

Patrick Merz Paranhos

Robô Omnidirecional

Liga F-180 RoboCup

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da PUC-Rio.

Orientador: Marco Antonio Meggiolaro

PUC-Rio, julho de 2006

Agradecimentos

Agradeço a orientação e ajuda dos professores Marco Antonio Meggiolaro, Mauro Schwanke e Mauro Speranza sem os quais a realização deste projeto nunca teria sido possível. Sou grato também a meus colegas de laboratório que apesar de não estarem envolvidos neste projeto estavam sempre dispostos a ajudar na sua concretização.

Sumário

1	Introdução	10
2	RoboCup F-180	11
3	Fundamentos Teóricos	12
3.1.	Conceito	12
3.2.	Roda Omnidirecional	12
3.3.	Equações de Movimento	133
4	Controle Omnidirecional	16
4.1.	Malha de Controle	16
4.2.	O Controlador Proporcional-Derivativo (PD)	16
4.3.	Diagrama de Blocos	17
5	Construção	19
5.1.	Robô Econômico	19
5.1.1.	Matéria Prima	19
5.1.2.	Peças	20
5.1.3.	Montagem	21
5.2.	Robô Vex	26
5.2.1.	Matéria Prima	26
5.2.2.	Peças	26
5.2.3.	Montagem	28
6	Resultados	32
6.1.	Simulações do bloco de controle	32
6.2.	Robô Econômico	36
6.3.	Robô Vex	38
7	Conclusões	41

Bibliografia	42
Apêndice	43

Lista de figuras

Figura 1 Diferença de Movimentação	12
Figura 2 Roda Omnidirecional	13
Figura 3 Equações da Roda Omnidirecional	13
Figura 4 Equações do Robô Omnidirecional	14
Figura 5 Ação Proporcional Derivativa	17
Figura 6 Diagrama de Blocos	17
Figura 8 Bloco B	18
Figura 9 Bloco C	18
Figura 10 Base do Robô Econômico	20
Figura 12 Suporte Do Motor do Robô Econômico	21
Figura 13 Conector em L do Motor do Robô Econômico	21
Figura 14 Travas do Rolamento do Motor do Robô Econômico	22
Figura 17 Acrescentado o suporte do motor no suporte da Roda	23
Figura 18 Inserindo a roda omnidirecional no suporte	23
Figura 19 Inserção do eixo	24
Figura 20 Acrescentando-se o segundo rolamento	24
Figura 21 Suportes em L no Suporte da Roda	25
Figura 22 Motor em seu suporte	25
Figura 23 Robô Econômico Montado	25
Figura 24 Base Vex	27
Figura 27 Rail B	27
Figura 28 Rail C	27
Figura 29 Suporte em L Vex	28
Figura 30 Rail A com berrin	28
Figura 31 Rail B com berrin	28
Figura 33 Montagem Vex passo 2	29
Figura 34 Montagem Vex passo 3	29
Figura 35 Montagem Vex passo 4	30
Figura 36 Montagem Vex passo 5	30
Figura 37 Robô Vex	31

Figura 44 Robô Econômico vista Lateral	Error! Bookmark not defined.
Figura 45 Robô Econômico Vista Superior	Error! Bookmark not defined.
Figura 46 Robô Econômico vista inferior	Error! Bookmark not defined.
Figura 47 Robô Vex Vista Lateral	Error! Bookmark not defined.
Figura 48 Robô Vex Vista Superior	Error! Bookmark not defined.
Figura 49 Robô Vex Vista Inferior	Error! Bookmark not defined.
Figura 50 Dimensões da Base do Robô Econômico	Error! Bookmark not d
Figura 51 Dimensões traseiras do Suporte da Roda do Robô Econômico	Err
Figura 52 Dimensões frontais do Suporte da Roda do Robô Econômico	Errc
Figura 53 Dimensões laterais do Suporte da Roda do Robô Econômico	Errc
Figura 54 Dimensões da trava do rolamento do Robô Econômico	Error! Boc
Figura 55 Dimensões da Trava do Rolamento do Robô Econômico	Error! B
Figura 56 Dimensões do Suporte do Motor do Robô Econômico	Error! Bool
Figura 57 Dimensões do Espaçador do Motor do Robô Econômico	Error! B
Figura 58 Dimensões Traseiras do Suporte em L do Robô Econômico	Error
Figura 59 Dimensões Inferiores do Suporte em L do Robô Econômico	Error
Figura 60 Dimensões Laterais do Suporte em L do Robô Econômico	Error!
Figura 61 Dimensões do Rail A do Robô Vex	52
Figura 62 Dimensões do Rail B do Robô Vex	53
Figura 63 Dimensões do Rail C do Robô Vex	53
Figura 64 Dimensões Laterais do Suporte em L do Robô Vex	54
Figura 65 Dimensões Superiores do Suporte em L do Robô Vex	54
Figura 66 Equações um de Formulação do Bloco A	55
Figura 67 Equações dois de Formulação do Bloco A	55
Figura 68 Equações três de Formulação do Bloco A	56
Figura 69 Equações quatro de Formulação do Bloco A	57
Figura 70 Equações cinco de Formulação do Bloco A	58
Figura 71 Equações seis de Formulação do Bloco A	59
Figura 72 Equações do Bloco A	60

Lista de Símbolos e Abreviaturas

Velocidade no Eixo x	V_x
Velocidade no Eixo y	V_y
Velocidade Angular	W
Inércia	I
Inércia da roda	I_r
Velocidade Angular na Roda 1	W_1
Velocidade Angular na Roda 2	W_2
Velocidade Angular na Roda 3	W_3
Velocidade na Roda 1	V_1
Velocidade na Roda 2	V_2
Velocidade na Roda 3	V_3
Distância ao centro da roda	d
Raio da Roda	r
Força da roda 1 no solo	F_1
Força da roda 2 no solo	F_2
Força da roda 3 no solo	F_3
Torque da Roda 1	T_1
Torque da Roda 2	T_2
Torque da Roda 3	T_3

Resumo

Patrick Merz Paranhos. **Robô Omnidirecional**. PUC-Rio, 2006. xxxp. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Este projeto mostra como controlar e construir um robô omnidirecional de 3 rodas a 120 graus para a liga F-180 da robocup.

Por ser uma liga de robôs pequenos, no máximo 180mm de diâmetro e 150 de altura, a primeira problemática era como construir um robô omnidirecional que coubesse nas restrições de tamanho.

O robô antes de sua construção foi projetado no solidworks possibilitando a otimização do posicionamento dos componentes, levando a solução de montar os motores sobre os suportes das roda.

Controlar o robô omnidirecional para que este siga sobre o eixo x,y com a rotação desejada requer que constantemente decomponhamos as velocidades das 3 rodas para os eixos desejados, logo se faz necessário um bloco de controle com um controlador PD para corrigir o erro devido à inércia do movimento do robô.

Palavras-chave

Omnidirecional; RoboCup; Controlador PD

Abstract

Patrick Merz Paranhos. **Omnidirecional Robô**. PUC-Rio, 2006. xxxp. Dissertation- Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This Project shows how to build and control a omnidirectional robot, with 3 wheels at 120 degrees, with the purpose of participating in the F-180 league of the RoboCup.

The F-180 league for being of small robot, maximum of 180mm of diameter and 150 of height, generates a problem in how to build a robot within such a small space.

The robot was first design with SolidWorks, which allows a optimization of the positioning of all the components, which lead us to a solution of building the motors above the wheels, making it possible to build the robot within the 180mm with the pieces we had.

Controlling a omnidirectional robot so that it follows over a x,y axes with the desired rotation requires a constant composition of the velocity from the 3 robots wheels in the x and y axis. Which generate the necessity of a control block and to reduce the error due to the inercy of the robot movements a PD control was added to the control blocks.

Keywords

Omnidirecional; RoboCup; Controlador PD

1 Introdução

RoboCup é uma competição desenvolvida para avançar as pesquisas na área de robótica e inteligência artificial através de um jogo amigável de futebol de robôs. Existem diferentes ligas, como, por exemplo, a liga “smallsize”, também conhecidas como F180 que focaliza o problema de inteligência e controle de um sistema de multi-agentes em um ambiente dinâmico.

O futebol de robô assim como o de humanos é um esporte muito veloz e dinâmico onde as habilidades de interceptar, passar, driblar e chutar são vitais para se conquistar a vitória. Essas habilidades requerem grande mobilidade, sendo necessário ser capaz de se mover em qualquer direção instantaneamente.

Um cenário comum no futebol é o de estar cara a cara com o goleiro, um simples drible lateral e um chute para se fazer o gol, entretanto um robô bidirecional precisaria rotacionar para fazer o drible lateral, o que além de perder tempo o impediria de chutar a gol sem rotacionar de novo. Não ser capaz de se mover em qualquer direção, instantaneamente, de um dado ponto limita muito a capacidade do jogador.

Logo o robô, assim como o jogador de futebol precisa ser omnidirecional, ou seja, capaz de se mover em uma linha reta em qualquer direção de uma dada posição sem precisar rotacionar antes. Além disso, é possível combinar a translação em um caminho com uma rotação para que cheguemos no destino com o ângulo correto.

Este projeto objetivo construir um robô omnidirecional dentro das configurações da liga F-180, devido aos limites de tamanho impostos pela liga o robô será projetado apriori no solidworks e depois construído, reduzindo assim o risco de perda de material devido à falha de projeto, além de garantir que a disposição escolhida das peças não ultrapasse os limites de dimensão da liga. As equações de controle omnidirecional serão simuladas no matlab utilizando-se um controlador PD para corrigir o erro devido à inércia do robô.

2 RoboCup F-180

Robocup é uma iniciativa internacional de pesquisa e educação. Objetiva promover pesquisas na área de IA e de inteligência robótica através, apresentando um problemático padrão onde um grande gama de tecnologias pode ser empregado para resolver.

Tendo em vista este propósito a Robocup escolheu o jogo de futebol como seu domínio principal. Para que um time de robôs conseguir jogar futebol, múltiplas tecnologias precisam ser incorporadas incluídas: colaboração de múltiplos agentes, aquisição de estratégia, robótica, decisão em tempo real.

Uma partida de futebol de robô da liga F180 acontece entre dois times cada um com 5 (cinco) jogadores. O robô deverá ser estruturado em um diâmetro circular de 180mm, não podendo ser maior que 15cm, a não ser que possua câmeras individuais.

O jogo acontece em um campo de carpete com 2,8m de comprimento por 2,3m de largura, devendo ser a bola uma bola de golfe laranja. Os robôs que não possuem uma câmera individual usam uma câmera sobre o campo e um PC fora de campo para o processamento, transmitindo informações ou comandos através de comunicação sem fio.

Os robôs não podem ter nenhum buraco que engula a bola por mais do que 20% de sua área quando projetada sobre a superfície. (aproximadamente 1cm de profundidade).

3 Fundamentos Teóricos

3.1. Conceito

Um robô omnidirecional é capaz de se mover em qualquer direção partindo de um ponto sem precisar rotacionar antes e a translação em qualquer direção pode ser combinada com uma rotação, para que o robô alcance seu destino com o ângulo desejado.

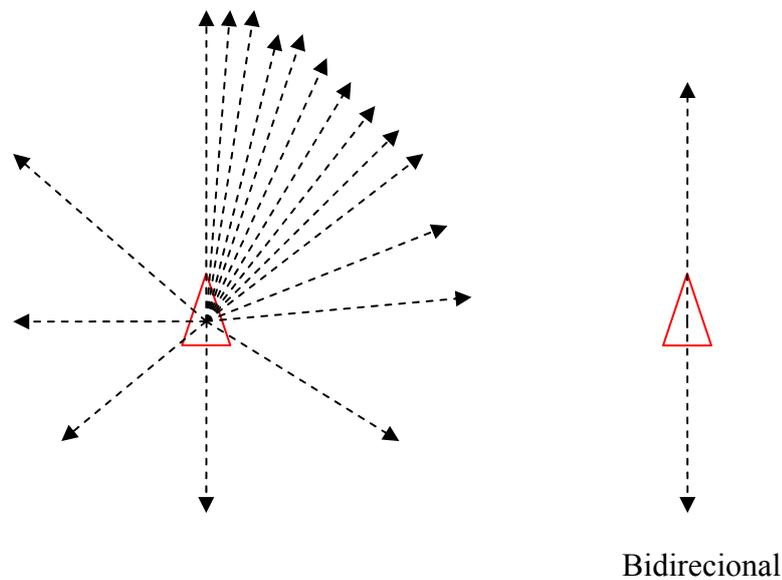


Figura 1 Diferença de Movimentação

3.2. Roda Omnidirecional

Todas as rodas omnidirecionais possuem o mesmo princípio, enquanto elas fornecem tração no sentido normal ao eixo do motor, a roda é capaz de deslizar

sem fricção no sentido tangencial ao eixo do motor. Isto é possível porque a roda é feita com pequenas rodas presas a 90 graus em sua periferia.

