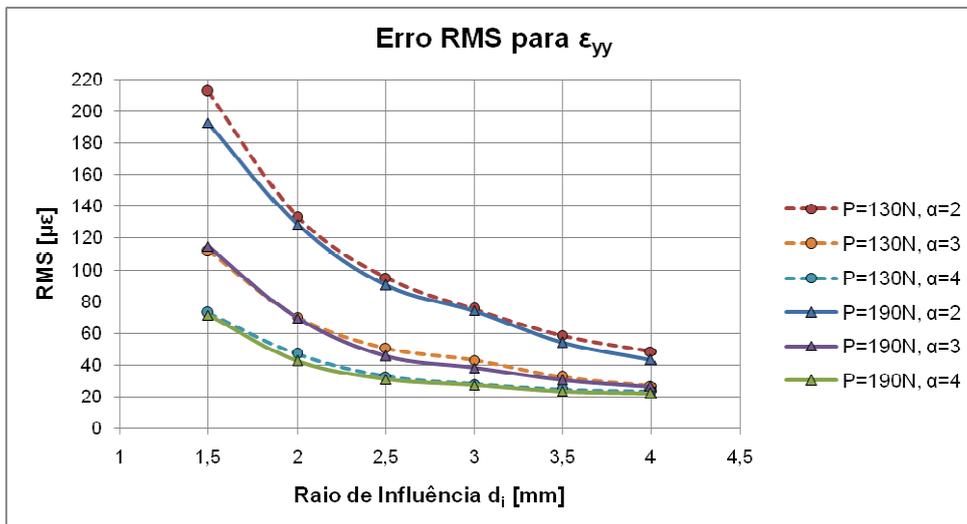


Figura 5.13 Evolução do erro RMS na componente ϵ_{yy} em relação à variação do raio de influência d_i e da constante de proporcionalidade α_s .

As Figs. 5.12 e 5.13 mostram que, aproximadamente, a partir de valores maiores que 2,5, a diminuição do erro não é tão significativa, desta forma pode ser considerado um valor válido para d_i na formulação sem malha utilizada.

Em seguida, a constante de proporcionalidade α_s é avaliada. Para isto, as componentes de deformação foram calculadas com valor de d_i mantido em 2,5, obtido da análise anterior, e α_s assumiu os valores de 2; 3; 4; 5 e 6. A função de peso utilizada foi a Cúbica *Spline*.

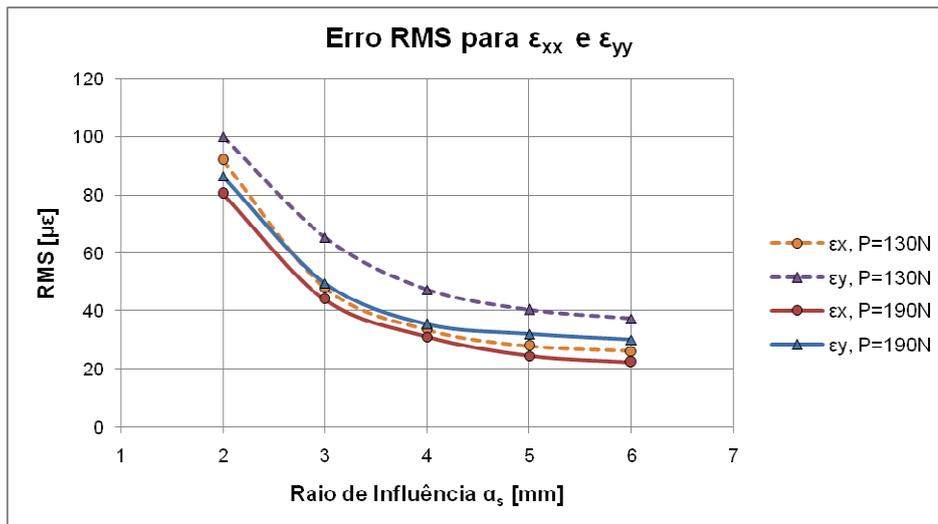


Figura 5.14 Evolução do erro RMS em relação à constante de proporcionalidade α_s na formulação sem malha para $d_i = 2,5$ mm.

De acordo com os resultados mostrados na Fig. 5.14, com um valor alto de α_s têm-se as melhores respostas. No entanto, isto implica em uma quantidade maior de nós nos domínios de influência e, como resultado, a solução é extremamente suavizada. Segundo Dolbow e Belytschko (1998), para análises estáticas, o parâmetro α_s está usualmente entre os valores de 2 e 4. Verifica-se que para o caso de um gradiente de deformação uniforme, um valor de α_s igual a 4 leva a resultados satisfatórios.

A seguir, as funções peso definidas na Seção 4.2.2 são avaliadas utilizando a configuração de parâmetros estabelecidos nas análises anteriores: α_s igual a 4 e d_i igual a 2,5. Os resultados do erro RMS no cálculo das componentes ϵ_{xx} e ϵ_{yy} para as cargas de 130 N e 190 N são apresentados na Tab. 5.5.

Tabela 5.5 Erros RMS obtidos para diferentes funções peso.

Função de peso $w(x, y)$	Carga P = 130N Erro RMS ($\mu\epsilon$)		Carga P = 190N Erro RMS ($\mu\epsilon$)	
	ϵ_{xx}	ϵ_{yy}	ϵ_{xx}	ϵ_{yy}
Cúbica <i>Spline</i>	44.6	30.6	35.5	28.3
Quártica <i>Spline</i>	45.9	32.1	36.2	29.4
Quinta <i>Spline</i>	44.3	30.1	35.5	28.1
Exponencial ($a = 0.4$)	42.1	27.8	34.7	26.8
Gaussiana ($b = 2, k = 1$)	41.8	27.3	34.1	26.2
Cônica ($k = 1$)	39.4	25.5	32.6	24.9

Nota-se que para todas as funções de peso testadas foram encontrados resultados próximos. Todavia, nota-se que o erro diminui conforme aumentam as deformações a serem medidas. Esta diminuição do erro é devida ao fato que maiores deslocamentos são mais fáceis de serem detectados pelo algoritmo SIFT.

A seguir, são apresentadas as saídas gráficas para as componentes de deformação na direção x (vide Fig. 5.15) e na direção y (vide Fig. 5.16) para o valor de carga $P = 190$ N, empregando o programa desenvolvido. Os resultados correspondem à função peso gaussiana ($b = 2$, $k = 1$) com $d_i = 2,5$ e $\alpha_s = 4$.

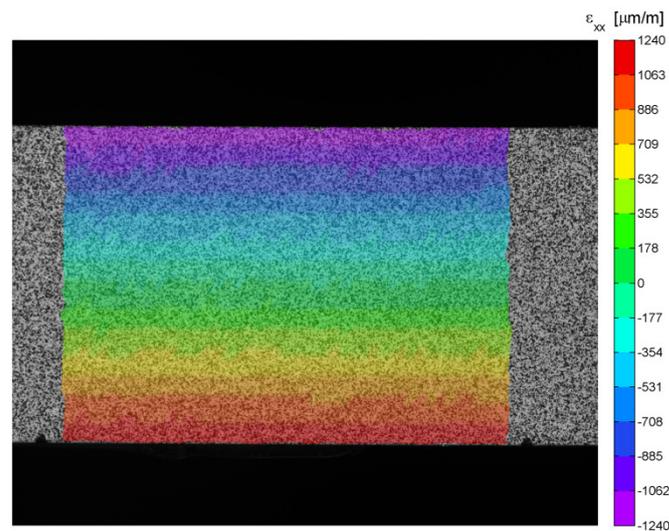


Figura 5.15 Campo de deformações na direção x obtido pelo método SIFT-Meshless para $P = 190$ N.

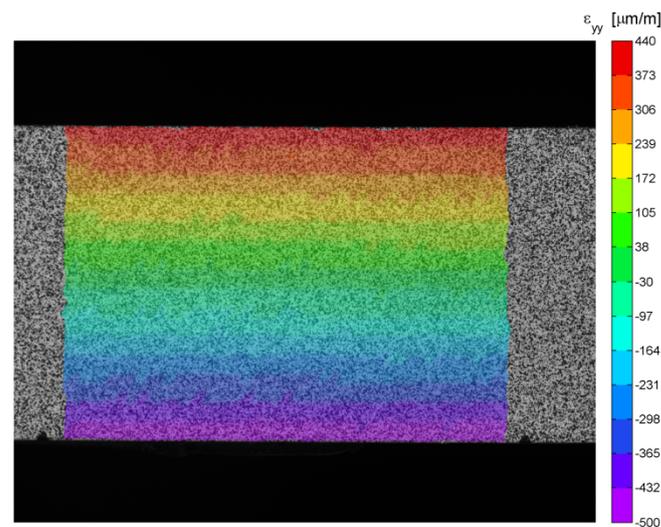


Figura 5.16 Campo de deformações na direção y obtido pelo método SIFT-Meshless para $P = 190$ N.

Ambas as respostas são então comparadas com as obtidas nas simulações utilizando o *software* ANSYS em uma análise tridimensional. A Fig. 5.17 mostra a malha de elementos finitos construída para realização das simulações numéricas.

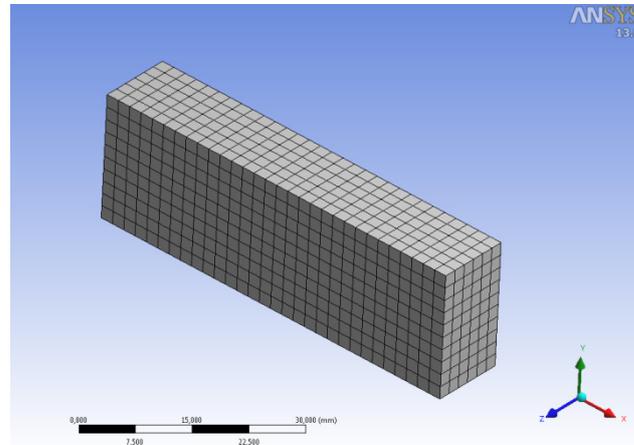


Figura 5.17 Modelo de elementos finitos para o Caso N° 1.

Nas Figs. 5.18 e 5.19, as respostas foram comparadas na escala do ANSYS, verificando-se um comportamento semelhante na distribuição das deformações.

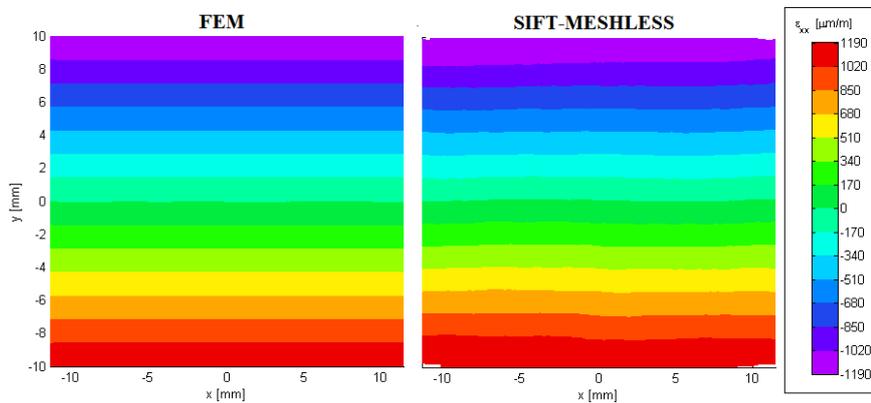


Figura 5.18 Comparação entre resultados numérico e experimental para ϵ_{xx} .

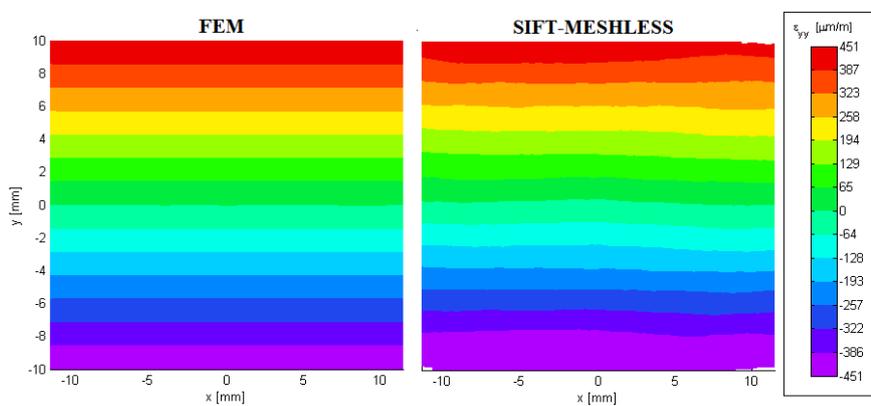


Figura 5.19 Comparação entre resultados numérico e experimental para ϵ_{yy} .

5.5.2.

Caso Nº 2: Gradiente de Deformação com Concentração de Tensões

Neste segundo experimento preliminar, considerou-se uma viga de policarbonato de seção retangular com entalhe semicircular de raio r igual a 5 mm. A viga está engastada e sendo submetida a uma carga vertical concentrada P , na extremidade livre, como mostrado na Fig. 5.20.

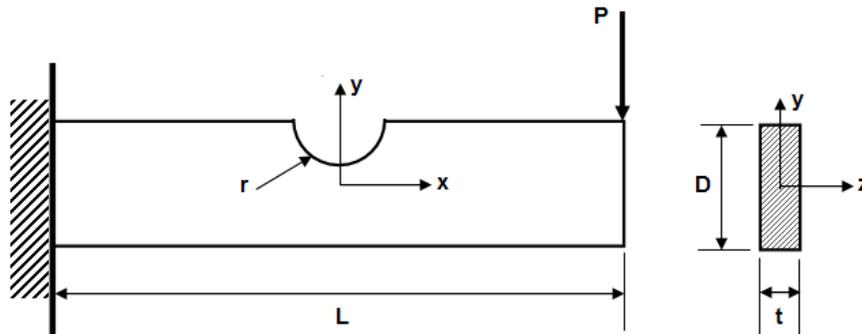


Figura 5.20 Viga engastada com carregamento na extremidade.

A Tab. 5.6 mostra a descrição das propriedades e dimensões do corpo de prova analisado.

Tabela 5.6 Descrição do corpo de prova

Material	Policarbonato
Módulo de Elasticidade (E)	2200 MPa
Coef. de Poisson (ν)	0.39
Dimensões ($L \times t \times D$)	120 \times 3 \times 25 (mm)

As câmeras foram posicionadas corretamente em frente ao corpo de prova. Antes da captura dos dados, o sistema é calibrado conseguindo-se uma precisão de medição de 15,5 $\mu\text{m}/\text{pixel}$. Seguidamente, dois pares de imagens são capturados do ensaio: o primeiro sem deformação do corpo de prova, correspondente a imagem de referência, e o segundo depois da aplicação da carga $P = 4,7 \text{ N}$, correspondente a imagem deformada. Ambos os pares de imagens são processados pelo algoritmo SIFT, e os pontos correspondentes são localizados na imagem da câmera esquerda, como mostrado na Fig. 5.21.