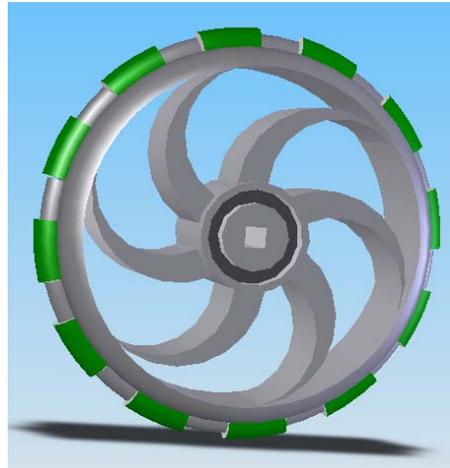


Figura 2 Roda Omnidirecional

3.3. Equações de Movimento

O robô possui uma configuração de 3 rodas omnidirecionais a 120 graus

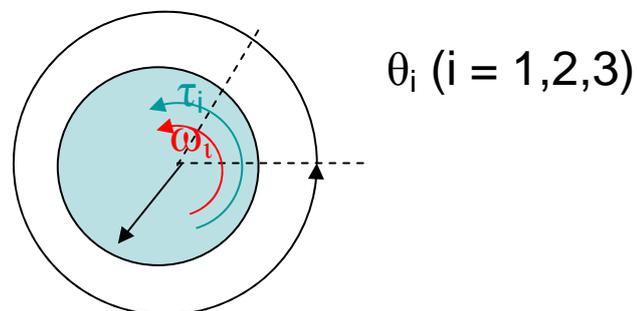


Figura 3 Equações da Roda Omnidirecional

A relação entre a velocidade de cada roda e sua velocidade angular se da por :

$$w1 = v1 / r$$

$$w2 = v2 / r$$

$$w3 = v3 / r$$

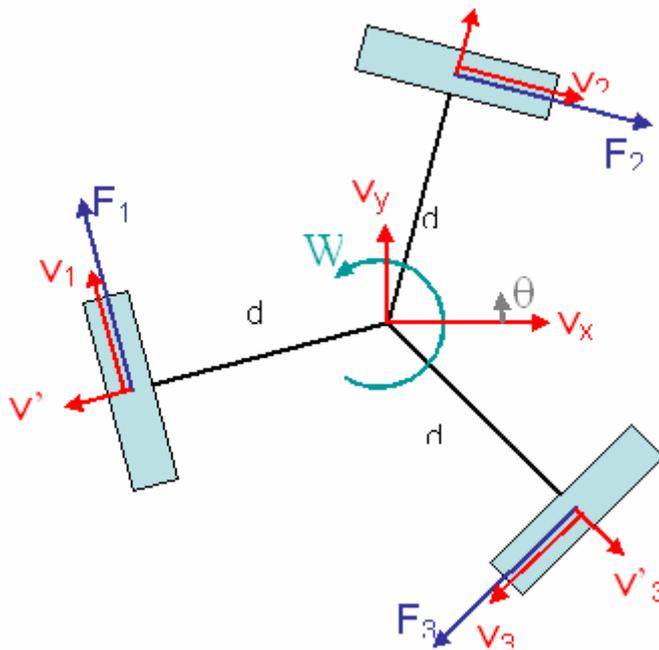


Figura 4 Equações do Robô Omnidirecional

Cada roda gera tração perpendicular ao eixo de seu motor e paralelo ao chão, as forças das 3 rodas se somam gerando translação e rotação. Como estamos interessados na movimentação do robô no eixo x,y decompomos as forças.

$$-F1.\sin(\theta) + F2.\cos(30^\circ - \theta) - F3.\cos(30^\circ + \theta) = m.dv_x/dt$$

$$F1.\cos(\theta) - F2.\sin(30^\circ - \theta) - F3.\sin(30^\circ + \theta) = m.dv_y/dt$$

$$-(F1 + F2 + F3).d = I.dw/dt$$

Controlar os 3 motores independentemente para que o robô se movimente sobre um plano dimensional como desejamos é complicado. Logo precisamos converter o movimento no plano x,y e a velocidade angular desejados para a velocidade em cada roda.

Sendo à distância do centro de gravidade a roda. V_x, V_y e W respectivamente a velocidade desejada no eixo x, no eixo y e a velocidade angular desejada. V_1, V_2 e V_3 respectivamente a velocidade nos motores 1, 2 e 3 e desconsiderando perdas por a roda escorregar temos que:

$$V1 = Vy \cdot \cos(\theta) - Vx \cdot \sin(\theta) - w \cdot d$$

$$V2 = Vx \cdot \cos(30^\circ - \theta) - Vy \cdot \sin(30^\circ - \theta) - w \cdot d$$

$$V3 = -Vx \cdot \cos(30^\circ + \theta) - Vy \cdot \sin(30^\circ + \theta) - w \cdot d$$

Sendo r o raio da roda w_i e τ_i respectivamente a velocidade angular e o torque de cada roda, para $i=1,2,3$. A equação do torque em cada roda se da por :

$$\tau1 = F1 \cdot r + Ir \cdot dw1/dt$$

$$\tau2 = F2 \cdot r + Ir \cdot dw2/dt$$

$$\tau3 = F3 \cdot r + Ir \cdot dw3/dt$$

4 Controle Omnidirecional

4.1. Malha de Controle

Deseja-se controlar a velocidade do robô nos eixos x e y e sua velocidade angular, logo se precisa decompor as velocidades desejadas para as velocidades nas 3 rodas do robô.

A saída apresenta uma inércia com relação às modificações nas variáveis de entrada. Esta inércia é devido à dinâmica do movimento, sendo responsável por gerar longos períodos transitórios.

Visando reduzir o transitório acrescenta-se um controlador proporcional derivativo na malha de controle do robô.

4.2. O Controlador Proporcional-Derivativo (PD)

O controlador PD tem por função antecipar a ação de controle para que este reaja mais rápido. O sinal de controle é proporcional a uma predição da saída do processo.

$$u(t) = K(e(t) + Td \, de(t)/dt)$$

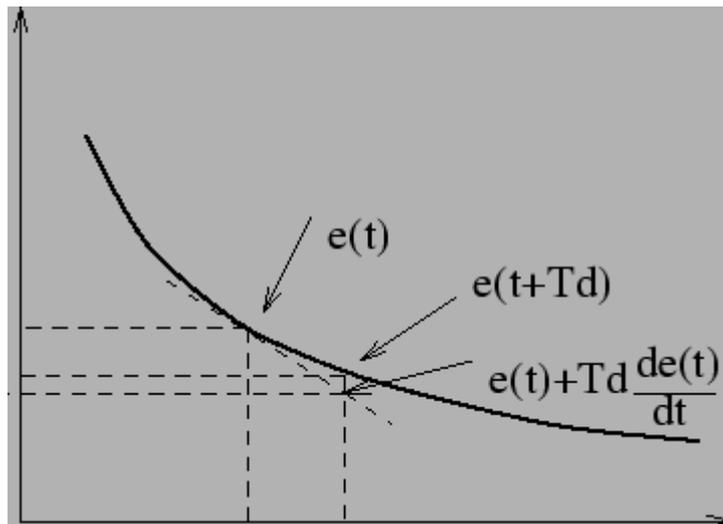


Figura 5 Ação Proporcional Derivativa

4.3. Diagrama de Blocos

O sistema de controle do robô omnidirecional está representado abaixo por um diagrama de blocos, onde as entradas são as velocidades no eixo x, y , velocidade angular e a saída é o torque em cada roda

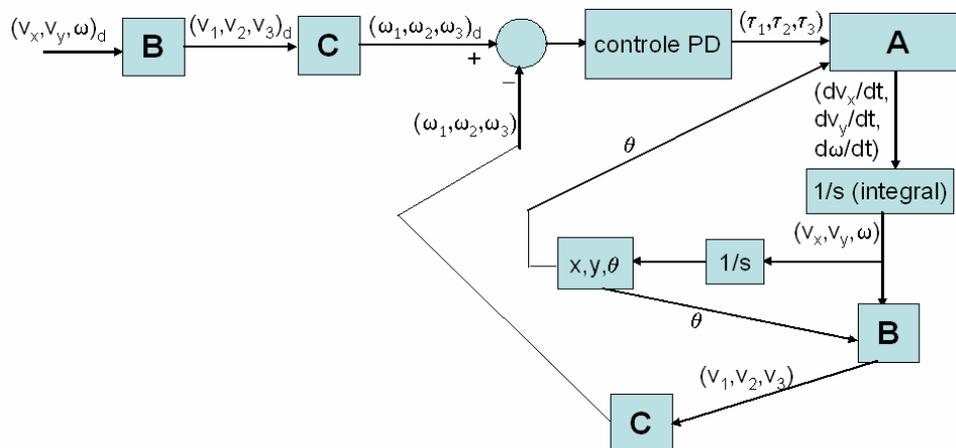


Figura 6 Diagrama de Blocos

Baseado nas equações de movimento do robô descritas encontra-se as equações de controle dos blocos A, B e C (figura abaixo). O desenvolvimento das equações encontra-se no apêndice.

$$\begin{aligned}
\frac{dw}{dt} &= \frac{\delta_3 \psi_1 (\psi_2 \psi_1 - C_a H_c) - \delta_1 J_c (\psi_2 \psi_1 - C_a H_c) + C_a J_c (\delta_2 \psi_1 - \delta_1 H_c) - J_a (\delta_2 \psi_1 - \delta_1 H_c)}{C_a J_c (C_f H_c - H_f \psi_1) + C_f J_c (\psi_2 \psi_1 - C_a H_c) - J_a \psi_1 (C_f H_c - H_f \psi_1) - \psi_3 \psi_1 (\psi_2 \psi_1 - C_a H_c)} \\
\frac{dv_x}{dt} &= \frac{\delta_1 (\psi_2 \psi_1 - C_a H_c) - C_a (\delta_2 \psi_1 - \delta_1 H_c)}{(\psi_2 \psi_1 - C_a H_c) \psi_1} + \frac{dw C_a (C_f H_c - H_f \psi_1) + C_f (\psi_2 \psi_1 - C_a H_c)}{dt (\psi_2 \psi_1 - C_a H_c) \psi_1} \\
\frac{dv_y}{dt} &= \frac{(\delta_2 \psi_1 - \delta_1 H_c)}{(\psi_2 \psi_1 - C_a H_c)} - \frac{dw (C_f H_c - H_f \psi_1)}{dt (\psi_2 \psi_1 - C_a H_c)} \\
\delta_1 &= r(-\tau_1 \text{sen}(\theta) + \tau_2 \cdot \cos(\beta_0 - \theta) - \tau_3 \cdot \cos(\beta_0 + \theta)) - V_y w (+\text{sen}^2(\theta) + \cos^2(30 - \theta) + \cos^2(30 + \theta)) Ir \\
&\quad - V_x w (+\text{sen}(\theta) \cdot \cos(\theta) + \cos(\beta_0 - \theta) \sin(\beta_0 - \theta) - \cos(\beta_0 + \theta) \sin(\beta_0 + \theta)) Ir \\
\delta_2 &= r(\tau_1 \cdot \cos(\theta) - \tau_2 \cdot \sin(\beta_0 - \theta) - \tau_3 \cdot \sin(\beta_0 + \theta)) - V_x w (-\cos^2(\theta) - \sin^2(30 - \theta) - \sin^2(30 + \theta)) Ir \\
&\quad - V_y w (-\cos(\theta) \text{sen}(\theta) - \sin(\beta_0 - \theta) \cos(\beta_0 - \theta) + \sin(\beta_0 + \theta) \cos(\beta_0 + \theta)) Ir \\
\delta_3 &= r(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3) - V_y w (-\text{sen}(\theta) + \cos(\beta_0 - \theta) - \cos(\beta_0 + \theta)) Ir \\
&\quad - V_x w (-\cos(\theta) + \sin(\beta_0 - \theta) - \sin(\beta_0 + \theta)) Ir \\
\psi_1 &= r^2 m + (\text{sen}^2(\theta) + \cos^2(30 - \theta) + \cos^2(30 + \theta)) Ir \\
\psi_2 &= r^2 m + (\cos^2(\theta) + \sin^2(30 - \theta) + \sin^2(30 + \theta)) Ir \\
\psi_3 &= I r^2 + d \cdot 3 Ir \\
C_a &= (-\text{sen}(\theta) \cdot \cos(\theta) - \cos(\beta_0 - \theta) \sin(\beta_0 - \theta) + \cos(\beta_0 + \theta) \sin(\beta_0 + \theta)) Ir \\
C_f &= d(\text{sen}(\theta) + \cos(\beta_0 - \theta) - \cos(\beta_0 + \theta)) Ir \\
H_c &= (-\cos(\theta) \text{sen}(\theta) - \sin(\beta_0 - \theta) \cos(\beta_0 - \theta) + \sin(\beta_0 + \theta) \cos(\beta_0 + \theta)) Ir \\
H_f &= d(\cos(\theta) - \sin(\beta_0 - \theta) - \sin(\beta_0 + \theta)) Ir \\
J_c &= (-\text{sen}(\theta) + \cos(\beta_0 - \theta) - \cos(\beta_0 + \theta)) Ir \\
J_a &= (+\cos(\theta) - \sin(30 - \theta) - \sin(\beta_0 + \theta)) Ir
\end{aligned}$$

Figura 7 Bloco A

$$\begin{aligned}
V_1 &= V_y \cos(\theta) - V_x \sin(\theta) - wd \\
V_2 &= -V_y \sin(30 - \theta) + V_x \cos(30 - \theta) - wd \\
V_3 &= -V_y \sin(30 + \theta) - V_x \cos(30 + \theta) - wd
\end{aligned}$$

Figura 8 Bloco B

$$\begin{aligned}
w_1 &= \frac{V_1}{r} \\
w_2 &= \frac{V_2}{r} \\
w_3 &= \frac{V_3}{r}
\end{aligned}$$

Figura 9 Bloco C

5 Construção

Foram construídos dois robôs omnidirecionais dentro das configurações da liga F-180. O primeiro robô foi construído a partir de peças existentes no próprio laboratório, enquanto o segundo foi construído utilizando o kit Vex, um kit de peças pré-fabricadas.

5.1. Robô Econômico

O robô foi construído utilizando peças já existentes no laboratório, adaptando-se diversos perfil de alumínio para as necessidades do projeto. Os motores, comprados de sucata, as polias (pequenas) e as correias, ambas encomendadas, foram às únicas peças compradas. O que resultou em um robô de baixo custo.

5.1.1. Matéria Prima

- 3 Motores de 24v
- 3 Polias (Pequena)
- 3 Polias (Grande)
- 3 Correias
- 3 Rodas Omnidirecionais
- 6 Rolamentos de 6mm
- 3 Parafusos 6x80
- 1 Placa de alumínio de 1mm
- 1 Perfil oco de Alumínio Retangular 50,8x38,0 mm com 2mm de espessura

-1 Perfil oco de Alumínio Retangular 170,5x38,0 mm com 3,3mm de espessura

-1 Perfil sólido de Alumínio Retangular 19,4x19,4 mm

5.1.2. Peças

A base foi construída a partir de uma placa de alumínio de 1mm, sendo a base um círculo de 18cm de diâmetro com buracos para as rodas omnidirecionais.

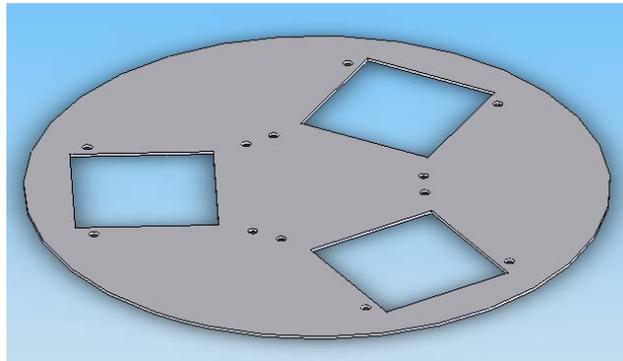


Figura 10 Base do Robô Econômico

O suporte da roda foi construído a partir de um perfil de alumínio retangular de 50,8 x 38,0mm e espessura de 2mm. Perfurou-se as duas laterais para o encaixe dos rolamentos e desgastou-se a parte superior da peça para evitar atrito com a roda.

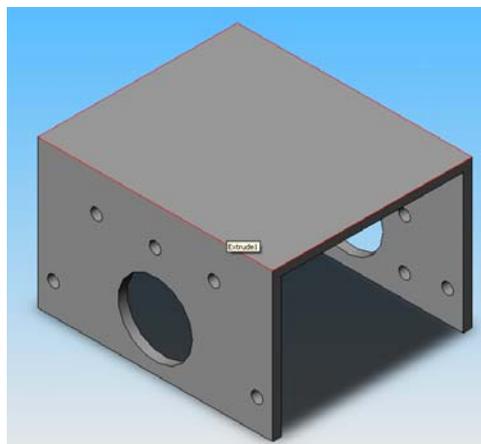


Figura 11 Suporte da Roda do Robô Econômico

O Suporte do Motor foi construído através de um perfil de alumínio retangular 170,5x38,0 mm com espessura de 3,3mm. O furo na base serve para o encaixe do rolamento e o furo superior para a polia do eixo do motor. Necessário frisar que é preciso abrir um pequeno canal na superfície para evitar atrito com a correia.

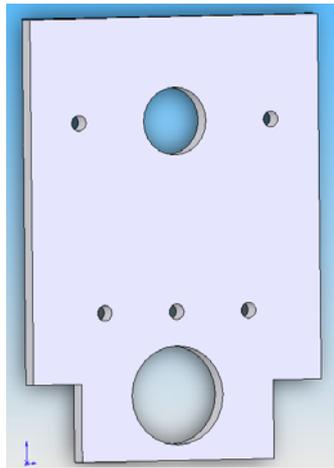


Figura 12 Suporte Do Motor do Robô Econômico

O conector em L foi construído partir do perfil de alumínio retangular 19,4x19,4 mm com espessura de 2mm. Sua função é prender o suporte da roda na base.

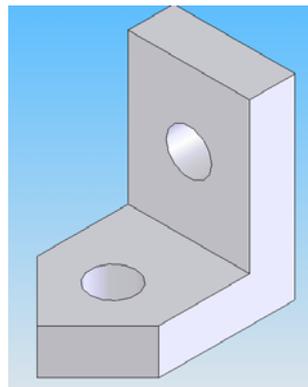


Figura 13 Conector em L do Motor do Robô Econômico

A construção da trava do rolamento se deu através da utilização do perfil de alumínio retangular 170,5x38,0 mm com e:3,3mm, no qual recortou-se 1 placa com furo central de 19mm de diâmetro, e o perfil de 50,8x38,0 mm e espessura de 2mm, recortando-se 2 placas, com um furo de 13mm de diâmetro, fazendo-se um

“sanduíche” para travar o rolamento, mas ainda havendo espaço para o eixo da roda rodar livremente.

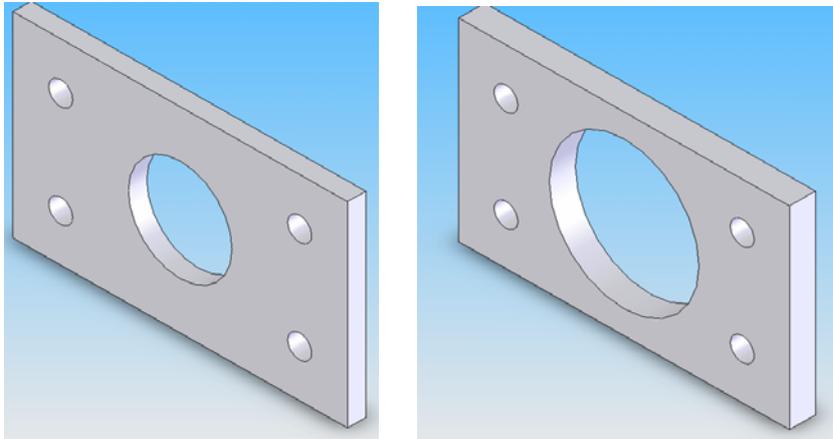


Figura 14 Travas do Rolamento do Motor do Robô Econômico de 13mm e 19mm

5.1.3. Montagem

Primeiramente se pega o suporte da roda e insere o rolamento no espaço correspondente.

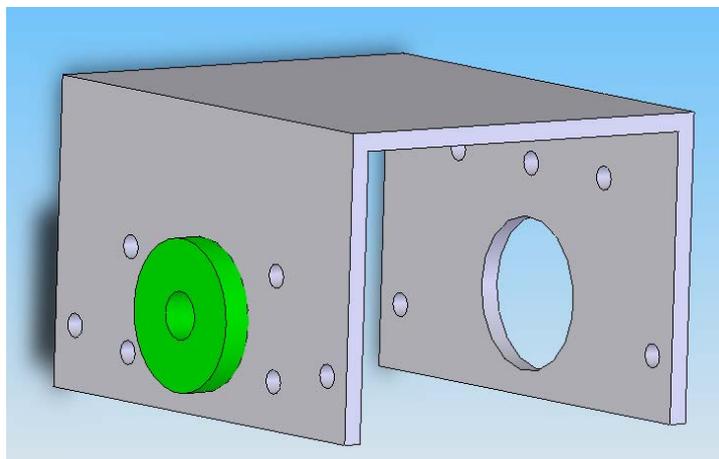


Figura 15 Inserção do Rolamento no suporte da Roda

A seguir utiliza-se as 3 placas de trava para travar o rolamento no lugar

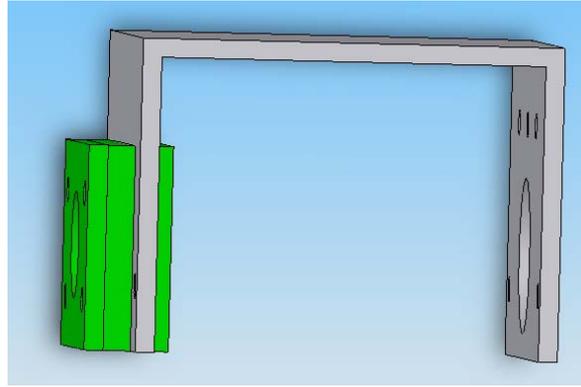


Figura 16 Travando o rolamento no suporte da Roda

Em seguida aparafusa-se o espaçador do suporte do motor e o suporte do motor no suporte da roda.

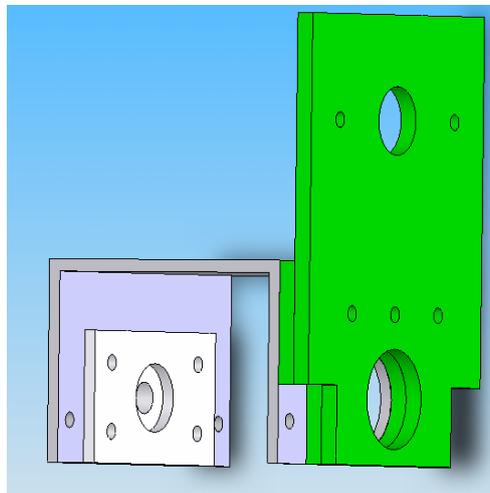


Figura 17 Acrescentado o suporte do motor no suporte da Roda

Depois se insere a roda omnidirecional em seu suporte

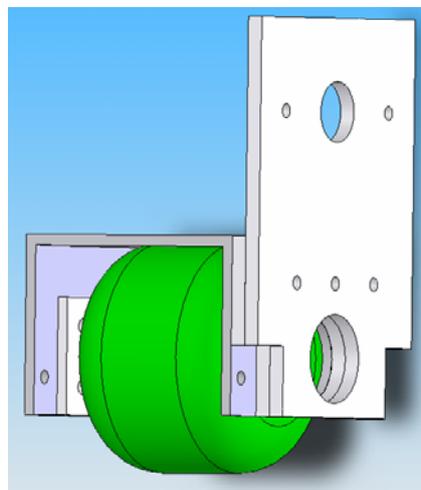


Figura 18 Inserindo a roda omnidirecional no suporte

Então se atarraxa o parafuso de 6x80na roda para servir de eixo.

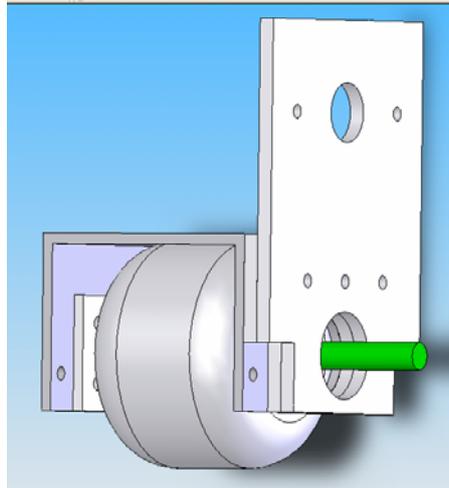


Figura 19 Inserção do eixo

Põem-se o segundo rolamento no suporte.

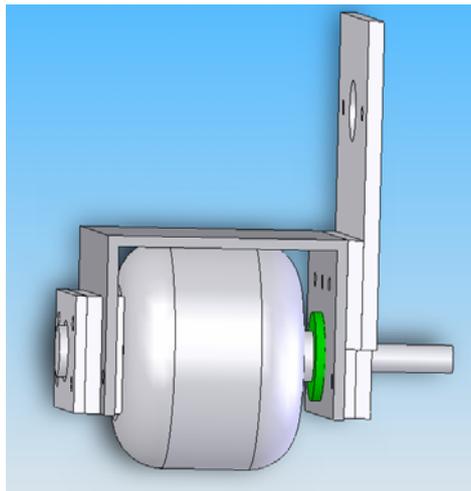


Figura 20 Acrescentando-se o segundo rolamento

Prende-se os conectores em L no suporte da roda.

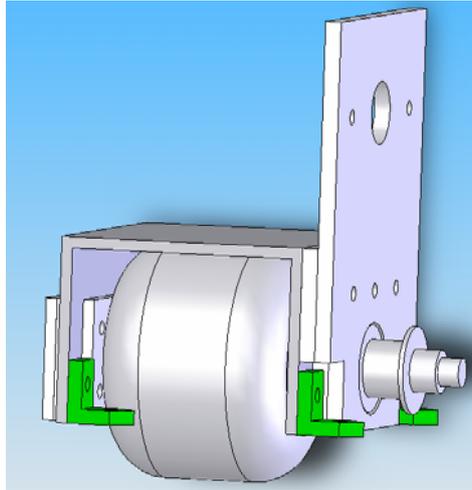


Figura 21 Suportes em L no Suporte da Roda

Aparafusa-se o motor no suporte

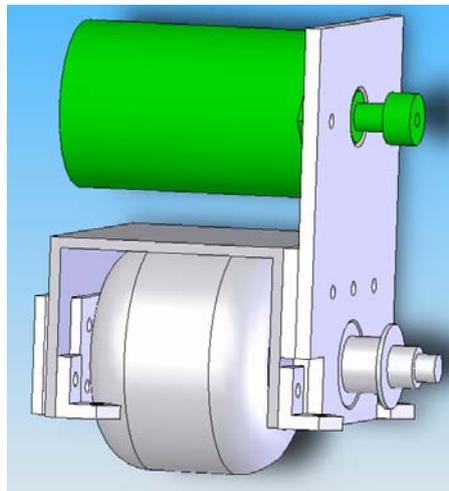


Figura 22 Motor em seu suporte

Por fim prende-se o conjunto na base utilizando os conectores em L para aparafusar os 3 suportes das rodas omnidirecionais na base.

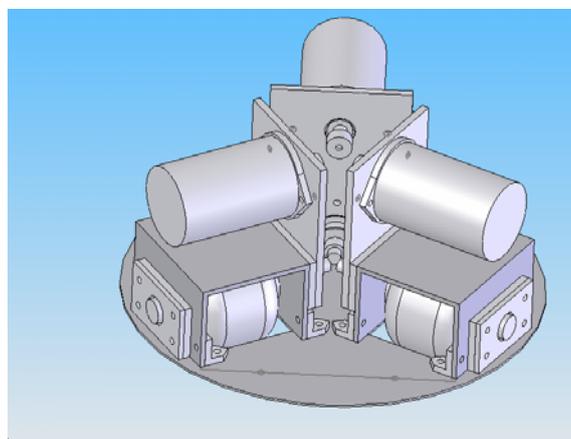


Figura 23 Robô Econômico Montado

5.2. Robô Vex

Usando um kit vex básico foi construído um robô omnidirecional dentro dos limites estipulados pelas regras da liga F-180 da robocup. O grande desafio desta montagem foi utilizar-se de peças padronizadas para fazer uma montagem com um limite tão pequeno de espaço. As peças do kit vex foram desenhadas no solidworks que foi então utilizado para projetar o robô.