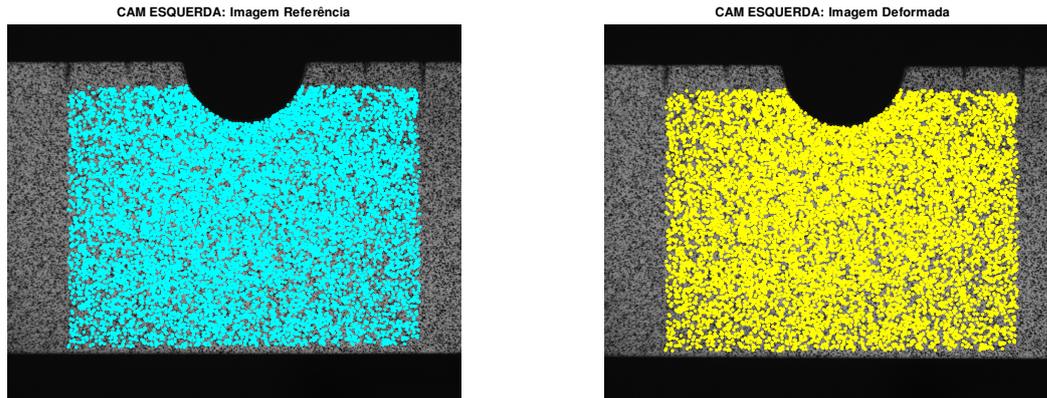


Figura 5.21 Pontos correspondentes para P = 4.7N (10254 pontos).

Na Tab. 5.7 são apresentados os detalhes do processamento das imagens estéreo para a respectiva carga aplicada.

Tabela 5.7 Detalhes do processamento SIFT para P = 4,7N.

Par-Estéreo	Pontos SIFT Câm. Dir.	Pontos SIFT Câm. Esq.	Nº de <i>matches</i>	Tempo (seg) ^(*)
I. Referência	76578	75731	17401	83
I. Deformada	76831	76030	17076	87
I. Referência - I. Deformada			10254	7

(*)Intel core i7, processador 2.2GHz.

Para comparação dos resultados experimentais, um modelo numérico tridimensional também foi desenvolvido no programa ANSYS simulando as mesmas condições do problema estudado. A malha adotada é composta de elementos tetraédricos quadráticos e apresenta um refinamento próximo à região do entalhe, como mostrado na Fig. 5.22.

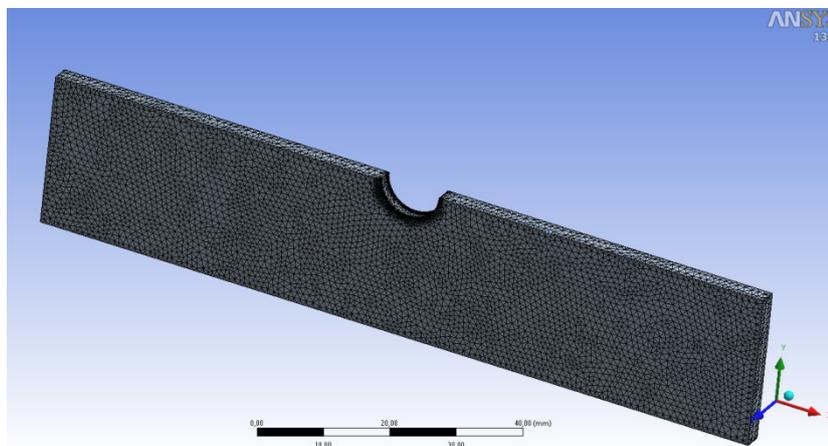


Figura 5.22 Modelo de elementos finitos para o Caso N° 2.

A seguir, a resposta da formulação sem malha é analisada em relação à variação do parâmetro α_s . Para tanto, as componentes de deformação foram calculadas com valor de d_i mantido em 2,5, definido no caso apresentado anteriormente, e para o parâmetro α_s os valores de 2, 3 e 4 são testados. A função peso utilizada foi a Exponencial com valor de $a = 0.4$.

Os resultados calculados foram confrontados com a simulação numérica do problema. A Fig. 5.23 mostra a evolução das distribuições para a componente de deformação ε_{xx} , ao longo da seção transversal na posição correspondente ao fundo do entalhe, $x = 0$, onde ocorrerá o máximo valor de ε_{xx} .

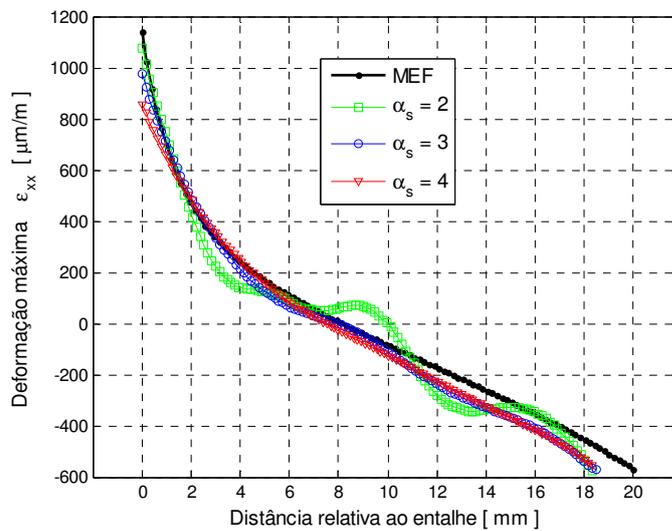


Figura 5.23 Comparação entre resultados numérico e experimental da distribuição de ε_{xx} ao longo da seção transversal em $x = 0$.

Nota-se que a solução calculada com α_s igual a 2 se aproxima mais da solução numérica na região vizinha ao entalhe. Da mesma forma que o valor de α_s igual a 4 apresenta melhor resposta, quando a solução fica mais uniforme e menos oscilatória em relação a y . Desta forma, propõe-se um tamanho de domínio variável controlado pelo parâmetro α_s . O objetivo dessa variabilidade é obter resultados mais precisos, diminuindo o número de nós no domínio de suporte na aproximação de áreas com alta concentração de tensão, em que uma maior acurácia é normalmente desejada. E, caso contrário, o número de nós no domínio de suporte é incrementado em áreas em que a distribuição de tensões é uniforme, suavizando os campos resultantes. Com este objetivo, uma metodologia é desenvolvida para atribuir automaticamente valores adequados de α_s em cada nó de suporte.

O primeiro passo é calcular uma primeira aproximação com um valor fixo de α_s : recomenda-se valores elevados de 4 ou 5 (vide Fig. 5.24).

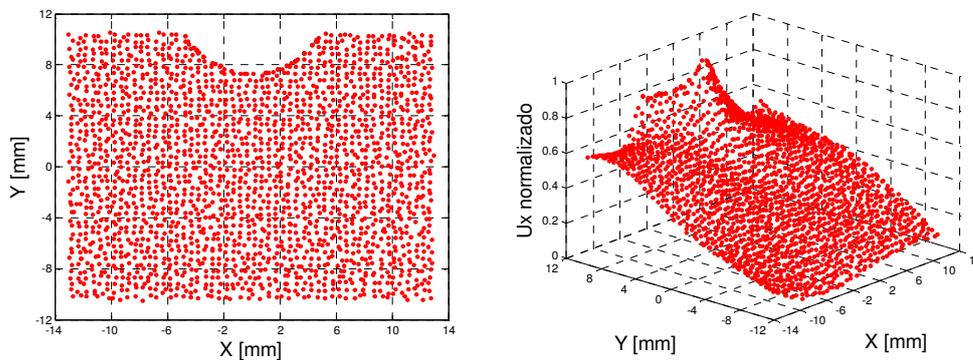


Figura 5.24 Pontos SIFT utilizados na formulação sem malha (Esq.).

Primeira aproximação de ϵ_{xx} com $\alpha_s = 4$ (Dir.).

Seguidamente, o gradiente normalizado desta primeira aproximação na direção do entalhe é calculado. A magnitude do gradiente indica o quão rápido a solução cresce naquela direção, portanto altos valores do gradiente representam uma região de alta concentração de tensões. Como exemplo, a Fig. 5.25 mostra o cálculo do gradiente na direção y (direção perpendicular à raiz do entalhe) da componente de deformação ϵ_{xx} obtida com valor de α_s igual a 4.

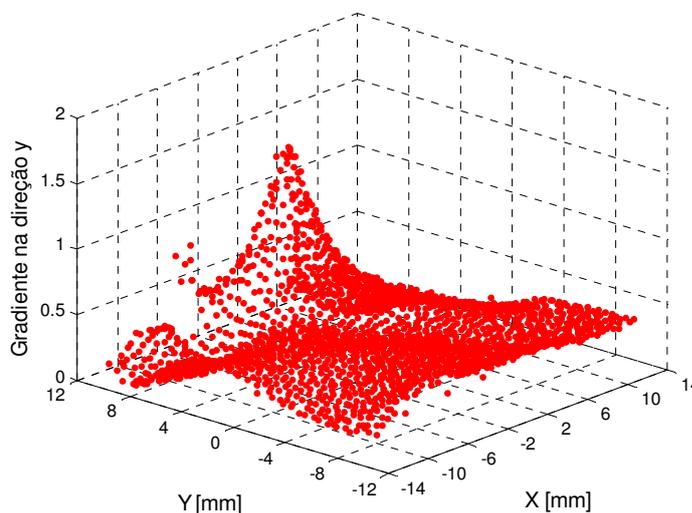


Figura 5.25 Cálculo do gradiente normalizado de ϵ_{xx} na direção y .

O incremento na resposta do gradiente indica a presença do elemento concentrador de tensão, e, por tanto, valores de α_s próximos a 2 são desejáveis. Desta forma, a informação apresentada na Fig. 5.25 é útil para relacionar os valores de α_s com o comportamento do gradiente normalizado. Com este objetivo,

simulações numéricas de peças entalhadas com raios variando entre 1 a 10 mm foram executadas utilizando ao programa ANSYS. Na Fig. 5.26 são mostrados alguns exemplos das respostas do gradiente normalizado calculado nestas simulações.

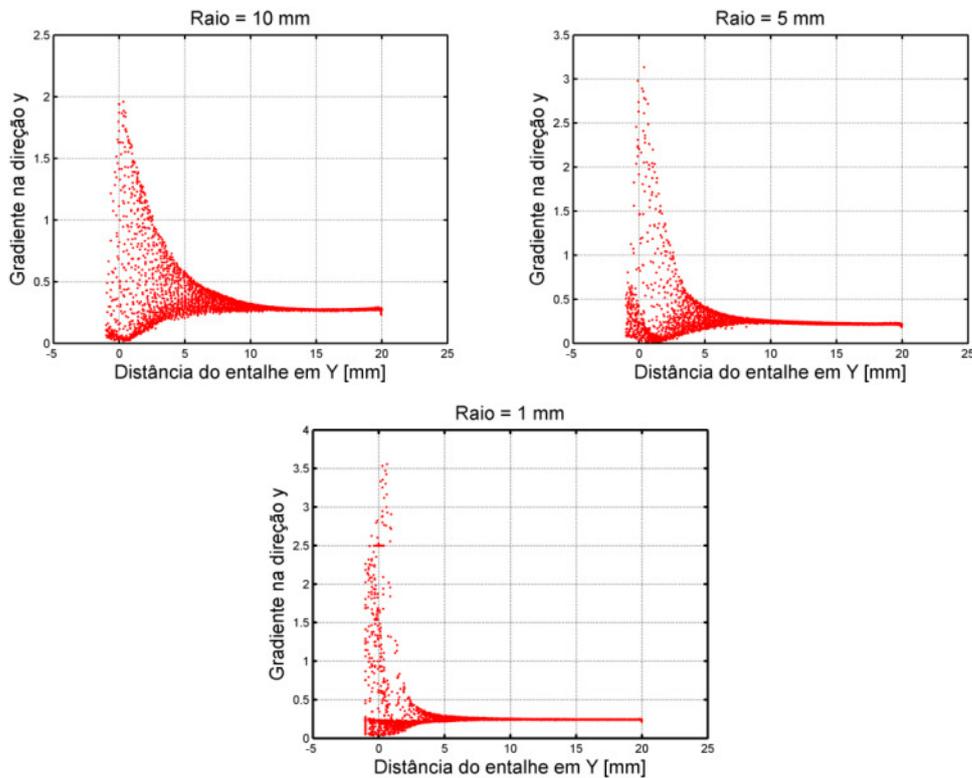


Figura 5.26 Variação do gradiente normalizado calculado na direção y para as simulações com raios de entalhe de 1, 5 e 10 mm.

Como resultado, a função mostrada na Fig. 5.27 é calibrada, através da qual os valores de α_s são determinados para cada nó no domínio do problema.

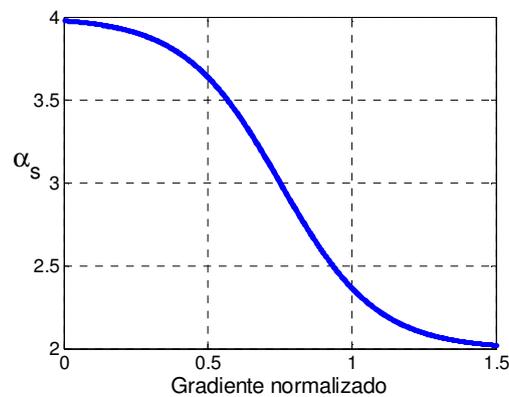


Figura 5.27 Função calibrada para determinação do parâmetro α_s .

Finalmente, uma segunda aproximação é executada com os novos valores de α_s associados a cada nó de suporte. Assim, as componentes de deslocamento e deformação são recalculadas. A Fig. 5.28 mostra a saída gráfica para o campo de deformações ε_{xx} na direção x provocada pelo momento fletor. Nesta figura, pode-se identificar claramente o efeito da concentração de deformações na região vizinha ao entalhe. O valor máximo de deformação se encontra localizado na região inferior do entalhe, sendo positivo pela tração induzida na parte superior da viga.

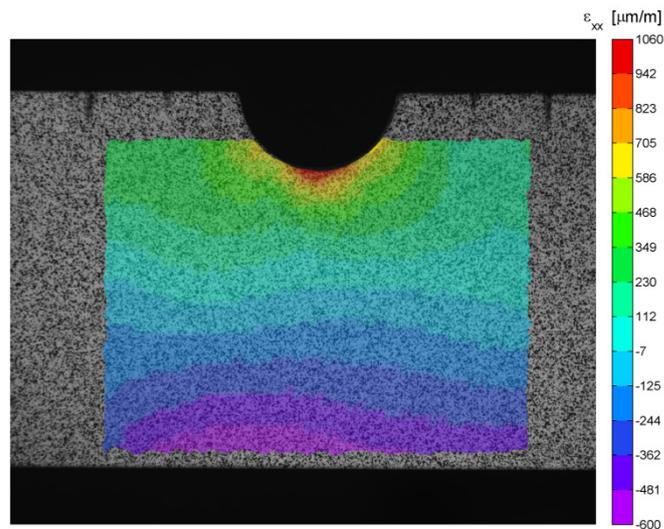


Figura 5.28 Campo de deformações ε_{xx} na direção x obtido pelo método SIFT-Meshless para o Caso N° 2.

Em seguida, ambas as respostas são comparadas com a solução obtida da simulação utilizando o programa ANSYS. A Fig. 5.29 apresenta a comparação das respostas utilizando a escala de valores do ANSYS.

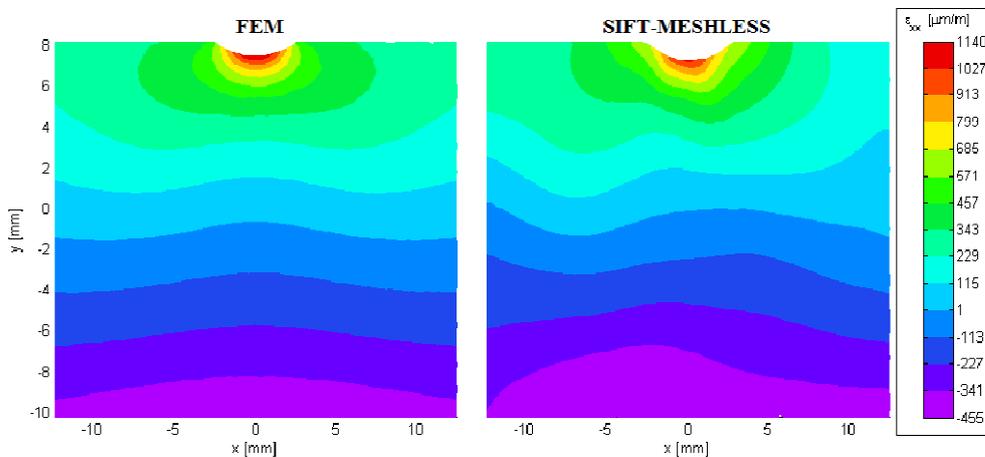


Figura 5.29 Comparação entre resultados numérico e experimental para a componente de deformação ε_{xx} na direção x .

Para uma melhor análise, as distribuições ao longo da seção transversal das respostas apresentadas na figura anterior, na posição x igual a 0, são confrontadas na Fig. 5.30.

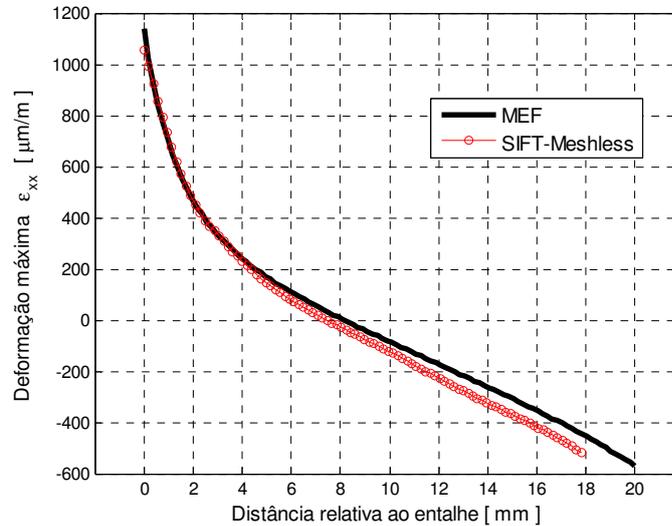


Figura 5.30 Comparação entre resultados numérico e experimental da distribuição de ϵ_{xx} ao longo da seção transversal em $x = 0$.

Observando as Figs. 5.29 e 5.30 pode-se verificar que os resultados obtidos são satisfatórios. A formulação sem malha com tamanho de influência variável proposta se mostra eficiente na medição de gradientes de deformação, em especial em regiões vizinhas a entalhes, onde o cálculo deve ser mais preciso para obtenção do fator de concentração de deformações K_e da raiz do entalhe.

Note que a metodologia proposta, que funde o algoritmo SIFT e técnicas de estereoscopia com métodos sem malha, é capaz de calcular a deformação na raiz do entalhe, e com boa acurácia. Métodos de correlação tradicionais, por outro lado, só conseguem obter deformações a partir de uma distância finita da raiz do entalhe, pois não conseguem identificar as deformações perto das bordas dos componentes analisados. Esses métodos tradicionais precisam modificar seus parâmetros ou extrapolar o campo de deformações, para o cálculo de K_e , comprometendo a precisão dos cálculos em especial na presença de altos gradientes de deformação.

Finalmente, vale ressaltar que, o programa desenvolvido pode ser integrado a um hardware próprio, dispensando a utilização do sistema de câmeras e a plataforma de calibragem do VIC-3D. Assim, câmeras de menor custo podem ser suficientes para rodar o sistema com eficiência.

No próximo capítulo, a metodologia proposta é validada a partir de experimentos elastoplásticos em um corpo de prova metálico.

6 Resultados Experimentais

O propósito deste capítulo é validar experimentalmente a metodologia apresentada nos capítulos anteriores através do programa computacional desenvolvido. O estudo é focado no comportamento elastoplástico das deformações próximas ao entalhe em uma barra retangular submetida a flexão. Para isso, um ensaio de flexão em quatro pontos é realizado em uma amostra de aço inox 304.

Primeiramente é descrito o procedimento para obtenção das propriedades mecânicas do material a ser ensaiado e, em seguida, é apresentada a configuração experimental adotada. Na parte final do capítulo são apresentados os resultados obtidos experimentalmente em laboratório. É feita a comparação com modelos semi-empíricos de previsão de efeitos de concentração de deformações, simulações utilizando o programa de Elementos Finitos ANSYS e medições feitas com o sistema de medição visual VIC-3D da empresa *Correlated Solutions*.

6.1. Caracterização do Material

A caracterização mecânica do aço inox 304 é feita segundo a norma ASTM E646-07. Para isso, um ensaio de tração uniaxial é executado em um corpo de prova do material, de forma e dimensões mostradas na Fig. 6.1.

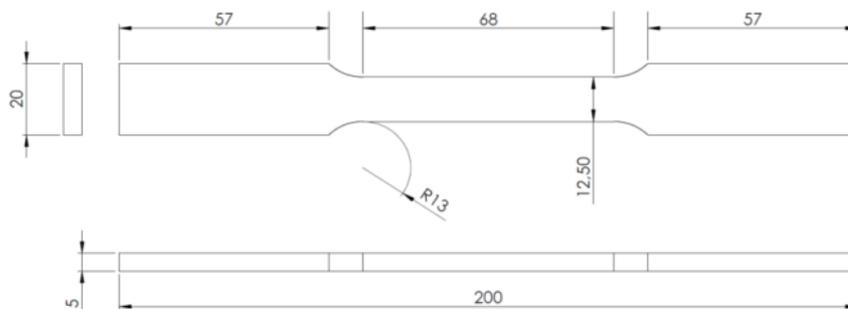


Figura 6.1 Geometria do corpo de prova utilizado para caracterização do aço 304 (dimensões em milímetros).

A Fig. 6.2 apresenta a curva tensão-deformação de engenharia obtida diretamente do ensaio de tração, e a sua respectiva curva tensão-deformação real transformada pelas relações:

$$\begin{aligned}\sigma &= \sigma_{eng} (1 + \varepsilon_{eng}) \\ \varepsilon &= \ln(1 + \varepsilon_{eng})\end{aligned}\quad (6.1)$$

onde (σ, ε) são os pares de pontos na curva tensão-deformação real e, $(\sigma_{eng}, \varepsilon_{eng})$ os pares de pontos na curva tensão-deformação de engenharia.

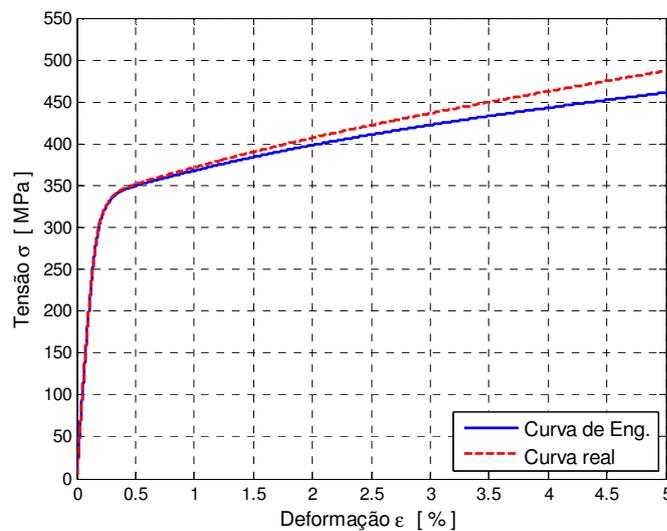


Figura 6.2 Curva σ - ε de engenharia e real para o aço inox 304.

A partir desse gráfico são extraídas algumas propriedades mecânicas do material, como o módulo de elasticidade (vide Fig. 6.3) e a resistência ao escoamento, $S_y = 345$ MPa.

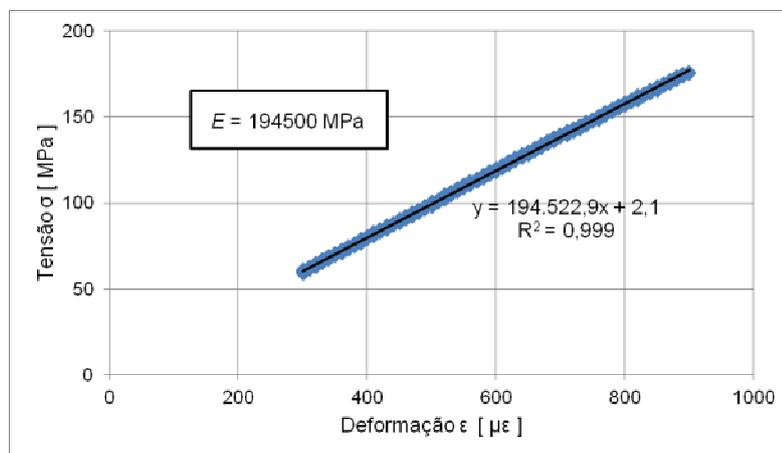


Figura 6.3 Determinação do módulo de elasticidade para o aço inox 304.

O coeficiente H e o expoente h de encruamento monotônico são determinados de acordo com o procedimento estabelecido na norma ASTM E646-07 (ASTM E646, 2007). Na Fig. 6.4 é mostrado o cálculo de H e h através do ajuste de uma reta aos dados tensão real versus deformação plástica real plotados em coordenadas $\log\text{-log}$.

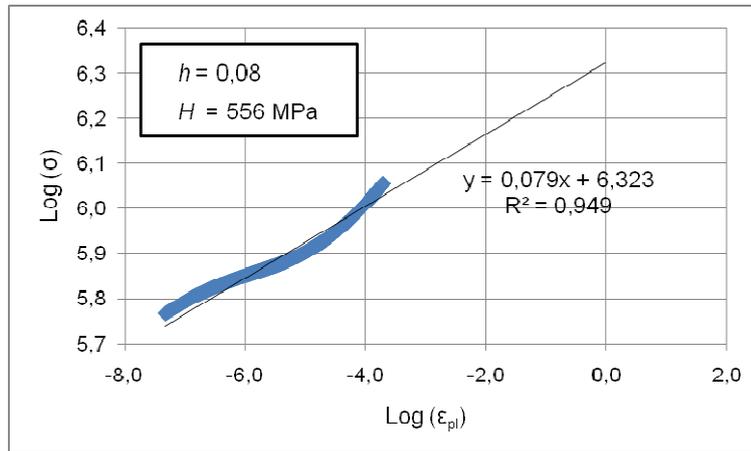


Figura 6.4 Ajuste do coeficiente H e do expoente h para o aço 304.

A Fig. 6.5 apresenta a curva tensão-deformação real monotônica modelada utilizando os parâmetros de encruamento ajustados anteriormente, através do modelo proposto por Ramberg-Osgood (1943):

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{H} \right)^{1/h} \quad (6.2)$$

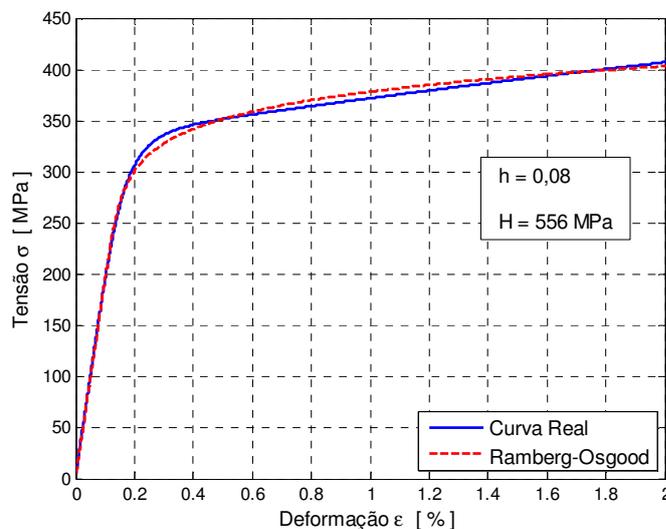


Figura 6.5 Ajuste de Ramberg-Osgood para o aço 304.

6.2. Montagem Experimental

Neste ensaio, o corpo de prova utilizado é uma barra retangular, no qual foi usinado um entalhe com formato semicircular de raio igual a 12,5 mm, conforme mostra o desenho da Fig. 6.6.

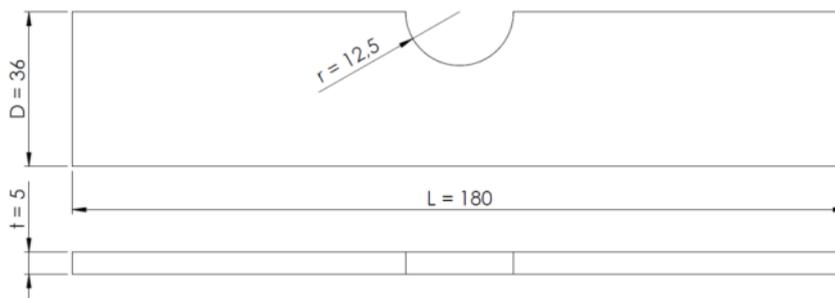


Figura 6.6 Geometria do corpo de prova utilizado para o ensaio de flexão (dimensões em milímetros).

Uma região de interesse na superfície do corpo de prova foi devidamente acondicionada conforme procedimento descrito na Seção 5.1, executado com tinta branca de fundo e salpicos de tinta preta, como mostrado na Fig. 6.7.



Figura 6.7 Corpo de prova utilizado no ensaio de flexão em quatro pontos.

As duas câmeras do sistema de visão estereoscópico são posicionadas em frente ao corpo de prova, e calibradas conforme descrito na Seção 5.3. Esta configuração das câmeras fornece um campo de visão equivalente a $34,9 \times 29,2$ mm², com uma resolução de imagem de $14,3 \mu\text{m}/\text{pixel}$ no plano do objeto. Um sistema de iluminação por fibra óptica foi posicionado a uma distância conveniente da superfície do material.

A configuração experimental do ensaio de flexão em quatro pontos é mostrada esquematicamente na Fig. 6.8. Os comprimentos dos vãos menor e maior são de $L_s = 80$ mm e $L_i = 160$ mm, respectivamente.

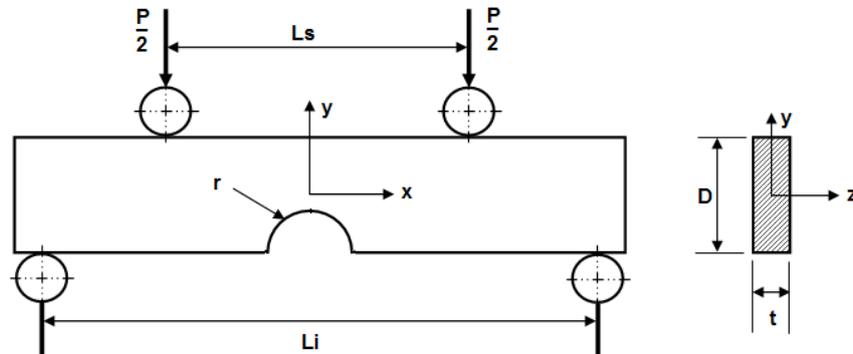


Figura 6.8 Viga retangular com entalhe semicircular submetida a flexão em quatro pontos.

O ensaio de flexão em quatro pontos foi realizado na máquina universal Instron® modelo 4411, pertencente ao Laboratório de Fadiga da PUC-Rio. Dispositivos adequados para este tipo de ensaio mecânico são fixados na máquina, como mostrado na Fig. 6.9.