5.2.1. Matéria Prima

- 3 Motores Vex
- 3 Engrenagens de 65,8mm
- 3 Engrenagens de 40,2mm
- 3 Rodas Omnidirecionais
- 1 Placa de alumínio de 1mm
- 12 Delrin Bearin
- 9 Rails 21x15
- 1 Angel 2x2
- 9 Drive Shaft Collars
- 9 espaçadores pequenos
- 3 espaçadores grandes

5.2.2. Peças

A base feita de uma placa de alumínio de 1mm é um círculo de 18cm de diâmetro com buracos para as rodas omnidirecionais. Esta peça é única no projeto do robô vex que não utiliza peças de padrão vex devido ao fato de não existir nenhuma peça grande o suficiente para se fazer uma base de 18cm de diâmetro.

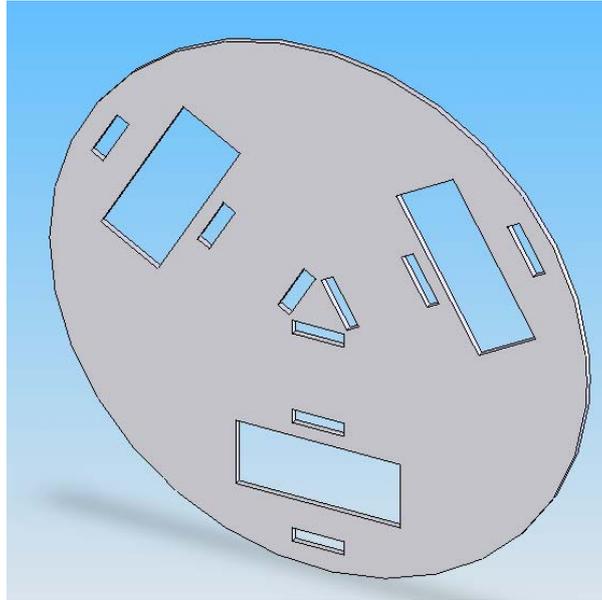


Figura 24 Base Vex

Rails de sustentação foram adaptados de um rail padrão do kit vex de 21x15, existem 3 rails de sustentação diferentes, um para cada ponto de apoio da estrutura.

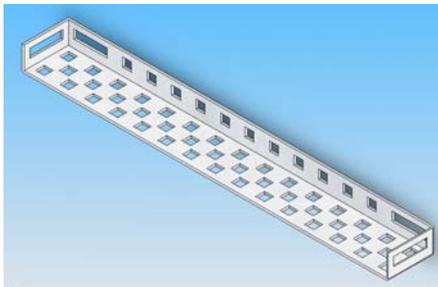


Figura 25 Rail 21x15

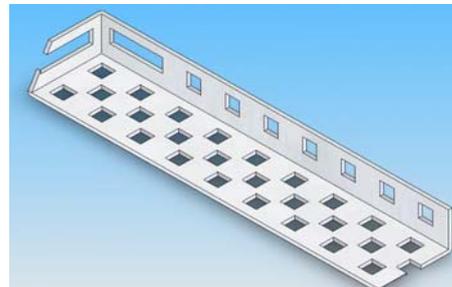


Figura 26 Rail A

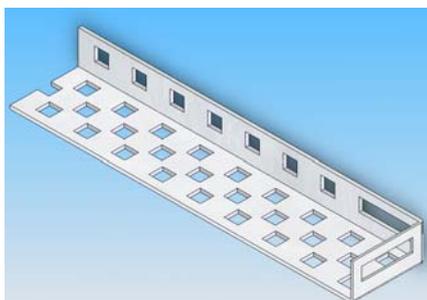


Figura 27 Rail B

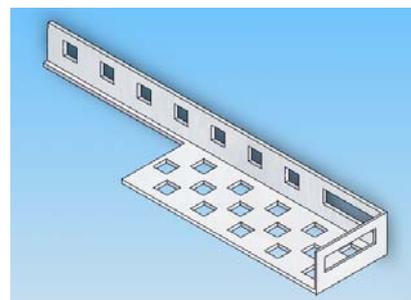


Figura 28 Rail C

Suporte em L foi construído de uma peça Angel 2x2 do kit vex, com a função de servir de suporte para o controlador dos motores que vira em cima do robô.

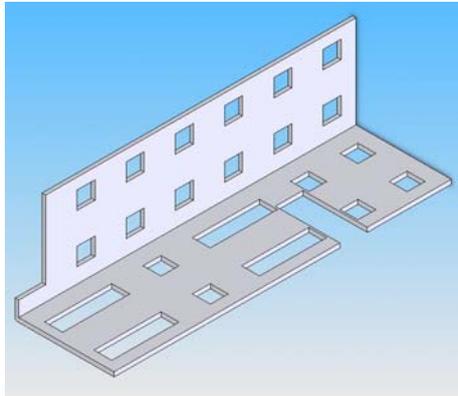


Figura 29 Suporte em L Vex

5.2.3. Montagem

Primeiramente prende-se os delrin bearin nos rails

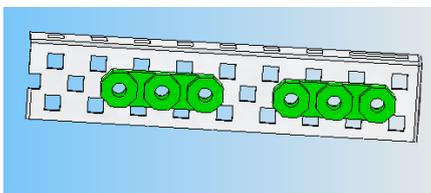


Figura 30 Rail A com berrin

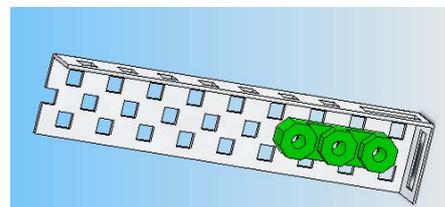


Figura 31 Rail B com berrin

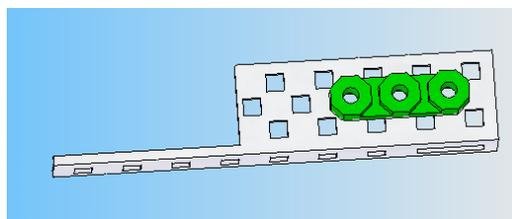


Figura 32 Rail C com berrin.

Então se passa o eixo retangular prendendo a roda omnidirecional no centro dos delrin bearin. Utiliza-se um espaçador grande entra a roda e o rail B. Encaixa-se a engrenagem entre os rails A e B. Trava-se o eixo nas duas extremidades

utilizando o drive shaft collars para travar o eixo e pondo espaçadores pequenos entre a trava e o rail para reduzir o atrito.

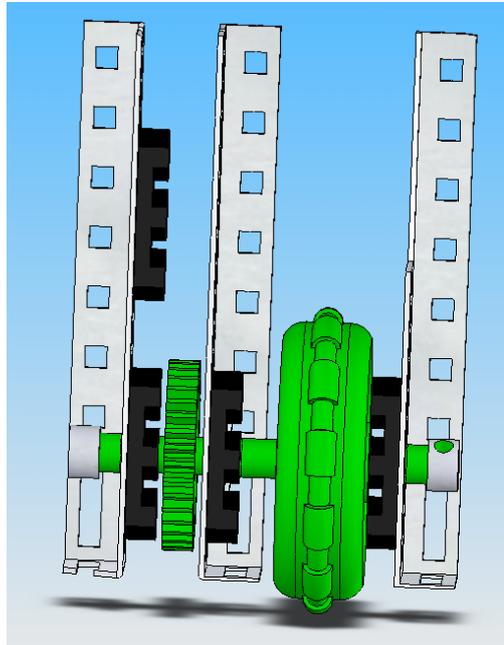


Figura 33 Montagem Vex passo 2

Em seguida aparafusa-se o suporte em L nos rails B e C.

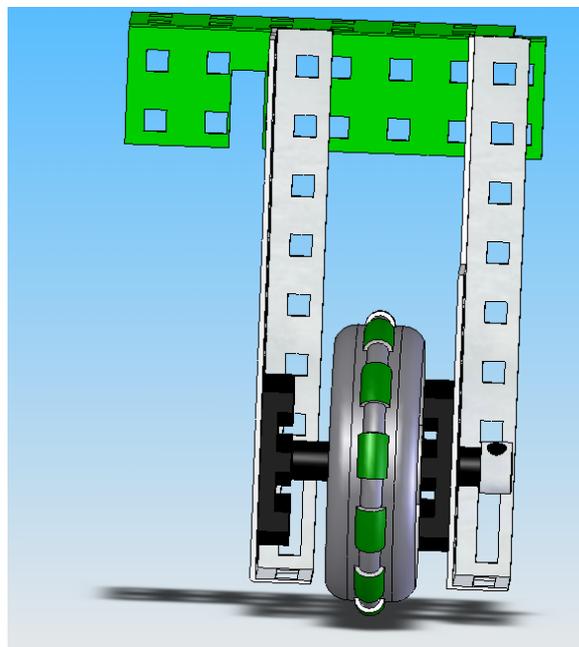


Figura 34 Montagem Vex passo 3

Prende-se o motor no Rail B.

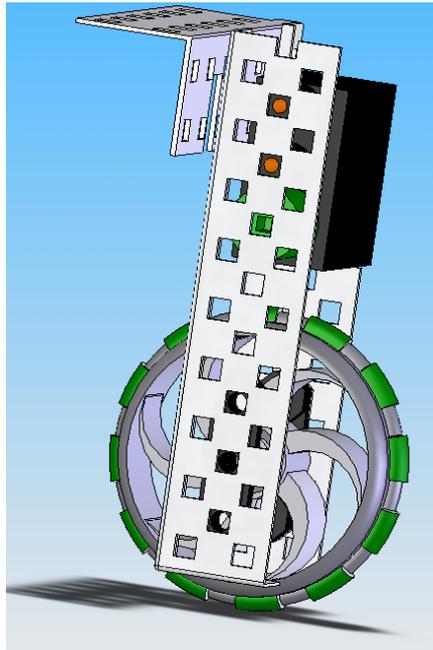


Figura 35 Montagem Vex passo 4

Insere-se a engrenagem entre os rails A e B, prende-se o eixo do motor com a trava utilizando um separador pequeno para reduzir o atrito. Por fim aparafusa-se o rail A no suporte em L.

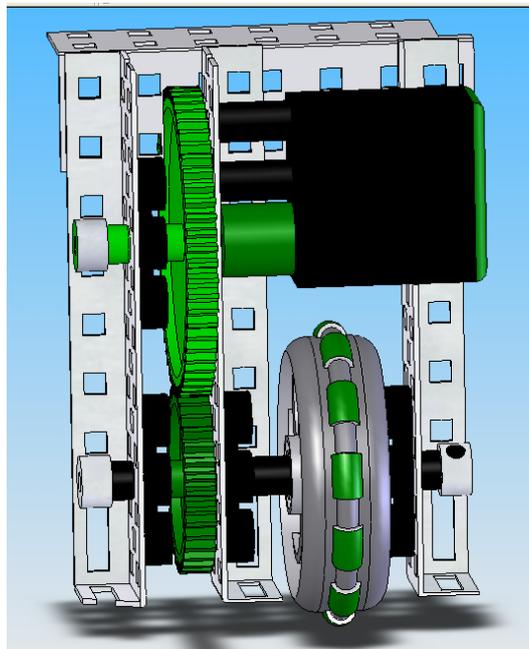


Figura 36 Montagem Vex passo 5

Repete-se os 5 passos anteriores 3 vezes para construir todos os 3 suportes prendendo-os na base, finalizando assim a montagem.

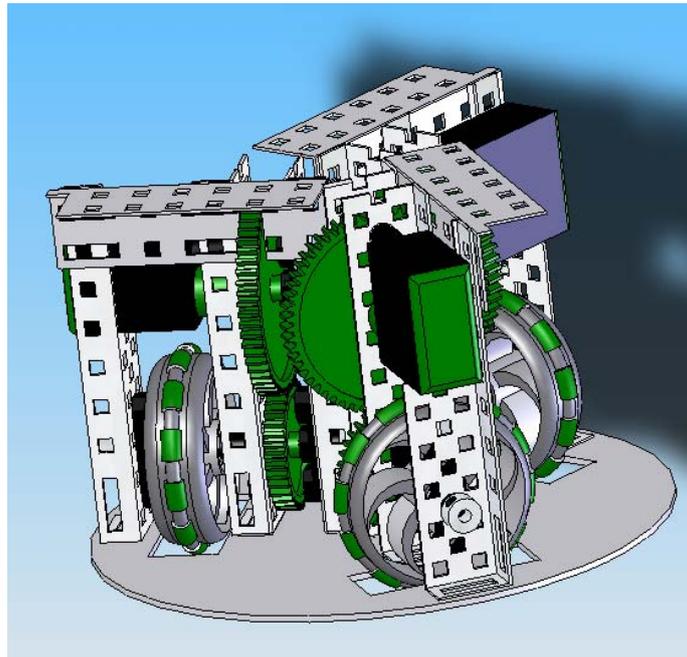


Figura 37 Robô Vex

6 Resultados

6.1. Simulações do bloco de controle

Utilizando o matlab simulou-se com a malha de controle omnidirecional. Os gráficos abaixo representam os resultados destas simulações. As retas horizontais são as velocidades desejadas as quais o robô deve alcançar partindo de um estado inicial.

Valendo-se dos estados iniciais iguais a zero, V_y e W e a velocidade em x desejada de 1m/s , observamos que o robô acelera rapidamente e ao chegar perto da velocidade desejada começa a desacelerar conseguindo evitar o overshoot. Fato que ocorre devido à malha de controle.