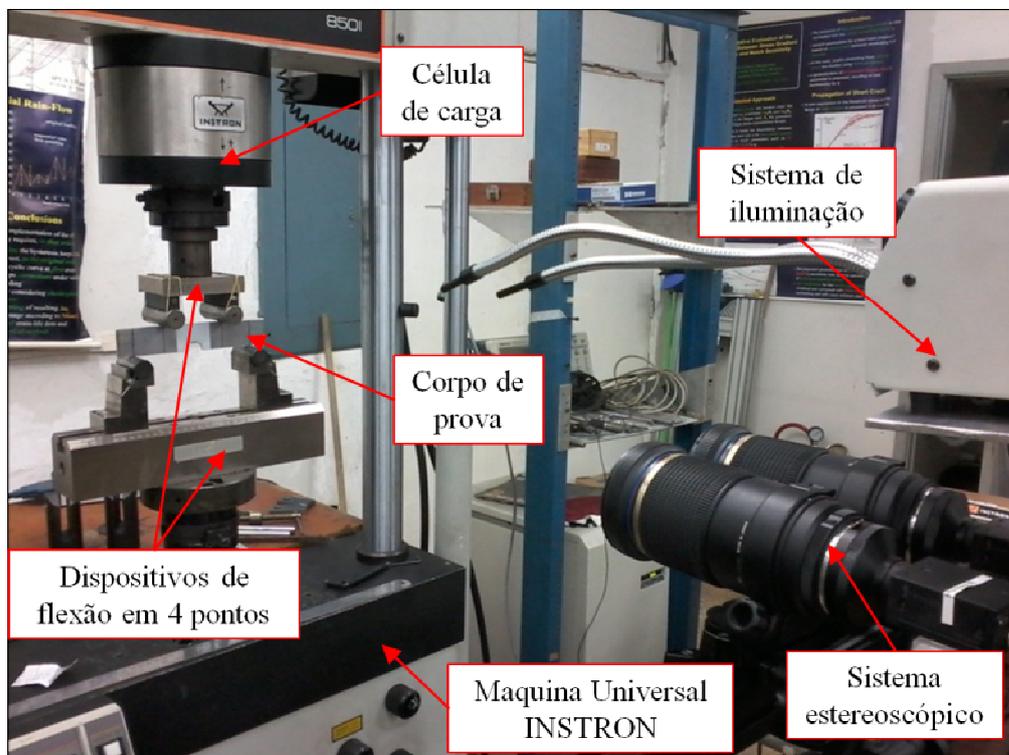


Figura 6.9 Montagem experimental.

A imagem de referência é capturada no início do ensaio, antes da aplicação dos carregamentos. Em seguida, foram aplicados incrementos sucessivos de carga P da ordem de 0,5 kN, até atingir $P = 12$ kN. Em cada incremento de força foram capturadas as respectivas imagens.

6.3. Análise a partir de Modelos Semi-Empíricos

Para a geometria em questão, o valor do coeficiente de concentração de tensão linear elástico K_t é calculado a partir de simulações 3-D utilizando o *software* de elementos finitos ANSYS. Os resultados das simulações são apresentados na Tab. 6.1.

Tabela 6.1 Resultados obtidos para o cálculo do K_t linear elástico.

Carga [N]	Deformação Nominal [$\mu\epsilon$]	Deformação Máxima [$\mu\epsilon$]	K_t
2000	446	639	1,43
3000	670	959	1,43
4000	893	1279	1,43

A seguir, são discutidas as regras semi-empíricas de concentração de tensões utilizadas na análise.

6.3.1. Regra de Neuber

A regra de Neuber consiste no método de aproximação local mais frequentemente utilizado no cálculo de tensões e deformações elastoplásticas locais. Se o material seguir a relação de Ramberg-Osgood (Equação 6.2), para o regime elastoplástico localizado tem-se:

$$K_t^2 \frac{\sigma_n^2}{E} = \frac{\sigma_m^2}{E} + \sigma_m \left(\frac{\sigma_m}{H} \right)^{1/h} \quad (6.3)$$

Esta equação assume, no entanto, que as tensões nominais são elásticas. Seeger e Heuler (1980) mostraram a aplicabilidade da generalização da regra de Neuber a carregamentos monotônicos em que a tensão nominal é próxima ou superior à resistência de escoamento do material. Nesta situação, são consideradas

duas equações de Ramberg-Osgood, uma para descrever as tensões que atuam na raiz do entalhe e a outra para modelar as tensões nominais, que ao serem equacionadas resultam em (Castro e Meggiolaro, 2009):

$$K_t^2 \left[\frac{\sigma_n^2}{E} + \sigma_n \left(\frac{\sigma_n}{H} \right)^{1/h} \right] = \frac{\sigma_m^2}{E} + \sigma_m \left(\frac{\sigma_m}{H} \right)^{1/h} \quad (6.4)$$

6.3.2. Regra de Molski e Glinka

Glinka propõe para o cálculo das tensões e deformações locais o método da energia de deformação equivalente, que se traduz pela seguinte expressão para tensões nominais elásticas:

$$K_t^2 \cdot \frac{\sigma_n^2}{2E} = \frac{\sigma_m^2}{2E} + \frac{\sigma_m}{1+h} \cdot \left(\frac{\sigma_m}{H} \right)^{1/h} \quad (6.5)$$

Se a tensão nominal for próxima ou superior à resistência de escoamento, então a Eq. (6.5) toma a forma (Castro e Meggiolaro, 2009):

$$K_t^2 \cdot \left[\frac{\sigma_n^2}{2E} + \frac{\sigma_n}{1+h} \cdot \left(\frac{\sigma_n}{H} \right)^{1/h} \right] = \frac{\sigma_m^2}{2E} + \frac{\sigma_m}{1+h} \cdot \left(\frac{\sigma_m}{H} \right)^{1/h} \quad (6.6)$$

6.3.3. Regra de Neuber Modificada

Na referência Lee *et al.*(2005) é apresentada uma versão modificada da tensão nominal, σ_n^M , para casos de plasticidade generalizada na presença de gradientes de tensão, proposta por Seeger e Heuler (1980):

$$\sigma_n^M = \sigma_n \left(\frac{K_t}{K_p} \right) \quad (6.7)$$

onde K_p é chamado de fator de plasticidade do entalhe, definido por:

$$K_p = \frac{L_p}{L_y} \quad (6.8)$$

onde L_y e L_p são as cargas de escoamento e de colapso plástico, respectivamente, do componente e carregamento estudados.

Para o caso da barra retangular com entalhe semicircular sujeita a flexão, a tensão nominal é calculada baseada na área líquida da placa descontando a área do entalhe.

Assim, seja uma viga de comprimento L , seção retangular de altura $(D - r)$ e base t , e seja o material dúctil modelado como elastoplástico sem encruamento, o valor de K_p é então calculado da seguinte forma:

$$K_p = \frac{S_y \cdot \left(\frac{t \cdot (D-r)^2}{4} \right)}{S_y \cdot \left(\frac{t \cdot (D-r)^2}{6} \right)} = 1,5 \quad (6.9)$$

onde S_y é a resistência ao escoamento do material.

Logo, os valores modificados de tensão e deformação, no corpo de prova submetido à flexão, são definidos pelas seguintes relações:

$$\sigma_n^M = \frac{\sigma_n \cdot K_t}{1,5} \quad (6.10)$$

$$\epsilon_n^M = \frac{\sigma_n^M}{E} + \left(\frac{\sigma_n^M}{H} \right)^{1/h} \quad (6.11)$$

Um fator de concentração de tensões modificado, K_t^M , associado à tensão modificada da Eq. (6.10) é definido por:

$$\sigma_n^M \cdot K_t^M = \sigma_n \cdot K_t \quad (6.12)$$

E, desta forma, a regra de Neuber pode ser reescrita:

$$\left(K_t^M \right)^2 \cdot \sigma_n^M \cdot \epsilon_n^M = \frac{\sigma_m^2}{E} + \sigma_m \left(\frac{\sigma_m}{H} \right)^{1/h} \quad (6.13)$$

Finalmente, a regra de Neuber modificada é rearranjada da seguinte forma:

$$\frac{(\sigma_n \cdot K_t)^2}{E} = \frac{\sigma_m^2}{E} + \sigma_m \left(\frac{\sigma_m}{H} \right)^{1/h} \quad (6.14)$$

Se a tensão nominal for próxima ou superior à resistência ao escoamento, então a equação anterior toma a forma:

$$\left(K_t^M\right)^2 \left[\frac{\left(\sigma_n^M\right)^2}{E} + \sigma_n^M \left(\frac{\sigma_n^M}{H}\right)^{1/h} \right] = \frac{\sigma_m^2}{E} + \sigma_m \left(\frac{\sigma_m}{H}\right)^{1/h} \quad (6.15)$$

Em função de K_t , K_p e σ_n :

$$\sigma_n \cdot K_t \cdot K_p \left[\frac{\sigma_n \cdot K_t}{K_p \cdot E} + \left(\frac{\sigma_n \cdot K_t}{K_p \cdot H}\right)^{1/h} \right] = \frac{\sigma_m^2}{E} + \sigma_m \left(\frac{\sigma_m}{H}\right)^{1/h} \quad (6.16)$$

onde $K_p = 1,5$, para a viga em flexão (Eq. 6.9).

6.3.4. Regra Molski e Glinka Modificada

O mesmo procedimento descrito na seção anterior, aplicado para modificar a regra de Neuber, será adotado para modificar a regra de Molski e Glinka (Eq. 6.5). Desse modo,

$$\frac{K_t^2 \cdot \sigma_n^2}{3E} = \frac{\sigma_m^2}{2E} + \frac{\sigma_m}{1+h} \cdot \left(\frac{\sigma_m}{H}\right)^{1/h} \quad (6.17)$$

E, se a tensão nominal for próxima ou superior à tensão de escoamento, tem-se:

$$\left(K_t^M\right)^2 \left[\frac{\left(\sigma_n^M\right)^2}{2E} + \frac{\sigma_n^M}{1+h} \left(\frac{\sigma_n^M}{H}\right)^{1/h} \right] = \frac{\sigma_m^2}{2E} + \frac{\sigma_m}{1+h} \left(\frac{\sigma_m}{H}\right)^{1/h} \quad (6.18)$$

Em função de K_t , K_p e σ_n :

$$K_p \left[\frac{\left(\sigma_n \cdot K_t\right)^2}{3 \cdot E} + \frac{\sigma_n \cdot K_t}{1+h} \left(\frac{\sigma_n \cdot K_t}{K_p \cdot H}\right)^{1/h} \right] = \frac{\sigma_m^2}{2E} + \frac{\sigma_m}{1+h} \left(\frac{\sigma_m}{H}\right)^{1/h} \quad (6.19)$$

onde $K_p = 1,5$, para a viga em flexão (Eq. 6.9).

6.4. Análise por Elementos Finitos

O *software* Ansys foi também utilizado para realizar as simulações elasto-plásticas pertinentes ao método de Elementos Finitos, de modo a avaliar e comparar os resultados obtidos experimentalmente. Para tanto, foi construído um

modelo tridimensional a partir das propriedades do material e dimensões do corpo de prova.

A malha utilizada nas simulações, mostrada na Fig. 6.10, é composta de elementos tetraédricos quadráticos. Nota-se que foi feito um maior refinamento da malha na região próxima do entalhe, com a finalidade de poder registrar de maneira mais precisa o efeito da mudança no campo de deformações.

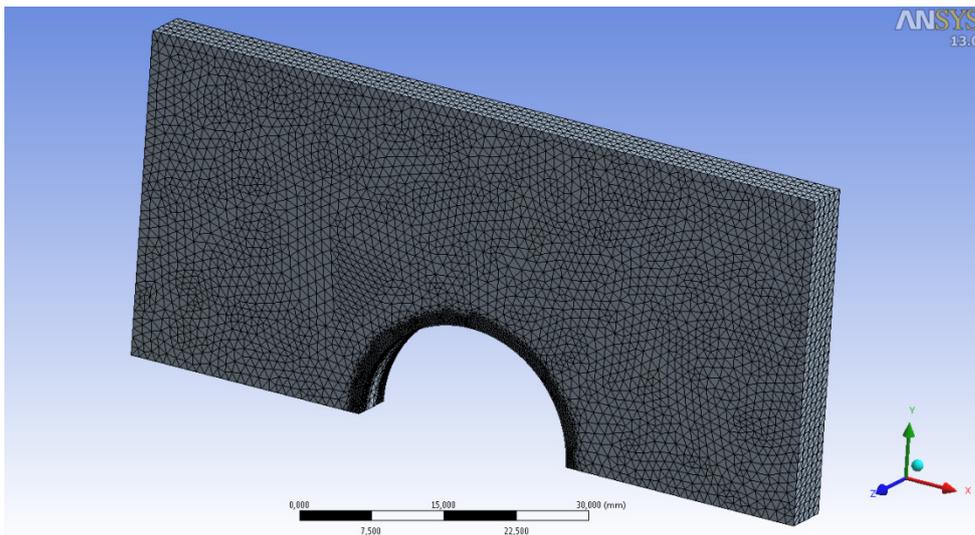


Figura 6.10 Discretização do modelo do corpo de prova em elementos finitos.

Para simular o comportamento elastoplástico do material foi adotado um modelo multilinear isotrópico, o qual é descrito por uma curva tensão-deformação plástica do material iniciando com valor de deformação plástica igual a zero (vide Fig. 6.11). Mais detalhes sobre a utilização do *software* ANSYS Workbench podem ser encontrados no manual do programa (Ansys, 2009).

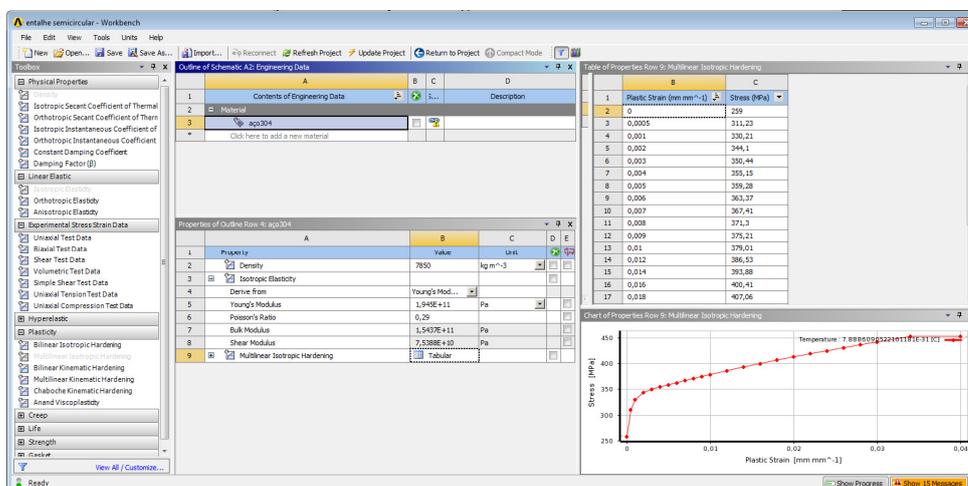


Figura 6.11 Exemplo de configuração do modelo de encruamento em ANSYS.

6.5. Análise Utilizando o Software VIC-3D

Após a captura das imagens do ensaio, as mesmas são exportadas diretamente para o *software* VIC-3D 2010®, onde é realizada a calibração do sistema e as correlações das imagens do espécime avaliado.

Entre os principais parâmetros a serem configurados no programa, pode-se citar o tamanho da janela de correlação (*subset*), e o tamanho do passo da varredura dentro da área de interesse (*step*). Mais detalhes sobre a utilização do VIC-3D podem ser encontrados no manual do programa em (VIC-3D, 2010).

Para a análise apresentada neste capítulo, foi utilizado um tamanho de janela de 31/31 *pixels* e um tamanho de passo de 15 *pixels*, que foram os que apresentaram os melhores resultados na obtenção do campo de deformações na vizinhança do entalhe. A Fig. 6.12 apresenta a tela principal do programa, onde é mostrada a discretização da região de interesse com estes parâmetros.

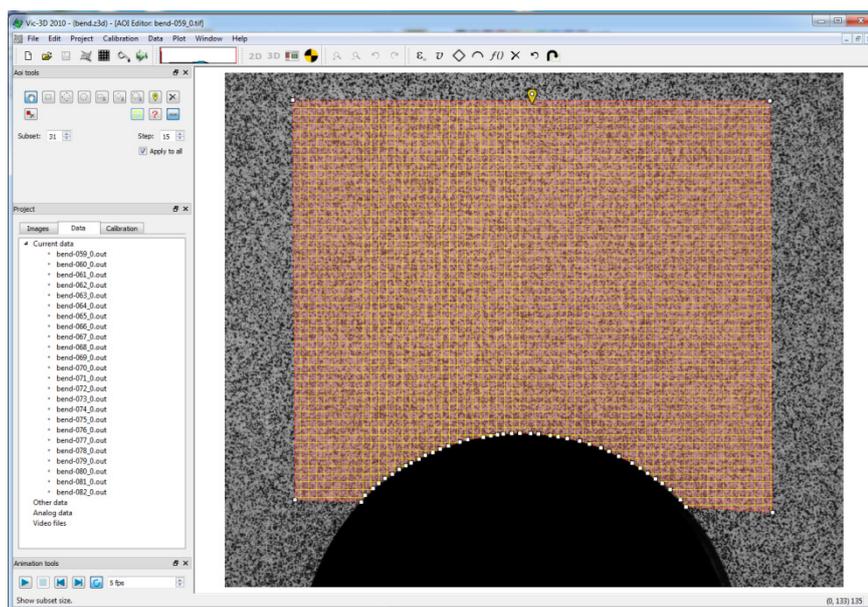


Figura 6.12 Região de interesse analisada no *software* VIC-3D.

6.6. Análise Utilizando o Método SIFT-Meshless

No método proposto nesta tese, depois da escolha da região de interesse, as imagens são processadas pelo algoritmo SIFT. Na Fig. 6.13 são mostrados os pontos homólogos extraídos do par-estéreo correspondente à imagem de referência.

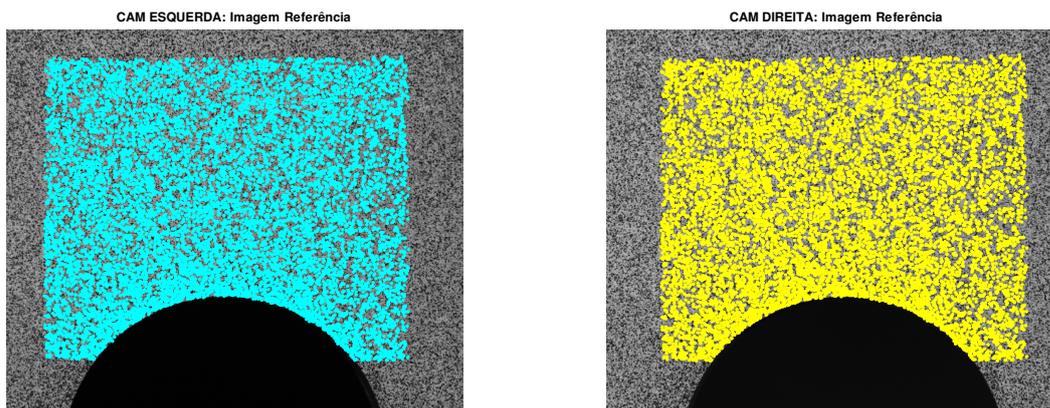


Figura 6.13 Pontos correspondentes localizados na imagem de referência pelo algoritmo SIFT.

A Tab. 6.2 apresenta detalhes sobre o processamento das imagens estéreo capturados para cada valor de carga aplicada.

Tabela 6.2 Detalhes do processamento SIFT para o corpo de prova metálico.

Carga [N]	N° de <i>matches</i>			Tempo (seg) ^(*)
	Par-Estéreo Referência	Par-Estéreo Deformada	Referência/ Deformada	
2000	15737	15539	9688	271
3000	15891	15676	9246	270
4000	15928	15811	8813	271
5000	15733	15581	8344	275
6000	15798	15610	8366	261
7000	15691	15541	8064	275
8000	15670	15521	7879	268
9000	15905	15485	7584	279
10000	15979	15786	7437	275
11000	15603	15338	7137	269
12000	15921	15677	6995	265

(*)Intel core i7,processador 2.2GHz.

Na formulação sem malha, o domínio de influência é circular com raio de influência mínimo, d_i , igual a 2,5 mm, como mostrado na Fig. 6.14. A função peso adotada é a função Gaussiana (Eq. 4.41) com parâmetros $b = 2$ e $k = 1$.

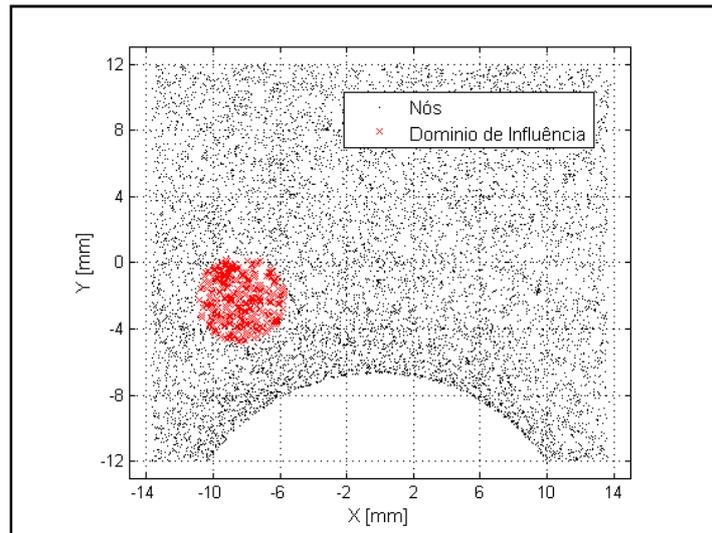


Figura 6.14 Nós no domínio do problema e domínio de influência mínimo ($d_i = 2,5$ mm) utilizados na formulação sem malha.

6.7. Comparação de Resultados

A seguir são apresentadas as saídas gráficas para a componente de deformação na direção horizontal x , geradas pelo programa desenvolvido. A Fig. 6.15 corresponde ao valor de carga de 4 kN, ainda no regime elástico, e a Fig. 6.16 ao valor de carga de 8 kN, quando se tem deformações elastoplásticas na raiz do entalhe.

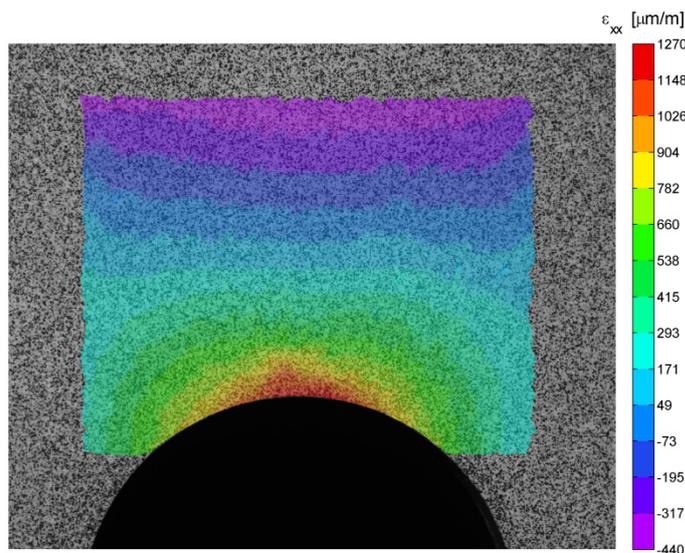


Figura 6.15 Campo de deformações na direção horizontal x obtido pelo método SIFT-Meshless para a carga de 4 kN.

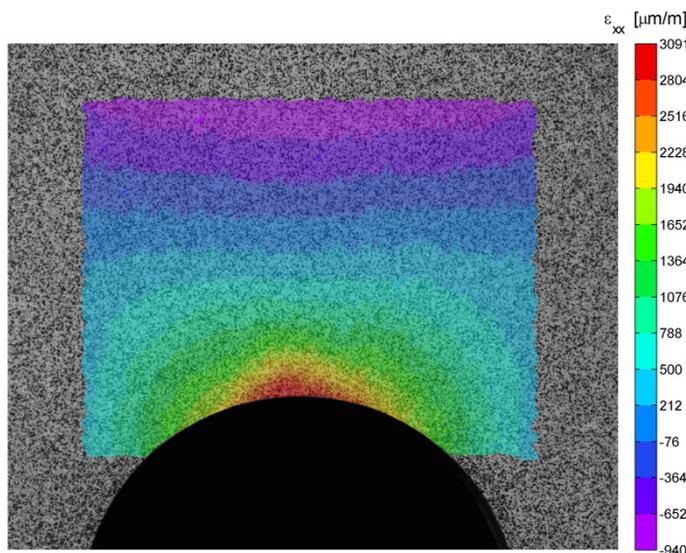


Figura 6.16 Campo de deformações na direção horizontal x obtido pelo método SIFT-Meshless para a carga de 8 kN.

Nas Figs. 6.15 e 6.16 identificam-se claramente os efeitos da concentração de deformações na região do entalhe, onde o pico máximo de deformação aparece na região próxima ao elemento concentrador de tensões. O valor positivo da deformação máxima é consequência do momento fletor aplicado no corpo de prova, que provoca esforços de tração na parte inferior da viga e esforços de compressão na parte superior.

As Figs. 6.17 e 6.18 apresentam as saídas gráficas processadas pelo *software* VIC-3D para os mesmos valores de carga 4 kN e 8 kN, respectivamente. Os resultados correspondem à configuração de parâmetros definida na Seção 6.5.

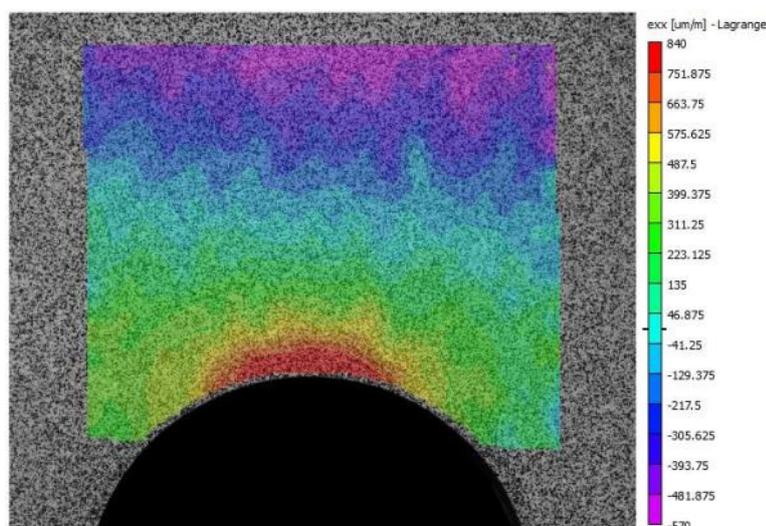


Figura 6.17 Campo de deformações na direção horizontal x obtido pelo *software* VIC-3D para a carga de 4 kN.

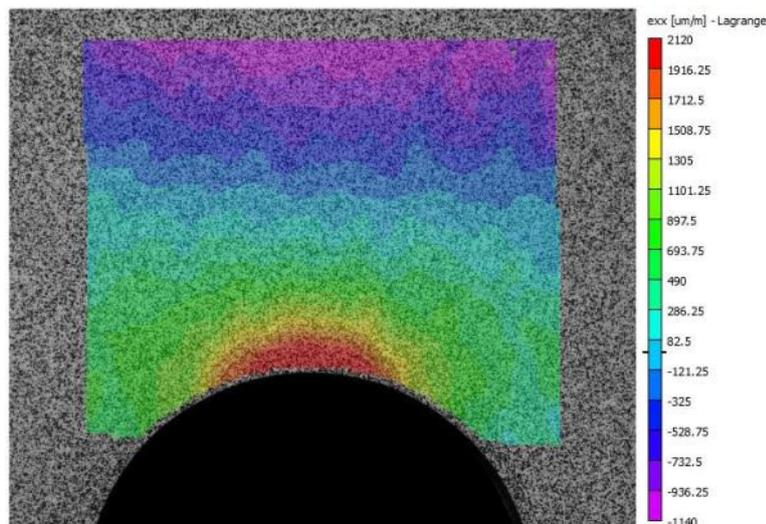


Figura 6.18 Campo de deformações na direção horizontal x obtido pelo *software* VIC-3D para a carga de 8 kN.

Em seguida, os resultados da análise tridimensional por Elementos Finitos utilizando o *software* ANSYS, para as mesmas condições de carga, são mostrados nas Figs. 6.19 e 6.20. As simulações são realizadas utilizando a discretização do modelo definida na Seção 6.4.

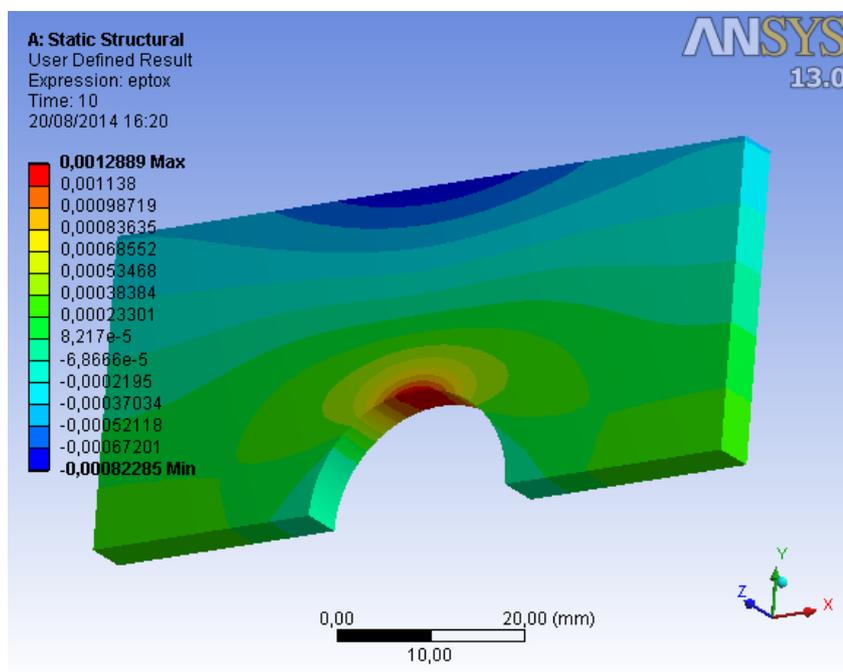


Figura 6.19 Campo de deformações na direção horizontal x obtido pelo *software* ANSYS para a carga de 4 kN.

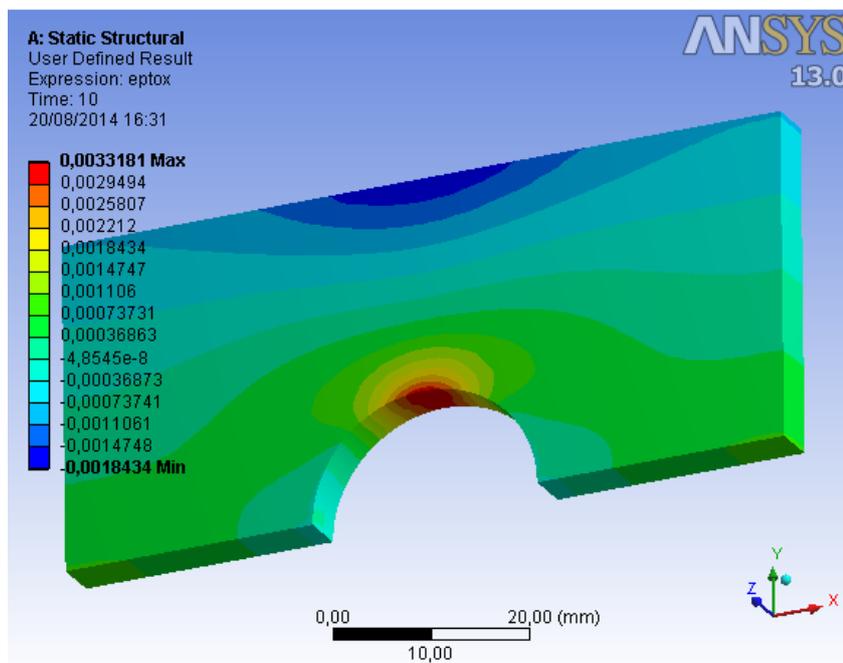


Figura 6.20 Campo de deformações na direção horizontal x obtido pelo *software* ANSYS para a carga de 8 kN.