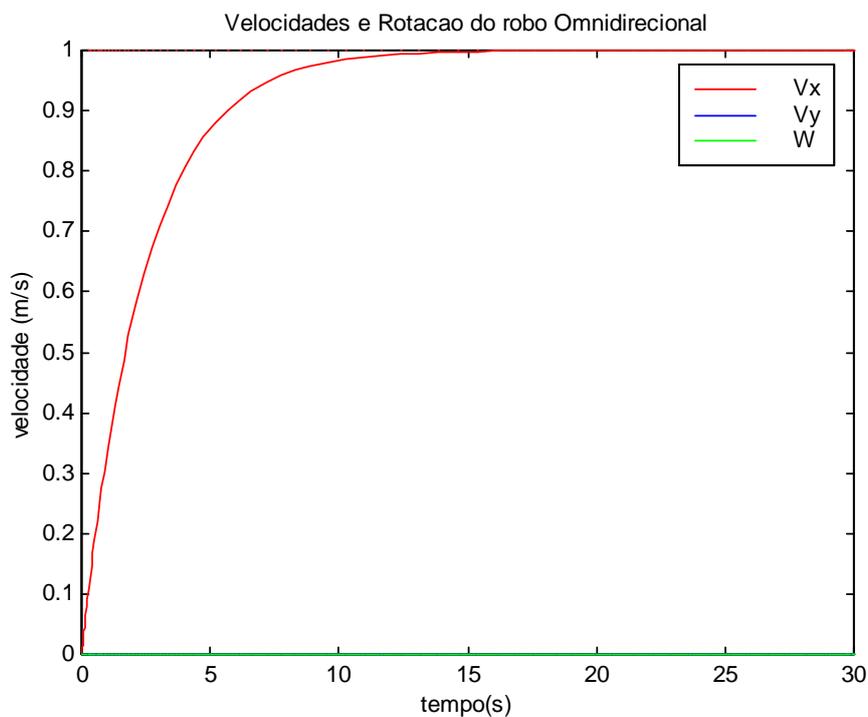


Figura 38 Gráfico $V_{xd}=1\text{m/s}$

Simulando o mesmo sistema só que alterando V_x desejado para 0 e com V_y desejado igual a -5m/s obtemos o mesmo comportamento de desaceleração quando se aproxima da velocidade desejada.

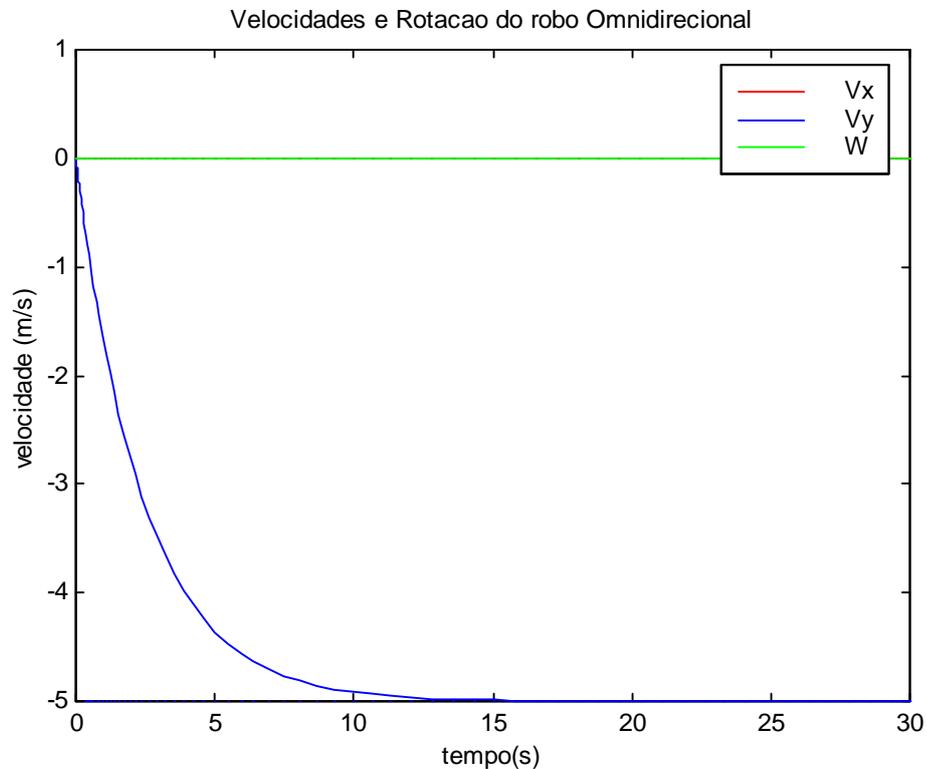


Figura 39 Gráfico $V_{yd}=-5\text{m/s}$

Repetindo a simulação com todas as condições nulas e apenas W desejado igual a 3m/s o comportamento se reproduz como esperado, observa-se também que a aceleração na rotação é maior que na translação, o que é coerente com o esperado já que na rotação as 3 rodas aceleram na mesma direção enquanto na translação há soma das forças resulta em menos de duas rodas acelerando na direção desejada.

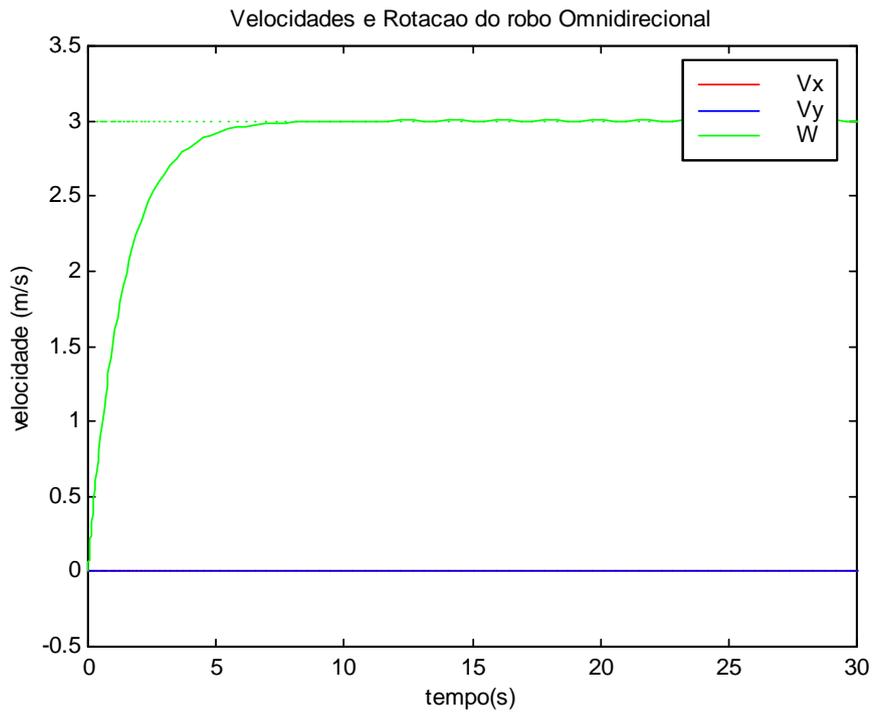


Figura 40 Gráfico Wd=3m/s

Aproveitando as condições iniciais $x=0$, $y=0$, $teta=0$, $V_x=2m/s$, $V_y=-1m/s$ e $W=0$, simula-se o comportamento da malha de controle para V_x desejado $=4m/s$ e V_y desejado $=2m/s$. O sistema se comporta como esperado havendo a desaceleração quando se chega perto da velocidade desejada.

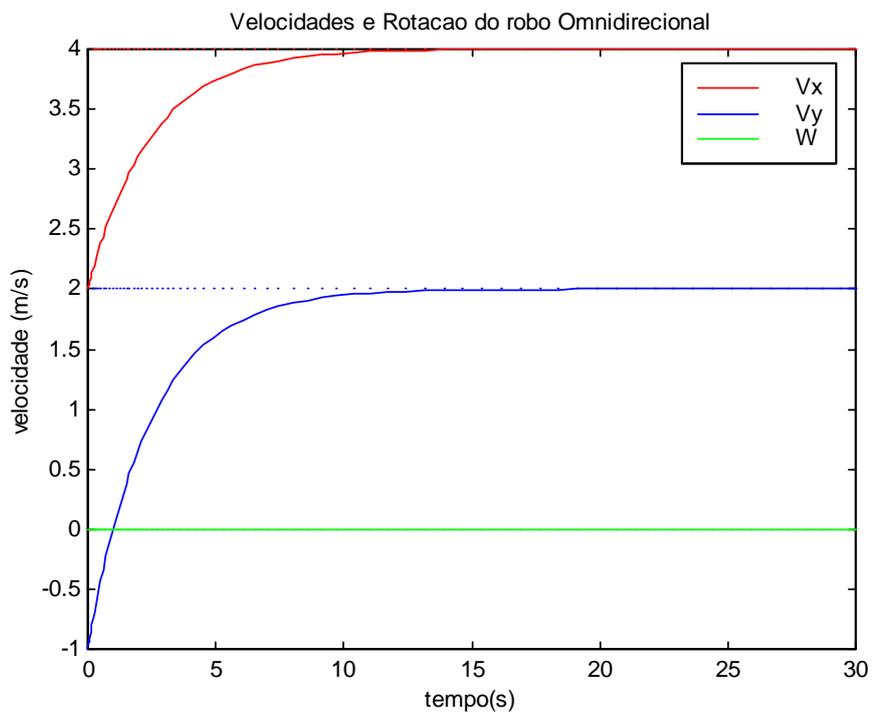


Figura 41 Gráfico Vxd=4m/s e Vyd=2m/s

Sendo as condições iniciais $x=0$, $y=0$, $\theta=0$, $V_x=2\text{m/s}$, $V_y=-1\text{m/s}$ e $W=0$, simula-se o comportamento da malha de controle para W desejado $=3\text{m/s}$. Observa-se a convergência das velocidades mas havendo oscilação devido ao overshoot.

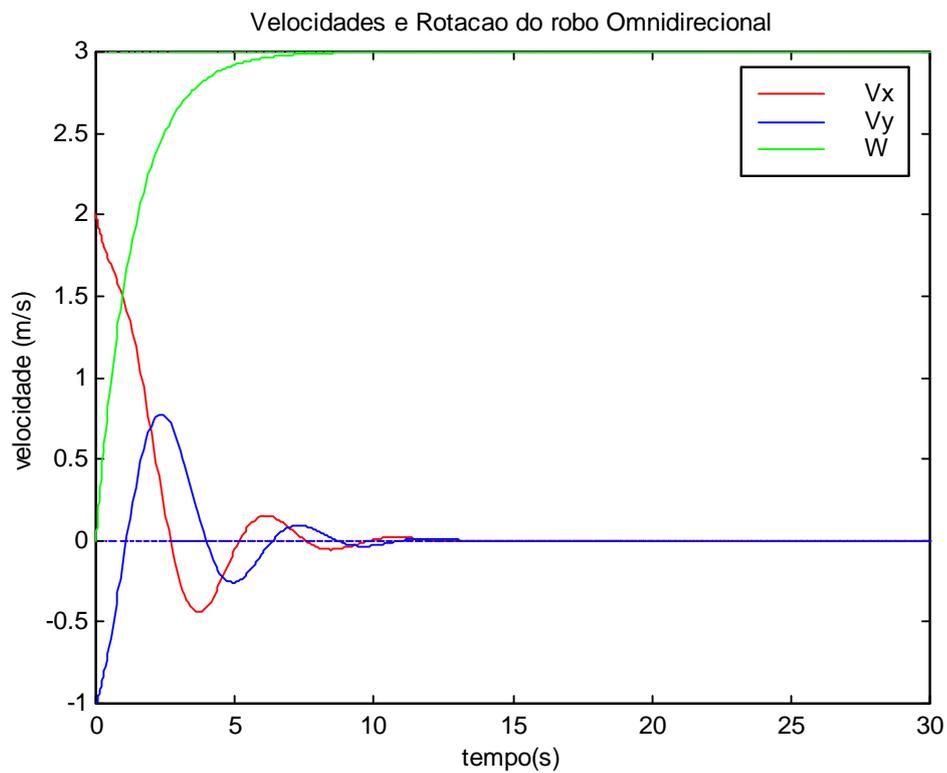


Figura 42 Gráfico Transitório Grande

Replicando a simulação anterior, mas alterando as constantes do controlador PD vê-se que se diminui o overshoot e o tempo do transitório do sistema, como esperado pela teoria já que a função do controlador é a de reduzir o transitório.

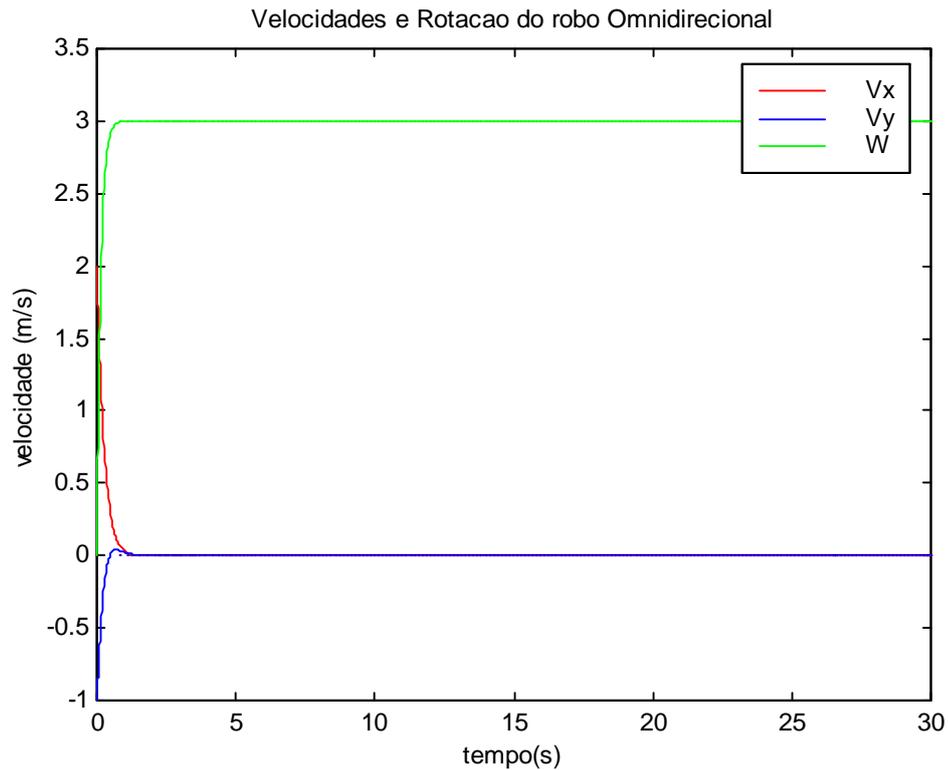


Figura 43 Gráfico Transitório reduzido

6.2. Robô Econômico

O robô saiu como planejado e se movimenta omnidirecionalmente, entretanto muitas peças apresentam imprecisões em relação ao que foi projetado, pois foram todas artesanalmente construídas, logo sujeitas ao erro humano, o que gera um certo desbalanceamento provocar uma relação voltagem x torque diferente em cada roda.

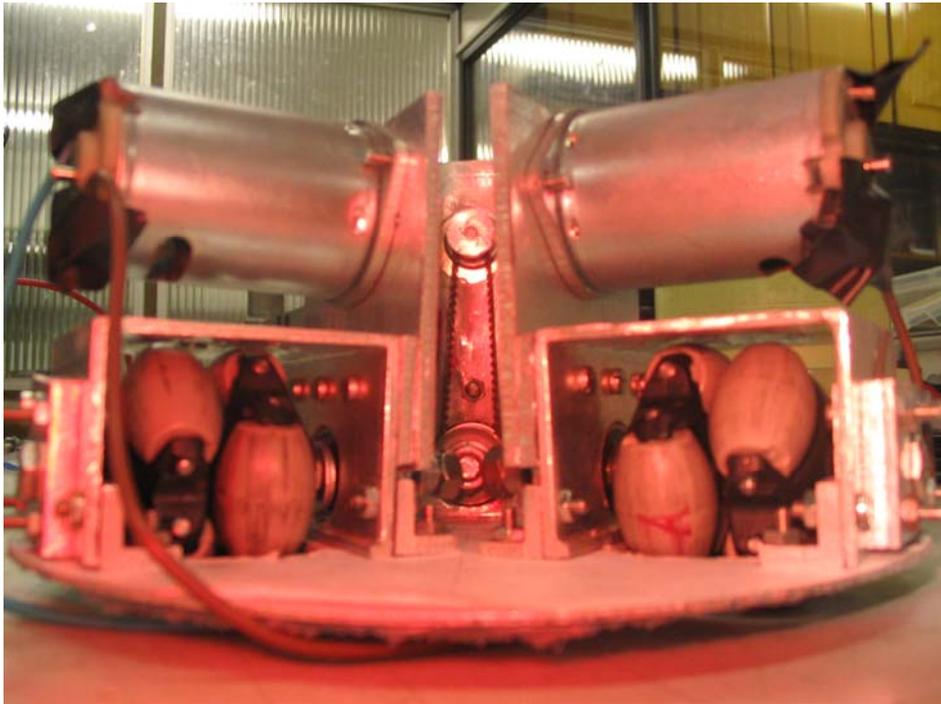


Figura 44 Robô Econômico vista Lateral



Figura 45 Robô Econômico Vista Superior

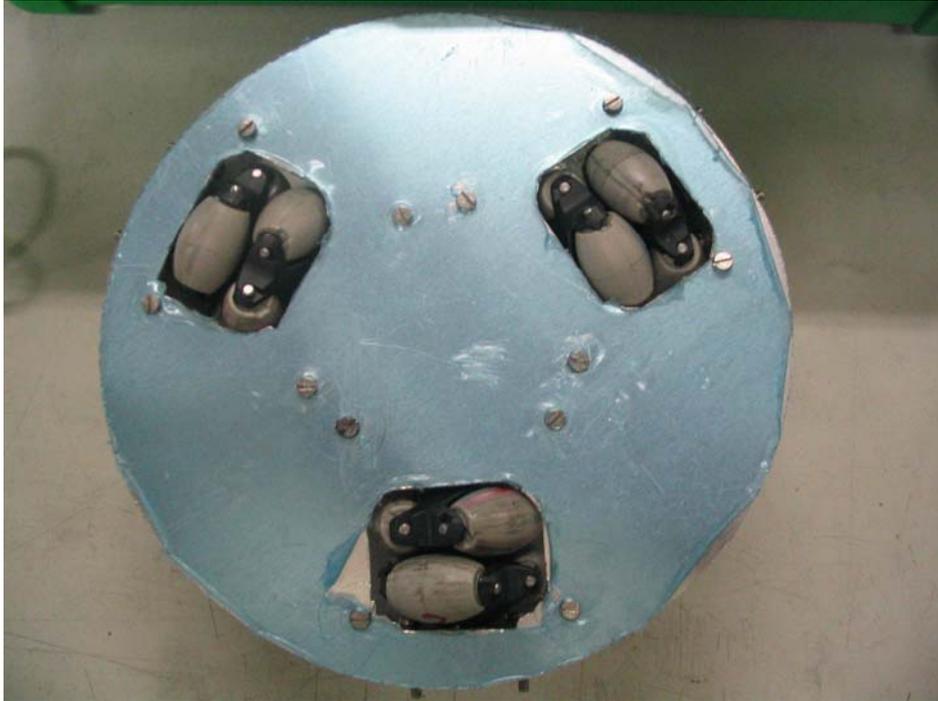


Figura 46 Robô Econômico vista inferior

6.3. Robô Vex

A montagem saiu exatamente como o projetado. Por todas as peças serem padronizadas ao passar suas dimensões exatas para o computador pode-se fazer uma montagem com grande precisão e replicável.

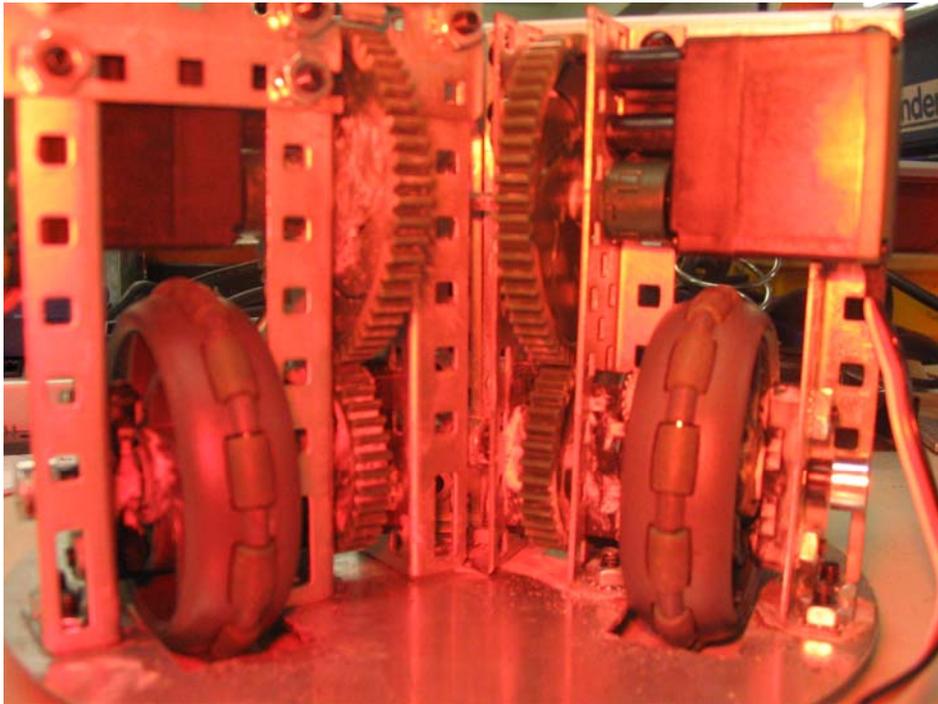


Figura 47 Robô Vex Vista Lateral

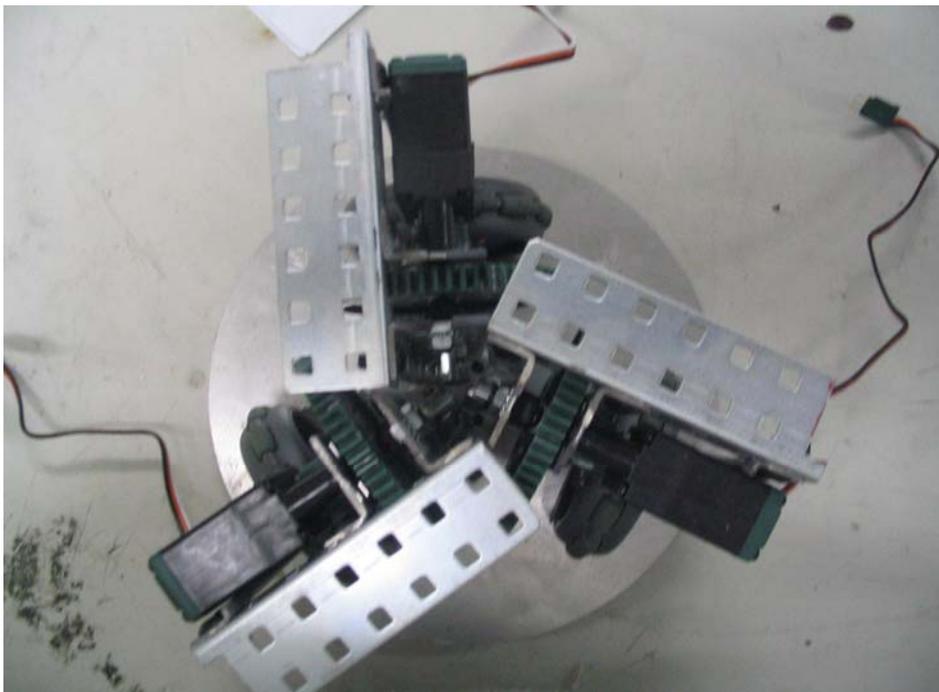


Figura 48 Robô Vex Vista Superior



Figura 49 Robô Vex Vista Inferior

7 Conclusões

Podemos concluir desta forma diante das assertivas que a malha de controle projetada permite um controle omnidirecional com um baixo overshoot em uma rápida velocidade de resposta, o controle proporcional derivativo melhora visivelmente a resposta do transitório do sistema. Entretanto a modelagem do sistema omnidirecional não está completa e haveria um erro ao passar para o mundo real, já que a perda devido à roda escorregar e a inércia do motor foram desconsideradas na modelagem.

Outros controladores precisam ser estudadas para se descobrir qual melhor se adapta ao controle omnidirecional, apesar do eficiência do controle proporcional derivativo neste projeto, nenhum outro controlador foi testado, o que não nos permite concluir se o controlador proporcional derivativo é a melhor opção.

Quanto à construção dos robôs omnidirecionais para a liga F-180 observa-se que projetar apriori todas as peças é essencial para uma montagem precisa. Objetivando construir um time para a liga F-180 deve-se optar pela utilização de peças padronizadas na construção dos robôs, evitando a fabricação artesanal de peças já que esta é sujeita a erros que geram um desbalanceamento entre as rodas, tornando o robô omnidirecional difícil de ser controlado.

Bibliografia

Robocup, <http://www.robocup.org/>

SmallSize, <http://www.cs.cmu.edu/~brettb/robocup/>

Raul Rojas. **Omnidrive**. Frei Universitat Berlin, 18 Maio 2005

Marco Antonio Meggiolaro, **Omni**, 20 de maio de 2006

Seven B.; Anna E.; Alexander G.; Raul R.; Mark S.; **Predicting away Robot Control Latency**, Proceeding of 7th RoboCup International Symposium, Italia, 2003

Manuela V;;Michael B;. **Motion Control in Dynamic Multi-Robot Enviroments**,

Katsuhiko Ogata. **Engenharia de Controle Moderno**, 4 Edição

Apêndice

Base - Um círculo de 180mm de diâmetro recortado de uma placa de alumínio de 1mm de espessura. Foram perfurados três quadrados de 44mm a 31mm do centro com um ângulo de 120° entre eles para as rodas. Foram perfurados ainda quatro furos de 3mm para cada quadrado permitindo prender o suporte da roda na base utilizando parafuso de 3x16.