Para se verificar a concordância dos resultados, primeiramente são comparados os resultados experimentais obtidos pelo método proposto SIFT-Meshless com os resultados numéricos das simulações utilizando ANSYS. Para isto, ambas as respostas são mostradas na mesma escala. As Figs. 6.21 e 6.22 mostram os resultados da comparação, onde uma boa coerência entre as respostas pode ser observada.

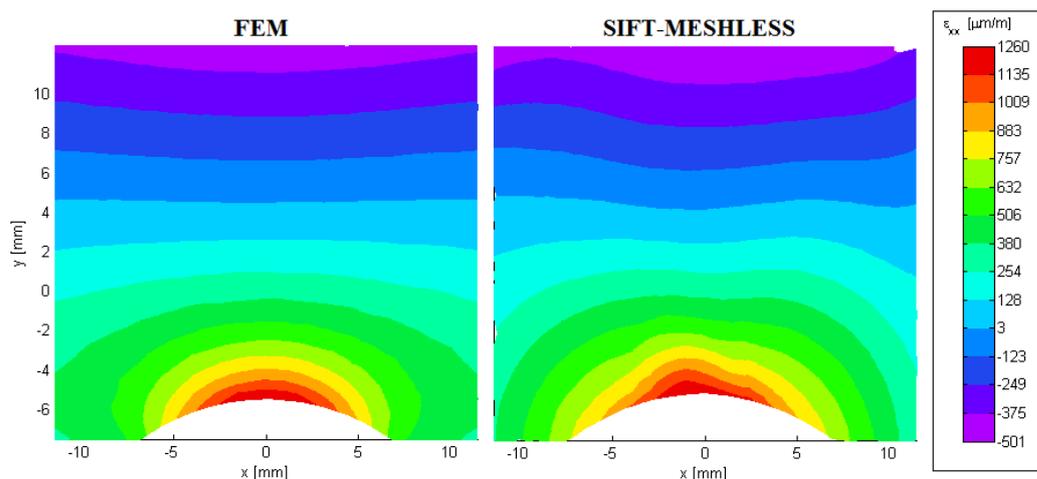


Figura 6.21 Comparação entre resultados numérico e experimental para a componente de deformação na direção horizontal x com carga 4 kN.

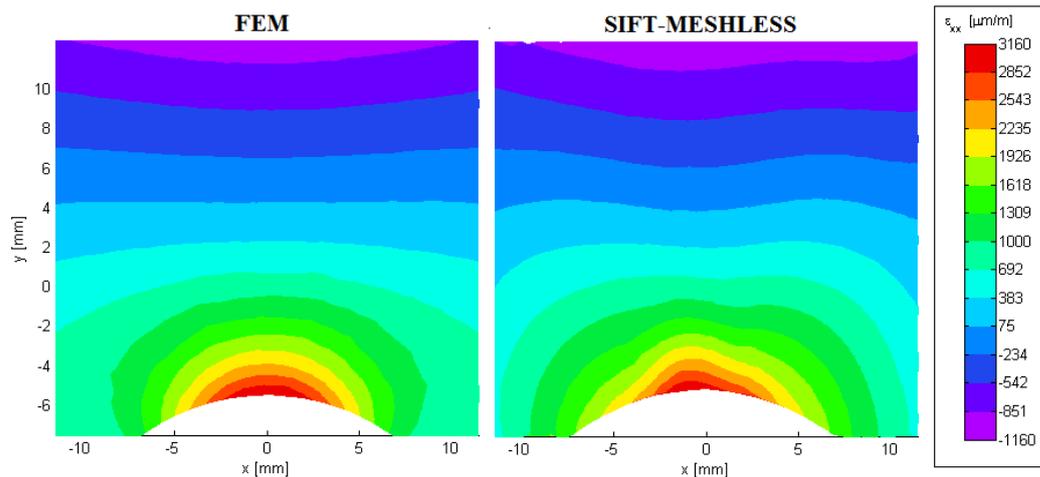


Figura 6.22 Comparação entre resultados numérico e experimental para a componente de deformação na direção horizontal x com carga de 8 kN.

Os resultados relativos à máxima deformação prevista para a componente na direção horizontal, ε_{xx} , oferecidos pelo método SIFT-Meshless, simulações por Elementos Finitos e pelas análises semi-empíricas são apresentadas na Tab. 6.3.

Tabela 6.3 Resultados de máxima deformação na direção horizontal x .

Carga [N]	Valores de deformação máxima ε_{xx} [$\mu\varepsilon$]					
	Neuber	M&G	Neuber Mod.	M&G Mod.	MEF ANSYS	SIFT-Meshless
2000	639	638	639	639	639	600
3000	960	960	960	960	959	1011
4000	1297	1285	1297	1285	1279	1213
5000	1728	1628	1725	1628	1599	1585
6000	2261	2004	2220	1971	2021	1985
7000	2867	2489	2738	2362	2499	2462
8000	3616	3139	3298	2831	3113	3091
9000	4660	4150	4041	3471	3933	3820
10000	6347	5770	5158	4532	5093	5078
11000	9457	8818	7122	6411	6908	6648
12000	16188	15096	11257	10455	10109	9372

Para uma melhor visualização, dois gráficos são montados a partir da Tab. 6.3 e mostrados nas Figs. 6.23 e 6.24. Na Fig. 6.23 são mostrados os valores correspondentes à regra de Neuber (Equação 6.4), regra de Molski-Glinka

(Equação 6.6), Elementos Finitos e método SIFT-Meshless. Na segunda figura são mostrados os valores correspondentes à regra de Neuber modificada (Equação 6.16), regra de Molski-Glinka modificada (Equação 6.19) e método SIFT-Meshless.

Observando a Fig. 6.23 pode ser apreciada uma elevada correspondência entre os valores de deformação obtidos pelo método SIFT-Meshless e o método de Elementos Finitos. Note que as regras tradicionais de Neuber e Molski-Glinka superestimam as deformações ε_{xx} , mesmo considerando tensões nominais como elastoplásticas, em especial para maiores carregamentos envolvendo muita plasticidade localizada. A interação elastoplástica entre os gradientes de tensão nominal (devido à flexão) e de tensão no entalhe não é computada pelas regras tradicionais, sendo, no entanto, muito bem previstas pelas regras modificadas apresentadas, como verificado na Fig. 6.24.

As diferenças entre as previsões do fator de concentração de deformações elastoplástico, K_e , para o caso da barra fletida, aplicando as regras tradicionais de Neuber e Moslki-Glinka e as regras modificadas são mostradas na Fig. 6.25. Nesta figura, os valores de K_e foram obtidos considerando a tensão nominal como elástica utilizando a Lei de Hooke. Nota-se que, a igualdade $K_t = K_e$ vale apenas no caso linear elástico, pois $K_t < K_e$ quando a tensão nominal está próxima ou é superior à resistência ao escoamento do material.

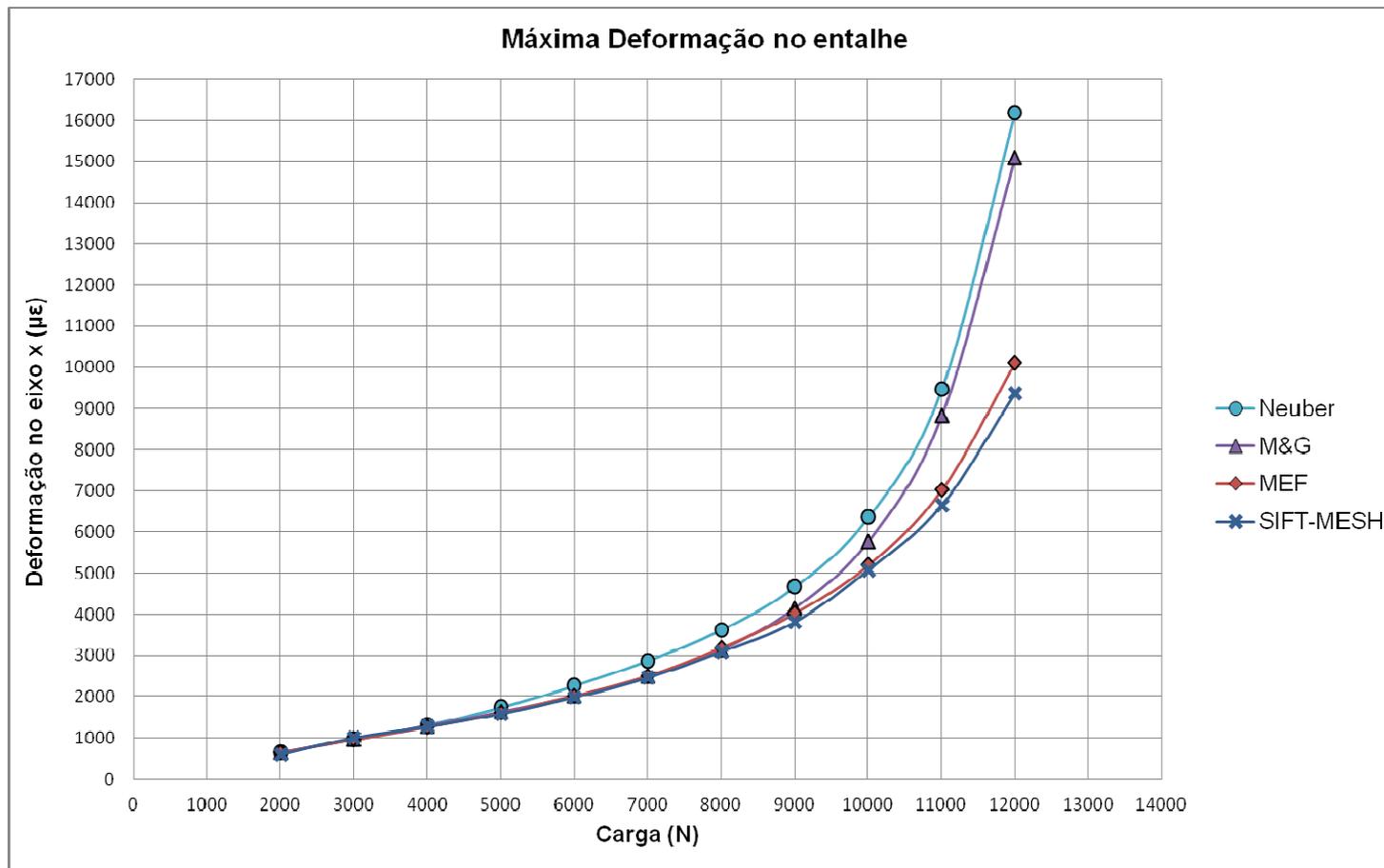


Figura 6.23 Comparação de resultados para deformação máxima na direção horizontal x obtidos pelas regras de Neuber e Molsky-Glinka, o Método de Elementos Finitos (ANSYS), e o método SIFT-Meshless.

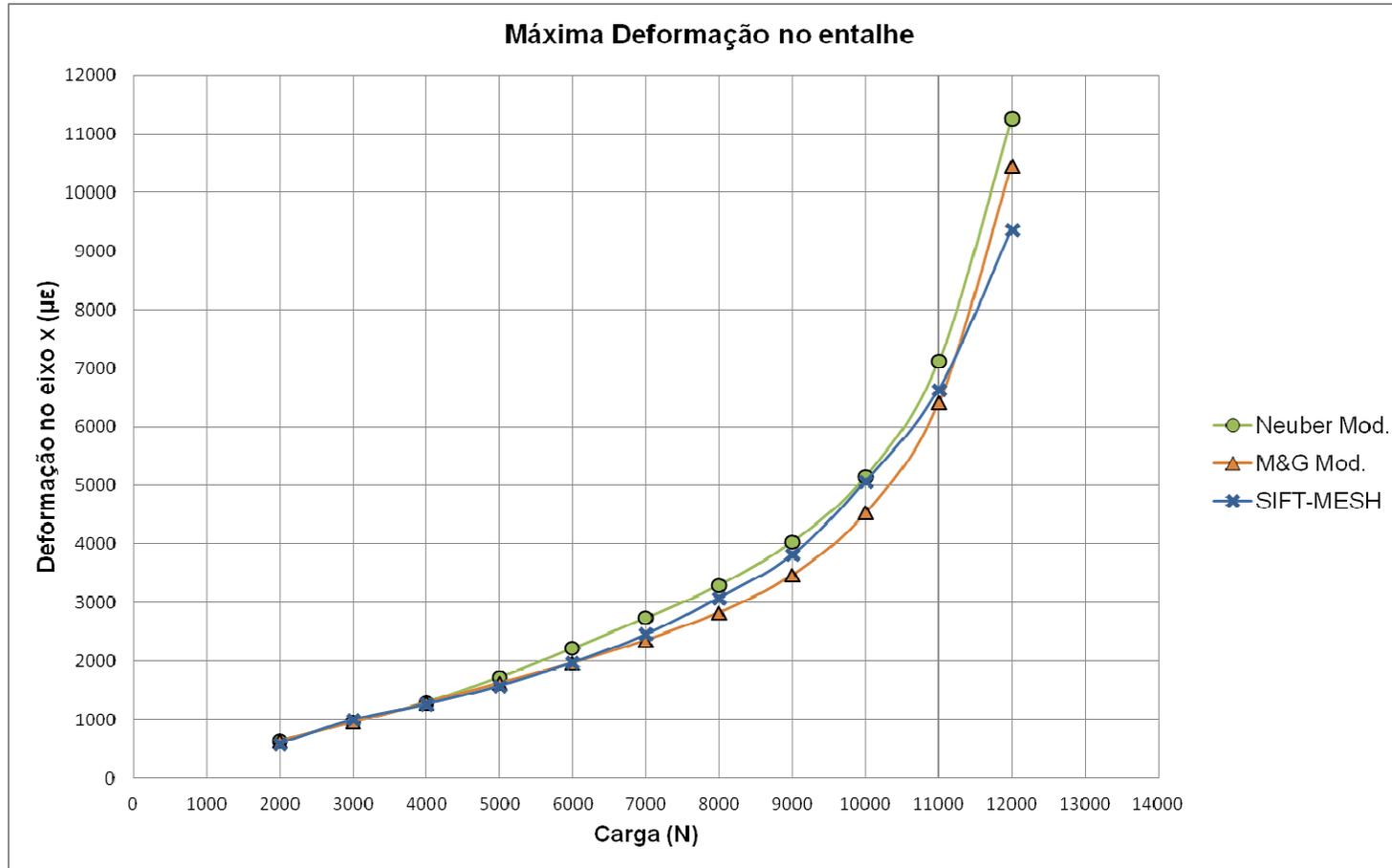


Figura 6.24 Comparação de resultados para deformação máxima na direção horizontal x obtidos pelas regras modificadas de Neuber e Molski-Glinka, e o método SIFT-Meshless.

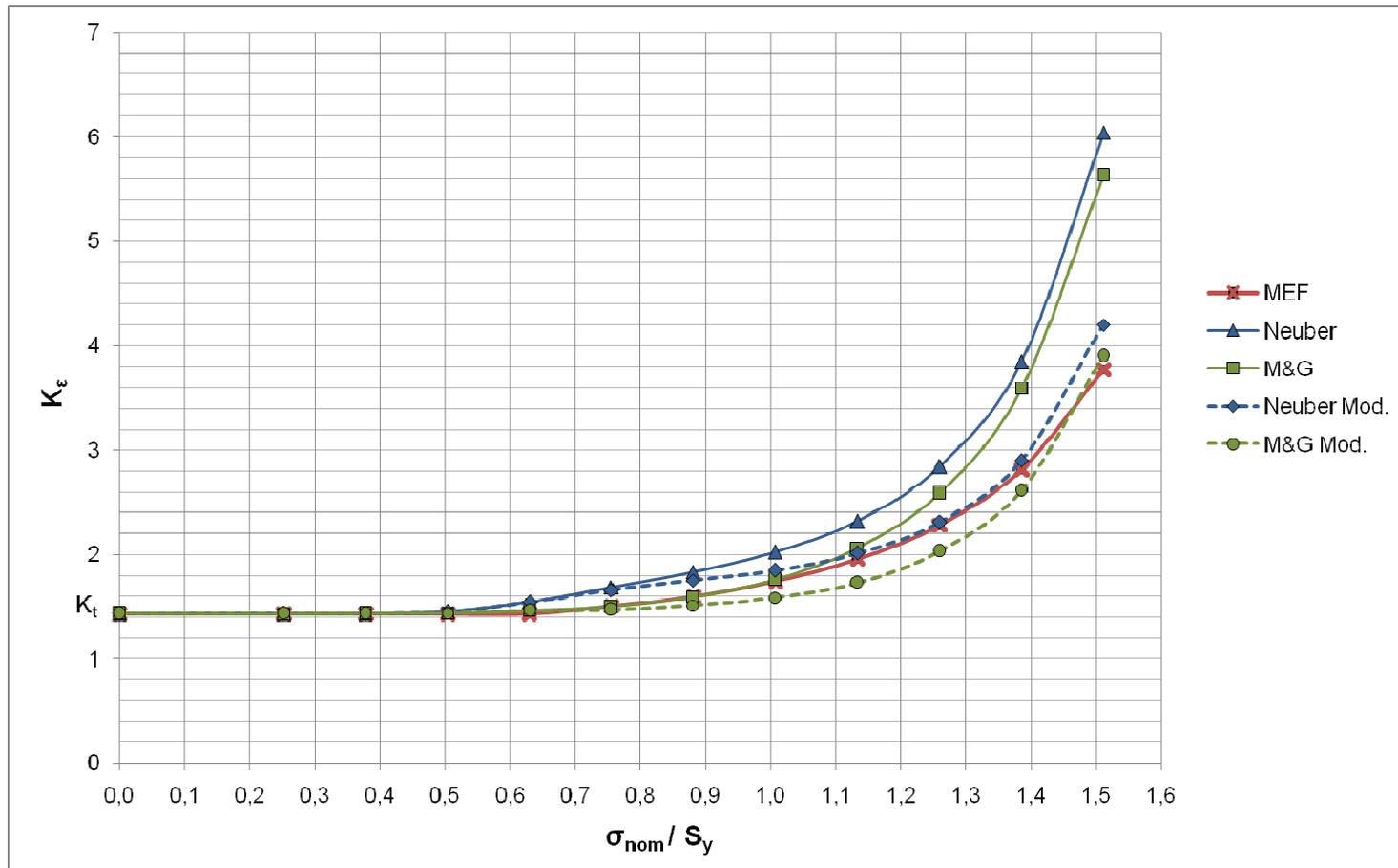


Figura 6.25 Comparação de resultados para K_ϵ obtidos pelas regras de Neuber e Molski-Glinka, regras modificadas de Neuber e Molski-Glinka, e o método de Elementos Finitos (ANSYS).

A seguir, é apresentada a evolução da deformação ao longo da seção transversal na posição $x = 0$ para cada valor de carga. Nas Figs. 6.26 a 6.35 são comparadas as soluções obtidas pelo método SIFT-Meshless, *software* de correlação digital de imagens VIC-3D e o método de Elementos Finitos. Em todos os casos, nota-se que o método SIFT-Meshless proposto mede perfis de deformação muito próximos aos calculados por Elementos Finitos, em especial na raiz do entalhe (distância relativa ao entalhe nula).

Por outro lado, em todas as figuras, nota-se um desempenho inferior do sistema VIC-3D nesta configuração experimental, mesmo com seus parâmetros otimizados. Em especial, o sistema VIC-3D subestima significativamente a deformação no entalhe, e conseqüentemente K_e , sendo potencialmente não conservativo para todos os casos estudados. Um dos principais motivos dessa deficiência é a incapacidade do VIC-3D de obter diretamente as deformações nas bordas de componente, justamente onde se encontram as raízes de entalhes. Isto pode ser notado nas Figs. 6.26 a 6.35, que mostram perfis de deformação do VIC-3D partindo de 0,4 mm da distância relativa ao entalhe. Os valores máximos de deformação, desse modo precisariam ser calculados por extrapolação do campo de deformações, comprometendo a acurácia da medição.

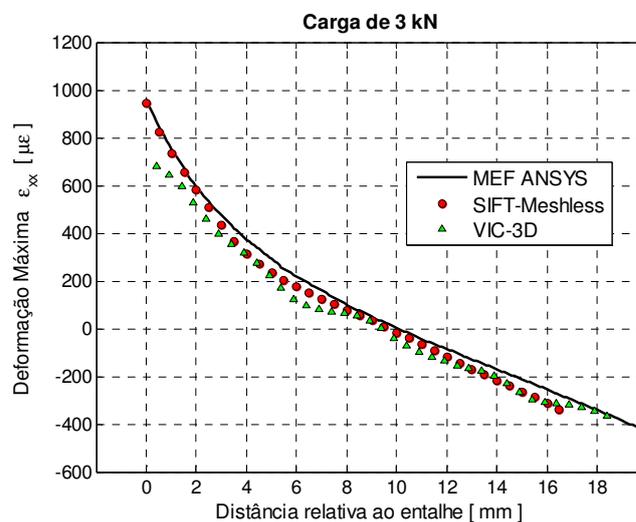


Figura 6.26 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 3$ kN.

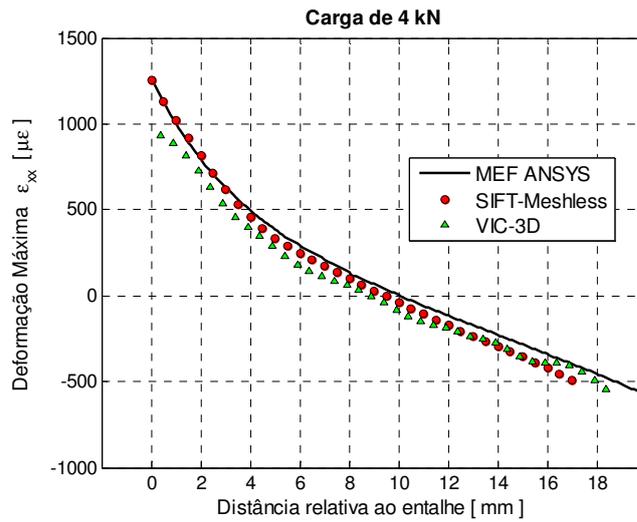


Figura 6.27 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 4$ kN.

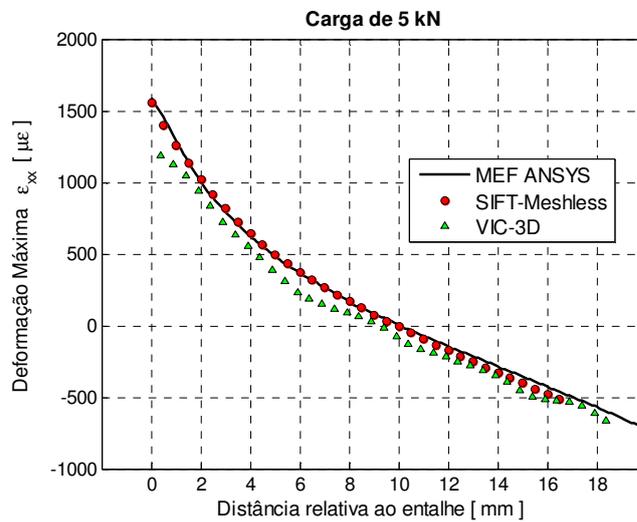


Figura 6.28 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 5$ kN.

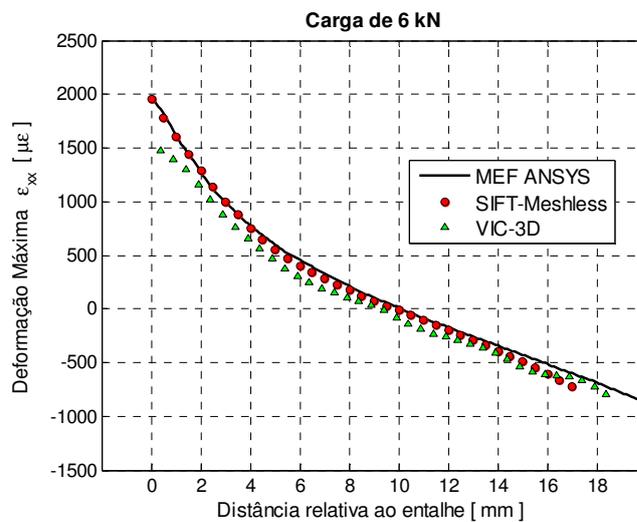


Figura 6.29 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 6$ kN.

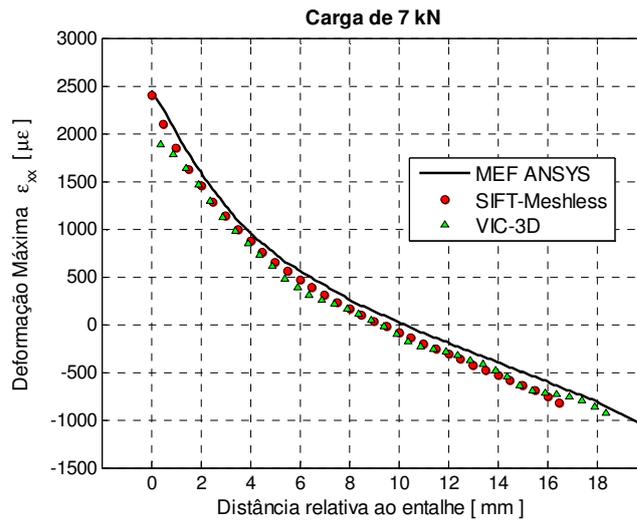


Figura 6.30 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 7$ kN.

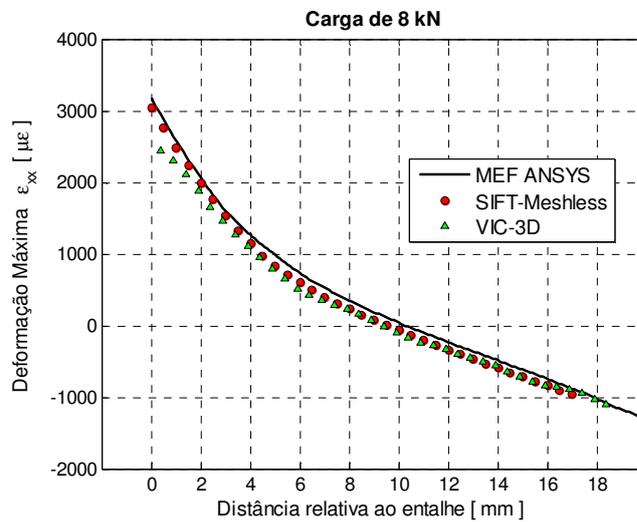


Figura 6.31 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 8$ kN.

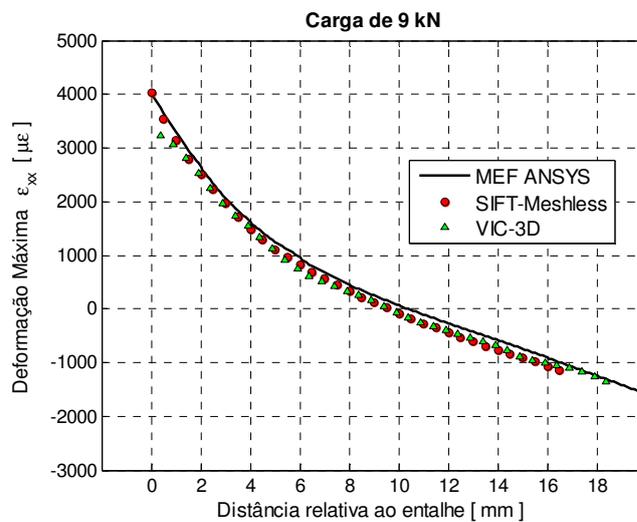


Figura 6.32 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 9$ kN.

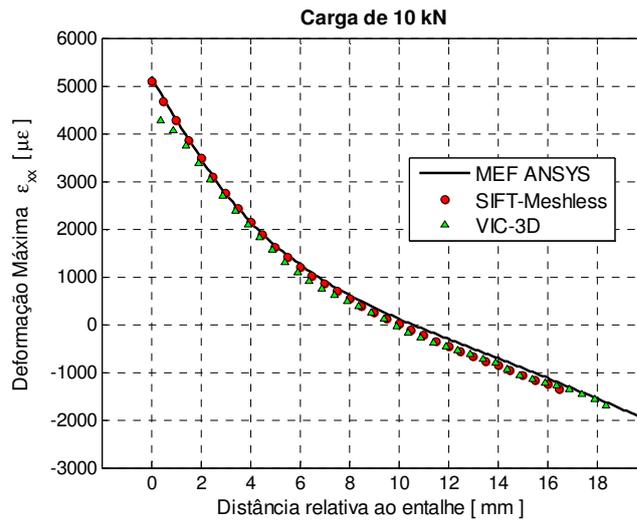


Figura 6.33 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 10$ kN.

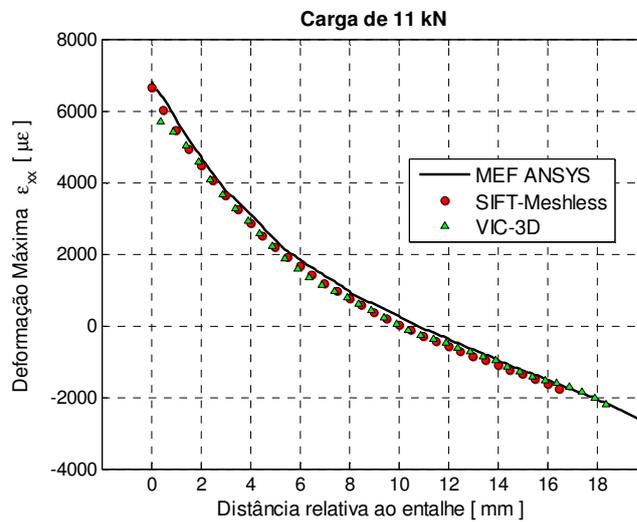


Figura 6.34 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 11$ kN.

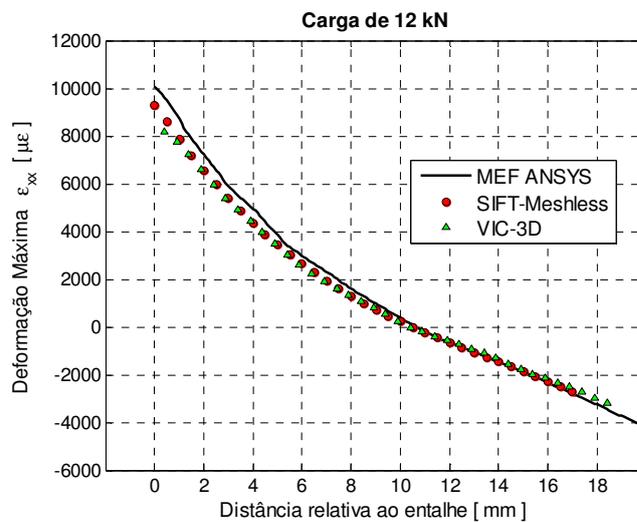


Figura 6.35 Distribuições de ϵ_{xx} na posição $x = 0$ para $P = 12$ kN.