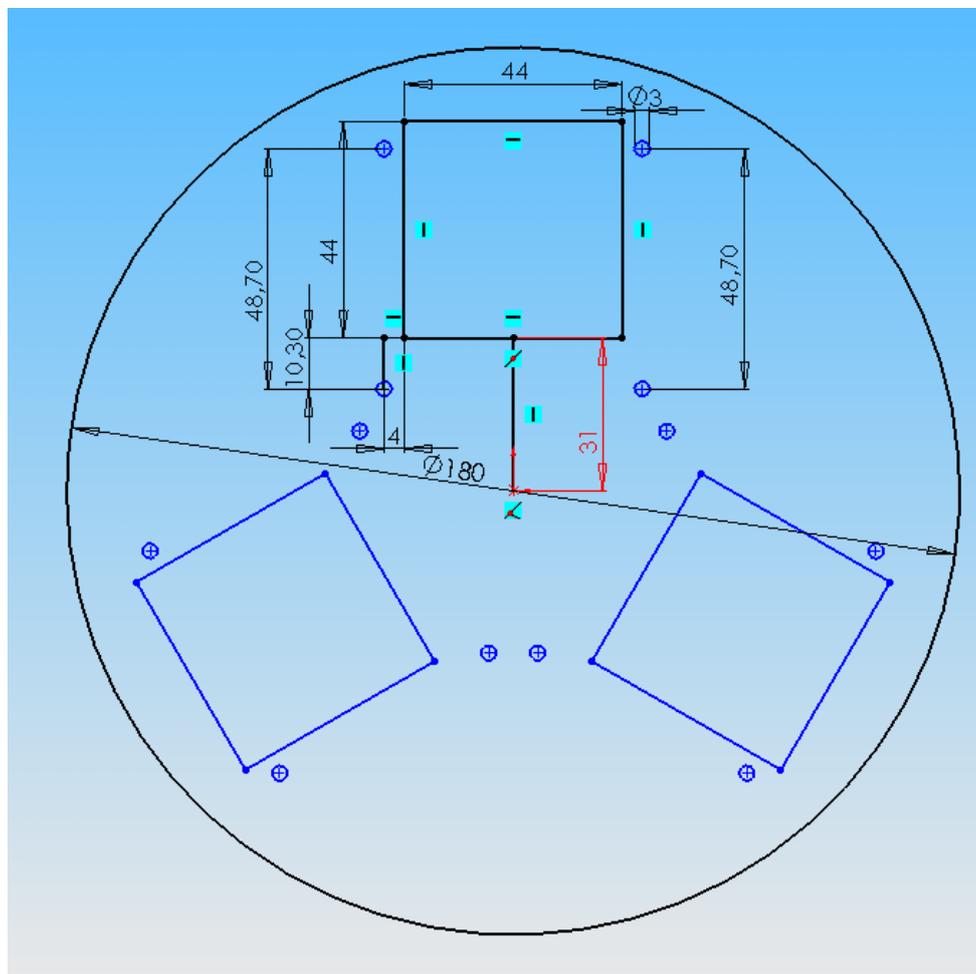


Figura 50 Dimensões da Base do Robô Econômico

Suporte da Roda - O suporte foi feito utilizando um tubo retangular oco de 50,8x38,0 mm por 2mm de espessura. Foi feito um furo de 19mm de diâmetro conforme a figura abaixo que atravessa a estrutura com o objetivo de suporte para os dois rolamentos. Na parte de trás foram feitos seis furos de 3mm. Os dois furos externos são para prender os L que iram prender o suporte na base. Os outros quatro furos são para aparafusar as travas do rolamento. Na parte da frente foram feitos dois furos de 3mm para os suporte em L e outros três furos para prender o espaçador e o suporte do motor na base da roda. A parte inferior do tubo retangular foi removida para que a roda pudesse passar.

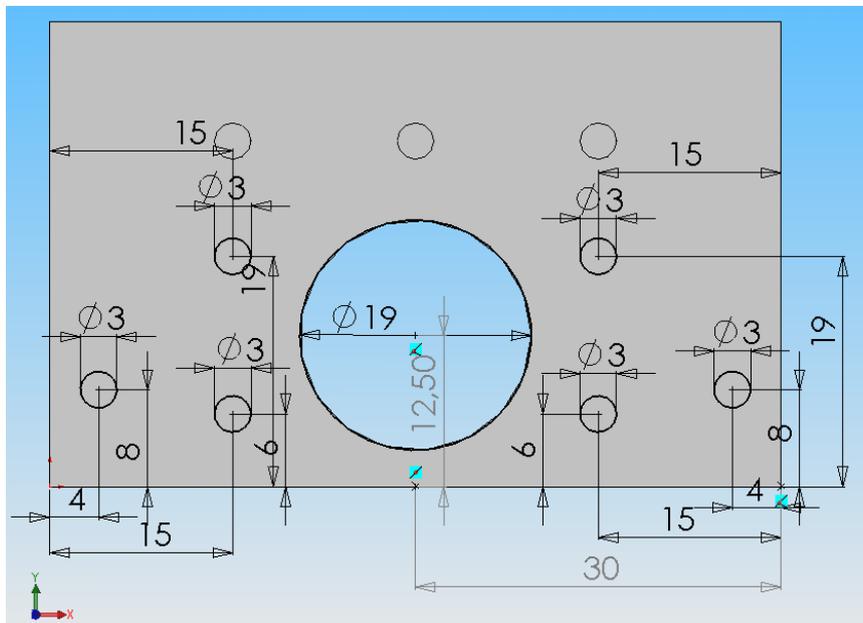


Figura 51 Dimensões traseiras do Suporte da Roda do Robô Econômico

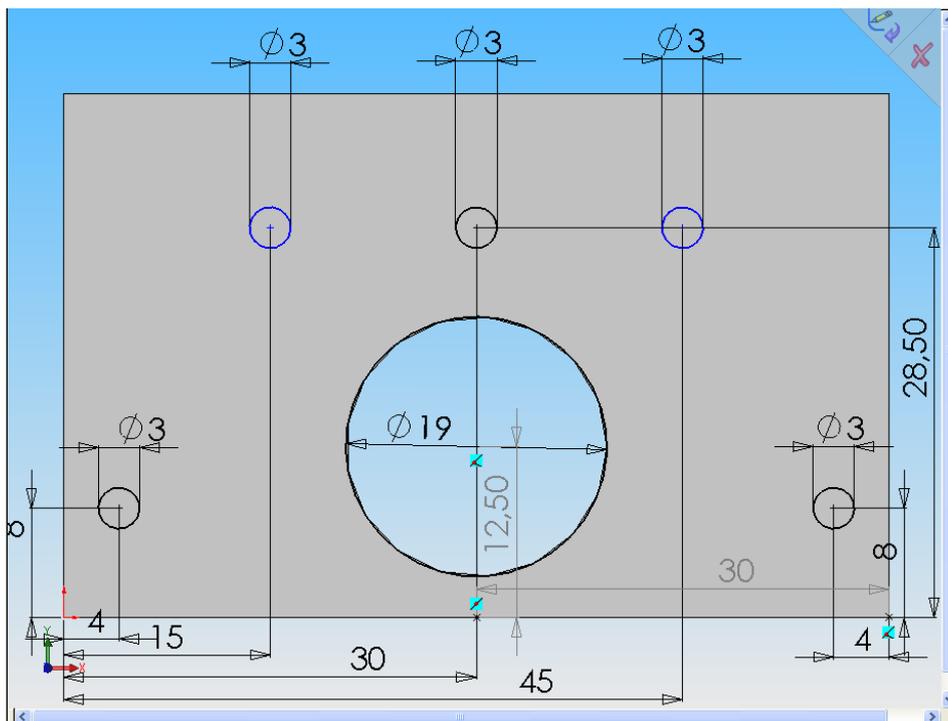


Figura 52 Dimensões frontais do Suporte da Roda do Robô Econômico

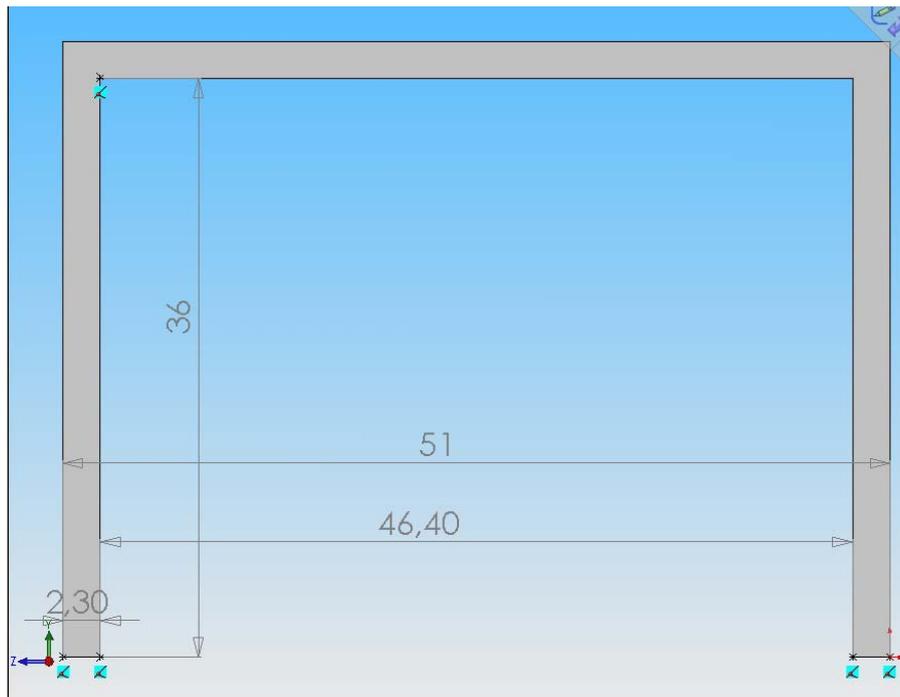


Figura 53 Dimensões laterais do Suporte da Roda do Robô Econômico

Trava do Rolamento - A trava foi feita utilizando o perfil de alumínio retangular 50,8x38,0 mm com 2mm de espessura, do qual foi recortada uma placa retangular de 42x25 mm. A placa foi furada com diâmetro de 13mm para que o parafuso do rolamento gire livremente, mas evitando que o rolamento passe pelo orifício. Foram feitos quatro furos de 3mm para prender a trava no suporte da roda.

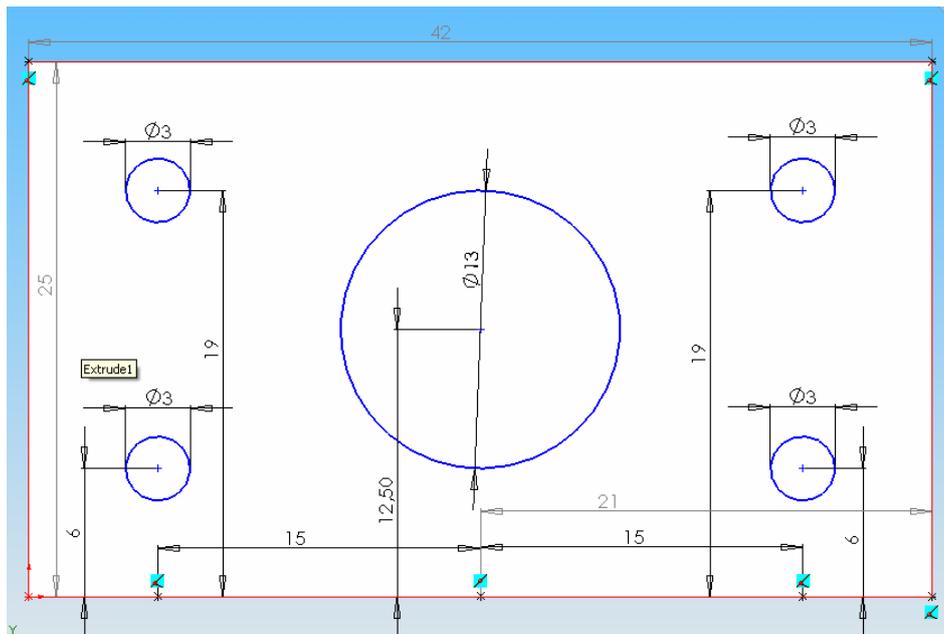


Figura 54 Dimensões da trava do rolamento do Robô Econômico

Espaçador da Trava do Rolamento - O espaçador da trava foi feita utilizando o perfil de alumínio retangular 170,5x38,0 mm com 3,3mm de espessura, do qual foi recortada uma placa retangular de 42x25 mm. A placa foi furada com diâmetro de 19mm para caber o rolamento e espaçando corretamente para prender as placas da trava do rolamento.

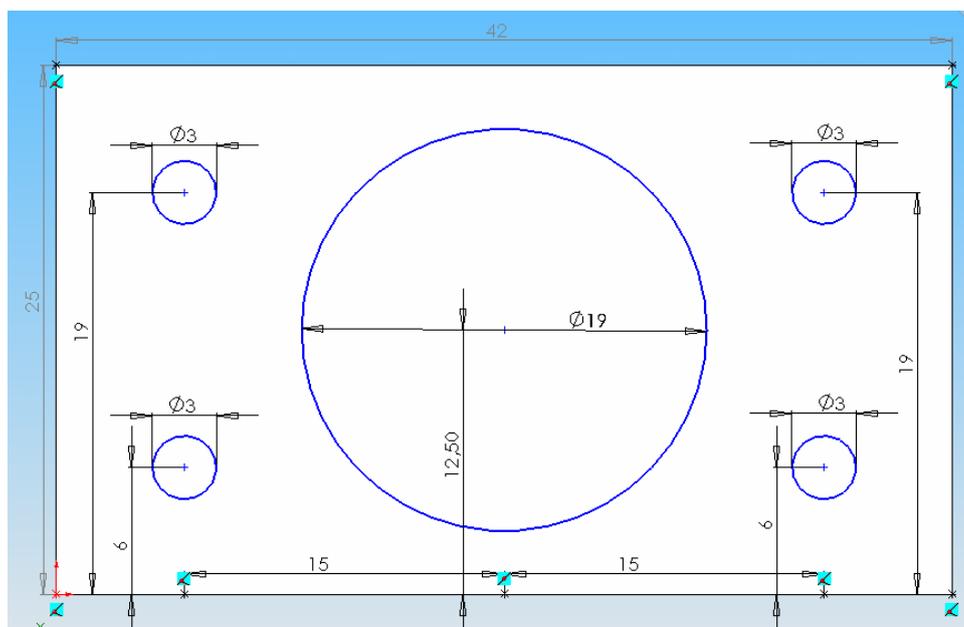


Figura 55 Dimensões da Trava do Rolamento do Robô Econômico

Suporte do Motor - O espaçador da trava foi feita utilizando o perfil de alumínio retangular 170,5x38,0 mm com 3,3mm de espessura, do qual foi recortada uma placa retangular de 60*85 mm. A placa foi furada com diâmetro de 19mm para caber a polia da roda e um furo de 13mm perpendicular ao primeiro para a polia do motor. A função da peça é dar suporte ao motor mantendo o alinhado com o eixo.