6.8. Análise da Incerteza nas Medições Experimentais

Nesta seção é feita uma avaliação do grau de incerteza do método SIFT-Meshless proposto, que pode ser associado a erros na localização do algoritmo SIFT ou mesmo da calibração das câmeras. A metodologia adotada consiste na análise de pares de imagens do corpo de prova capturadas sem aplicação de carga, para determinar valores de deformação nas imagens, a princípio iguais.

A Tab. 6.4 apresenta os resultados da análise de três pares de imagens estéreo indicando o erro RMS e o máximo erro absoluto, demonstrando a adequabilidade da técnica em medir as deformações estudadas, atingindo 10000 $\mu\epsilon$ para carga de 12 kN, com erros abaixo de 40 $\mu\epsilon$. Uma vez que esses erros são intrínsecos à resolução e calibração da câmera, à textura aplicada ao material, e a erros do algoritmo SIFT, estima-se que o valor do erro não deve aumentar significativamente com a carga aplicada.

Tabela 6.4 Análise de incerteza para o método utilizado.

Imagem	Erro RMS (μm)	Erro RMS (<i>pixels</i>)	Erro RMS ($\mu\epsilon$)	Erro máximo ($\mu\epsilon$)
Par-Estéreo 1	3,9	0,3	39	113
Par-Estéreo 2	1,5	0,1	28	86
Par-Estéreo 3	1,3	0,09	23	66

7

Conclusões e Considerações Finais

No presente trabalho foi desenvolvida uma nova ferramenta / metodologia para determinação de campos de deformações, em particular em estruturas entalhadas, quantificado-as para posterior análise.

Na metodologia, foram incorporadas técnicas avançadas de visão computacional, como a técnica SIFT (*Scale Invariant Feature Transform*) em conjunto com sistemas de visão estereoscópica e reconstrução espacial. A principal contribuição desta tese se resume na fusão destas técnicas com os métodos sem malha, melhorando significativamente a precisão na medição de altos gradientes de deformação observados próximos aos entalhes.

A utilização dos descritores SIFT demonstrou nos experimentos aqui realizados sua praticidade e robustez computacional, permitindo a medição dos deslocamentos de pontos característicos extraídos em imagens obtidas do material para estados diferentes de deformação, ao invés de correlacionar as imagens com o uso de sub-janelas (*image-based techniques*) como feito nos sistemas tradicionais de medição.

A utilização de um sistema de visão estereoscópica permite que a metodologia seja facilmente expandida para medições no espaço tridimensional e assim, estruturas complexas possam ser analisadas.

A utilização dos pontos SIFT como nós na formulação sem malha possibilita o mapeamento completo da região analisada sem o uso de malhas, garantindo a continuidade da solução e, desta forma, modelando satisfatoriamente o campo de deslocamento e as suas derivadas.

No desenvolvimento da formulação sem malha, foi proposto um domínio de influência variável, associando a cada nó do domínio um tamanho de domínio específico através de uma função proposta, fornecendo uma melhor quantificação das deformações induzidas na proximidade de elementos concentradores de tensão, como são os entalhes.

A efetividade da metodologia proposta foi validada tanto em simulações quanto em experimentos. Desta forma, o comportamento da deformação plástica na região de concentração de tensões em um corpo de prova de aço 304 sob flexão com entalhe semicircular foi investigado.

Os resultados obtidos concordam com os apresentados pelas soluções analíticas propostas e pelas simulações utilizando o *software* de elementos finitos ANSYS. Além disso, em comparação com o *software* comercial de correlação digital de imagens VIC-3D, o método SIFT-Meshless fornece uma melhor resposta na região imediatamente vizinha à frente do entalhe, sem perda de informação, garantindo a acurácia das medições.

Todos os resultados indicam que a metodologia apresentada é uma alternativa confiável aos *softwares* comerciais existentes no mercado, quando utilizada em análises elásticas e elastoplásticas de peças com elementos concentradores de tensão.

Finalmente, deve-se mencionar que as modificações apresentadas para as regras de Neuber e Molski-Glinka, baseadas no fator concentrador plástico de Seeger e Heuler, são essenciais no caso de componentes entalhados sob flexão (ou torção) sujeitos a cargas elastoplásticas elevadas. Nesses casos, as regras tradicionais de Neuber e Molski-Glinka superestimaram as deformações no entalhe em até 60% em relação aos cálculos por Elementos Finitos e 70% em relação aos experimentos, mesmo com tensões nominais elastoplásticas incluídas nos cálculos. Por outro lado, as duas regras corrigidas, em geral, promoveram boas estimativas superiores e inferiores para as deformações calculadas por Elementos Finitos, assim como para as obtidas experimentalmente. Conclui-se assim que estas correções são capazes de prever a superposição elastoplástica dos efeitos do gradiente de tensão nominal inerente a problemas de flexão e/ou torção e do gradiente de tensão do entalhe.

Nota-se que, na ausência de gradiente de tensão nominal, como no caso de uma peça entalhada sob tração pura, as regras corrigidas resultam respectivamente nas mesmas previsões das regras tradicionais correspondentes, como seria esperado.

7.1. Sugestões para Trabalhos Futuros

As propostas sugeridas a seguir buscam verificar a abrangência da aplicação da metodologia apresentada neste trabalho, de forma a verificar se as considerações feitas continuam sendo válidas em outros tipos de problemas tratados na mecânica estrutural, como por exemplo:

- Gradientes de deformação em geometrias mais complexas;
- Medições em campos de visão reduzidos; e
- Deformação plástica local à frente da ponta da trinca.

No que se refere ao código computacional desenvolvido, outras linguagens de programação podem ser utilizadas. Sugere-se em pesquisas futuras trabalhar na otimização e paralelização do mesmo, de modo a obter um maior ganho computacional, reduzindo seu tempo de processamento.

8

Referências Bibliográficas

ANSYS Workbench User's Guide, 2009.

Andrianopoulos, N.P., "Full-Field Displacement Measurement of a Speckle Grid by using a Mesh-Free Deformation Function", *Strain*, v. 42, n. 4, p. 265–271, 2006.

Andrianopoulos, N.P., Iliopoulos, A.P., "Displacements Measurement in Irregularly Bounded Plates Using Mesh Free Methods", *Fracture of Nano and Engineering Materials and Structures*, p. 587-588, 2006.

ASTM E646-07e1, "Standard Test Method for Tensile Strain-Hardening Exponents (n -Values) of Metallic Sheet Materials", ASTM International, 2007.

Belytschko, T., Lu, Y.Y., Gu, L., "Element free Galerkin methods", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, v. 37, p. 229–256, 1994.

Belytschko, T., Organ, D., Krongauz, Y. "A coupled finite element-element-free Galerkin method", *Computational Mechanics*, v. 17, n. 3, p. 186–195, 1995.

Belytschko, T., Krongauz, Y., Organ, D., Liu, W.K., "Smoothing and accelerated computations in the element free Galerkin method", *Journal of Computational and Applied Mathematics*, v. 74, n. 1, p. 111-126, 1996.

Budynas, R.G., Nesbitt, J.K., "Shigley's Mechanical Engineering Design", 9th edition, McGraw-Hill, New York, 2011.

Castle, R.O., Murray, D.W., "Keyframe-based recognition and localization during video-rate parallel tracking and mapping", *Image and Vision Computing*, v. 29, n. 8, p. 524-532, 2011.

Castro, J.T.P., Meggiolaro, M.A.; "Fadiga: Técnicas e Práticas de Dimensionamento Estrutural sob Cargas Reais de Serviço", 2009.

Chu, T.C., Ranson, W.F., Sutton, M.A., Peters, W.H., "Application of digital-image-correlation techniques to experimental mechanics", *Experimental Mechanics*, v. 25, n. 3, p. 232–244, 1985.

Correlated Solution: Non-Contacting Measurement Solutions. Disponível em: <<http://www.correlatedsolutions.com/vic-3d/>>. Acesso em julho 2014.

Dally, J.W., Riley, W.F., "Experimental Stress Analysis", 3rd edition, McGraw-Hill Inc., 1991.

Dantec Dynamics: Laser Optical Measurement Systems and Sensors. Disponível em: <<http://www.dantecdynamics.com/digital-image-correlation>>. Acesso em julho 2014.

Dolbow, J., Belytschko, T., "An introduction to programming the meshless element-free Galerkin method", *Arch. Comput. Mech.*, v. 5, p. 207–24, 1998.

Góes, R.C.O., Rodrigues, L.D., Neto, J.C., Castro, J.T.P., Freire, J.L.F., Martha, L.F., "Measurement of Elasto-plastic Strains around Notches using DIC Techniques", COBEM, 2011.

GOM: Optical Measurement Techniques. Disponível em: <<http://www.gom.com/3d-software/aramis-software.html>>. Acesso em julho 2014.

González, G.L.G., "Aplicação da Técnica SIFT para Determinação de Campos de Deformações de Materiais usando Visão Computacional", Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2010.

Hartley, R., Zisserman, A., "Multiple View Geometry in Computer Vision". 2. ed. Cambridge University Press, 2003.

Helfrick, M.N., Niezrecki, C., Avitabile P., Schmidt T. "3D digital image correlation methods for full-field vibration measurement", *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 25, p. 917-927, 2011.

Lagattu, F., Brillaud, J., Lafarie-Frenot, M.C., "High strain gradient measurements by using digital image correlation technique", *Materials Characterization*, v. 53, p. 17-28. 2004.

Lancaster, P., Šalkauskas, K., "Surfaces generated by moving least squares methods", *Math. Comp.* v. 37, p. 141–158, 1981.

Lee, Y.J., Song, J.B., "Autonomous salient feature detection through salient cues in an HSV color space for visual indoor simultaneous localization and mapping", *Advanced Robotics*, v. 24, n.11, p. 1595-1613, 2010.

Liu, G.R., Gu, Y.T., "An Introduction to Meshfree Methods and their Programming", Springer, The Netherlands, 2005.

Liu, G.R., "Meshfree methods: Moving Beyond the Finite Element Method", 2nd Edition, CRC Press, Boca Raton, USA, 2009.

Lee, Y.-L., Pan, J., Hathaway, R.B., Barkey, M.E., "Fatigue Testing and Analysis (Theory and Practice)", Elsevier Butterworth-Heinemann, Boston, USA, 2005.

Lowe, D.G., "Object recognition from local scale-invariant features", *International Conference on Computer Vision*, Corfu, Greece, v. 2, p. 1150–1157, 1999.

Lowe, D.G., "Local feature view clustering for 3D object recognition", *Proceedings of the 2001 IEEE Computer Society Conference*, v. 1, p. 682-688, 2001.

Lowe, D.G., "Distinctive image features from scale invariant key points", *International Journal of Computer Vision*, v. 60, n. 2, p. 91–110, 2004.

Malesa, M., Malowany, K., Tomczak, U., Siwek, B., Kujawińska, M., Siemińska-Lewandowska, A. "Application of 3D Digital Image Correlation in maintenance and process control in industry", *Computers in Industry*, v. 64, n. 9, p. 1301-1315, 2013

Matlab® User Manual, Mathworks, 2013.

Mikolajczyk, K., Schmid, C., "A performance evaluation of local descriptors. *IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence*", v. 27, n.10, p. 1615-1630, 2005.

Molski, K., Glinka, G., "A method of elastoplastic stress and strain calculation at a notch root", *Material Science and Engineering*, v. 50, p. 93–100, 1981.

Nayroles, B., Touzot, G. e Villon, P., "Generalizing the finite element method: Diffuse approximation and diffuse elements", *Computational mechanics*, v.10, p. 307-318, 1992.

Neuber, H., "Theory of Stress Concentration for Shear-Strained Prismatical Bodies with Arbitrary Nonlinear Stress-Strain Law", *Journal of Applied Mechanics*, v. 28, p. 544-550, 1961.

Nguyen, V.P., Rabczuk, T., Bordas, S., Duflo, M., "Meshless methods: A review and computer implementation aspects", *Mathematics and computers in simulation*, v. 79, n. 3, p. 763-813, 2008.

Nigri, I., Meggiolaro, M.A., Feitosa, R.Q., "Comparison between Look-and-Move and Visual Servo Control using SIFT Transforms in Eye-In-Hand Manipulator Systems", em *ABCM Symposium Series in Mechatronics v.4*, Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, Rio de Janeiro, Brasil, p. 648-657, 2010.

Nunes, L.C.S., Castello, D.A., Santos, P.A.M., "Identification of material properties using full-field and non contact measurements", *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, v. 31, p. 1678-5878, 2009.

Nunes, L.C.S., "Crack-craze opening profiles near a crack tip in a polytetrafluoroethylene", *Polymer Testing*, v. 31, p. 375-383, 2012.

Qian, C., Harper, L.T., Turner, T.A., Warrior, N. A., "Notched behaviour of discontinuous carbon fibre composites: comparison with quasi-isotropic non-crimp fabric", *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*. v. 42, n. 3, p. 293-302, 2011.

Ramberg, W., Osgood, W.R., "Description of stress-strain curves by three parameters", *Technical Note N. 902*, NACA, Washington DC, 1943.

Reu, P.L., Miler, T.J. "The application of high-speed digital image correlation", *J Strain Analysis*, v. 43, n. 8, p. 673-688, 2008.

Rodrigues, L.D., Freire, J.L.F., Vieira, R.D., "Strain Measurements Using DIC, Strain Gages and Reflection Photoelasticity". *Advancement of Optical Methods in Experimental Mechanics*, v. 3, p. 311-316, 2014.

Rodrigues, L.D., "Aplicação da Técnica DIC a Espécimes com Diferentes Formas, Materiais e Gradientes de Deformação", Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 2014.

Rosa, Edison da. "Análise de Resistência Mecânica de Peças de componentes Estruturais". GRANTE, Curso de Engenharia Mecânica, UFSC, 2002.

Seeger, T.H., Heuler, P., "Generalized Application of Neuber's Rule", *Journal of Testing and Evaluation*, v. 8, p. 199-204, 1980.

Shun-Fa, H., Wei-Jie, W., "Deformation measurement around a high strain rate region by a digital image correlation based on a hybrid genetic algorithm", 18th International Conference on Computer Methods in Mechanics, Zielona Gora, 2009.

Sutton, M.A., Wolters, W.J., Peters, W.H., Ranson, W.F., McNeill, S.R. "Determination of displacements using an improved digital correlation method", *Image Vis. Comput.*, v. 1, n. 3, p. 133-139, 1983.

Sutton, M.A., Orteu, J.J., Schreier, H.W., "Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements: Basic Concepts, Theory and Applications", Springer, New York, USA, 2009.

Timoshenko, S.P., Goodier, J.N., "Theory of Plasticity", McGraw-Hill, 1970.

Trucco, E., Verri, A., "Introductory Techniques for 3D Computer Vision", Prentice Hall, 2003.

Vic-3D User Manual, Correlated Solutions, 2010.

Xiaofei, P., Yim, S.K., Xiong, Z. "An Assessment of the Meshless Weighted Least-Square method", *Acta Mechanica Solida Sinica*, v. 17, n. 3, p. 270-282, 2004.

Yoneyama, S., Kitagawa A., Kitamura, K., Kikuta, H. "Deflection distribution measurement of steel structure using digital image correlation", *The International Society for Optical Engineering*, v. 5880, p.1-8, 2005.