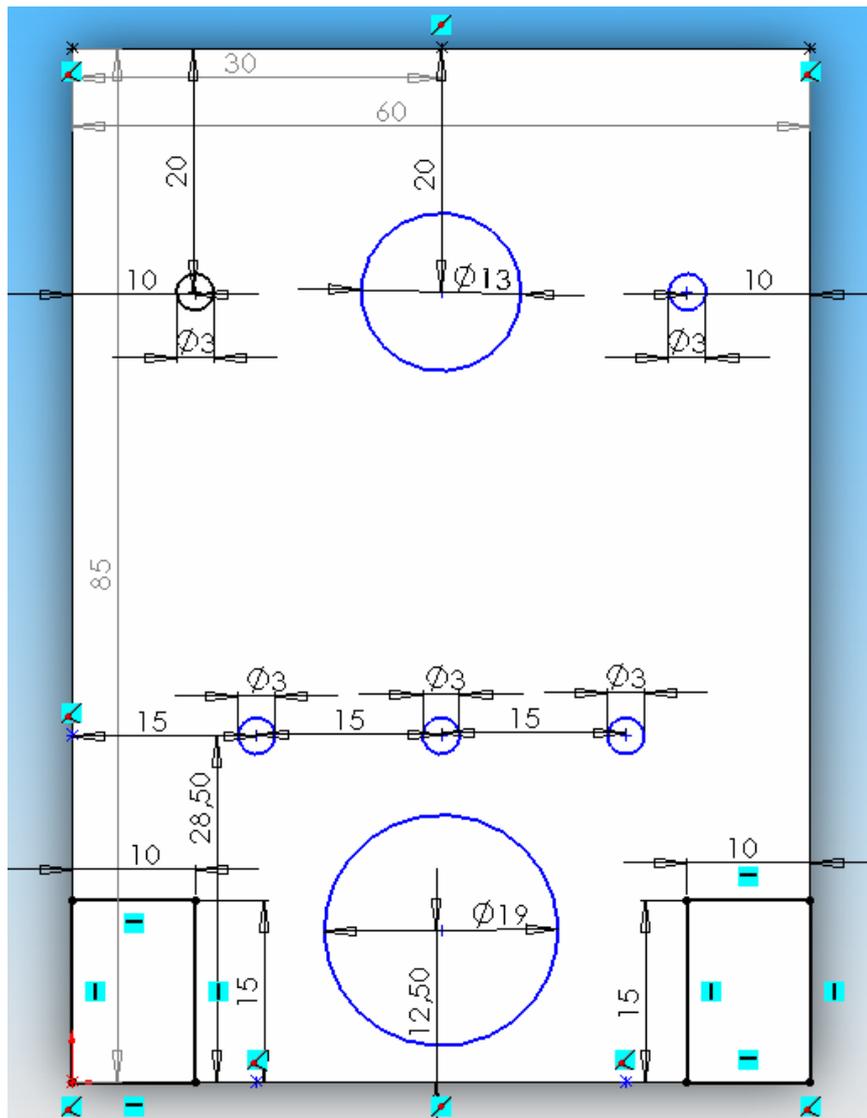


Figura 56 Dimensões do Suporte do Motor do Robô Econômico

Espaçador do suporte do motor - O espaçador do suporte do motor foi feito utilizando o perfil de alumínio retangular 170,5x38,0 mm com 3,3mm de espessura, do qual foi recortado uma placa retangular de 60*38,3 mm. A placa foi furada com diâmetro de 19mm para caber a polia da roda tendo sido feito ainda

um furo de 13mm perpendicular ao primeiro para a polia do motor. A função da peça é espaçar o suporte do motor da base da roda para que a polia do motor e a polia da roda se alinhem.

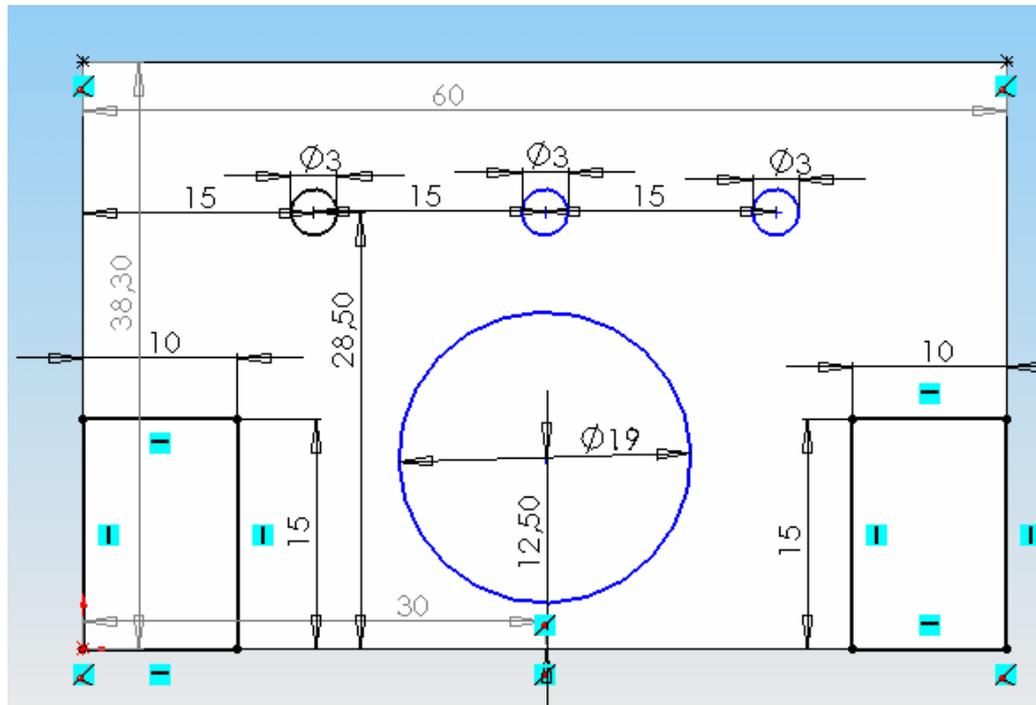


Figura 57 Dimensões do Espaçador do Motor do Robô Econômico

Suporte em L - O espaçador do suporte do motor foi feito utilizando o perfil de Alumínio retangular 19,4x19,4 mm, do qual foi recortados um cubo retangular de 13x13 mm com 8 mm de profundidade. O suporte em L é utilizado para prender o suporte da roda na base.

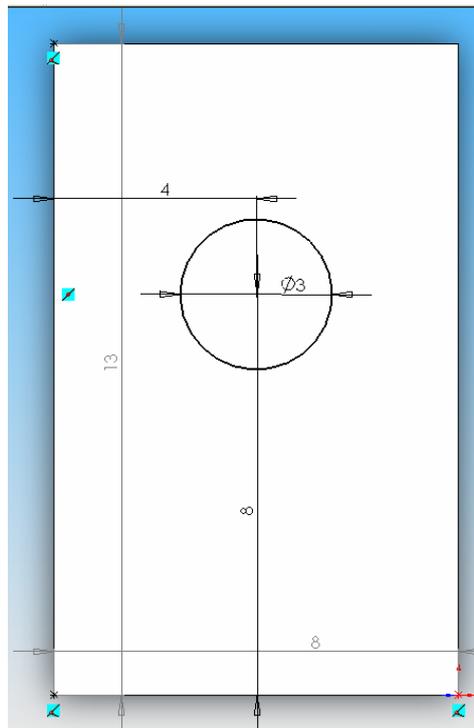


Figura 58 Dimensões Traseiras do Suporte em L do Robô Econômico

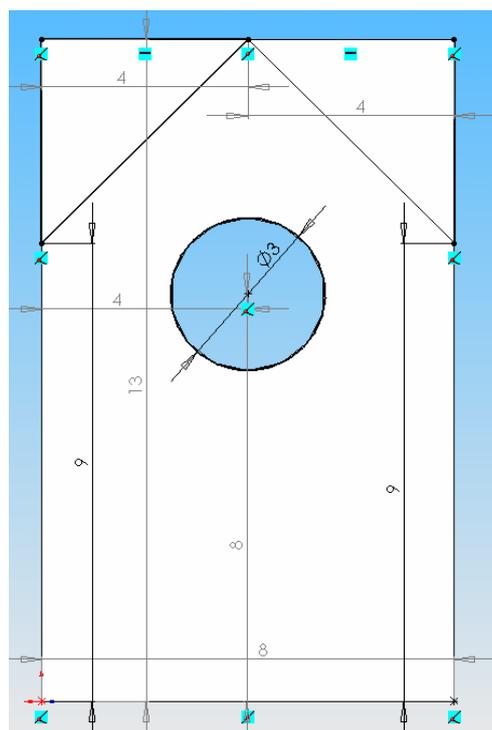


Figura 59 Dimensões Inferiores do Suporte em L do Robô Econômico

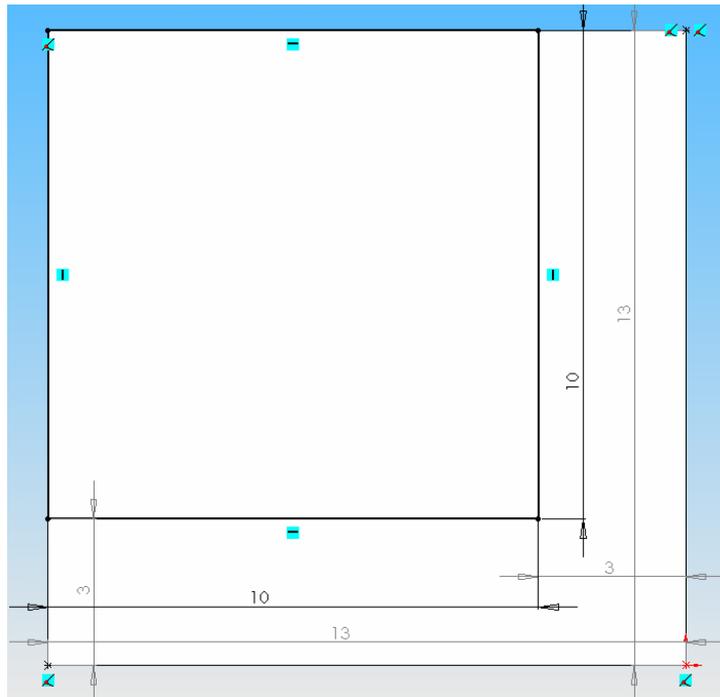


Figura 60 Dimensões Laterais do Suporte em L do Robô Econômico

Rail A - Utilizando o rail padrão do kit vex de 21x15, recorta-se depois de nove furos e meio para se reduzir o tamanho da peça e também se tira um pedaço da ponta para permitir o encaixe devido à limitação do tamanho.

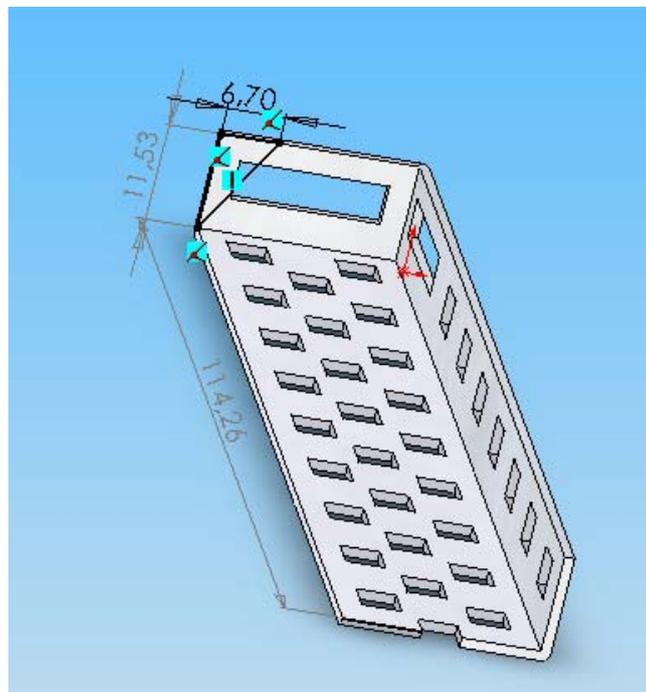


Figura 61 Dimensões do Rail A do Robô Vex

Rail B - Corta-se o rail padrão do kit vex apos nove furos e meio para limitar o tamanho.

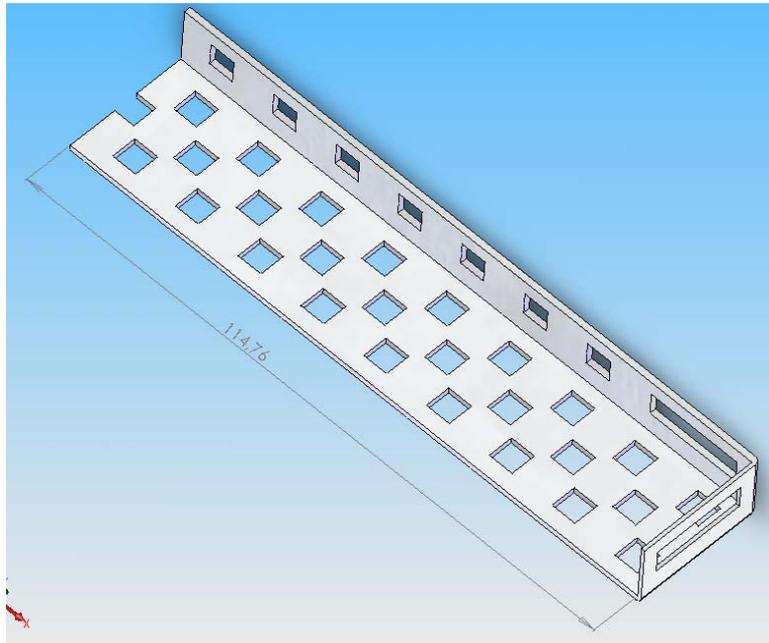


Figura 62 Dimensões do Rail B do Robô Vex

Rail C - Após nove furos e meio corta-se o rail padrão para fazer o rail C, sendo que se precisa recortar o retângulo de 89,5x21,6 mm para caber o motor.

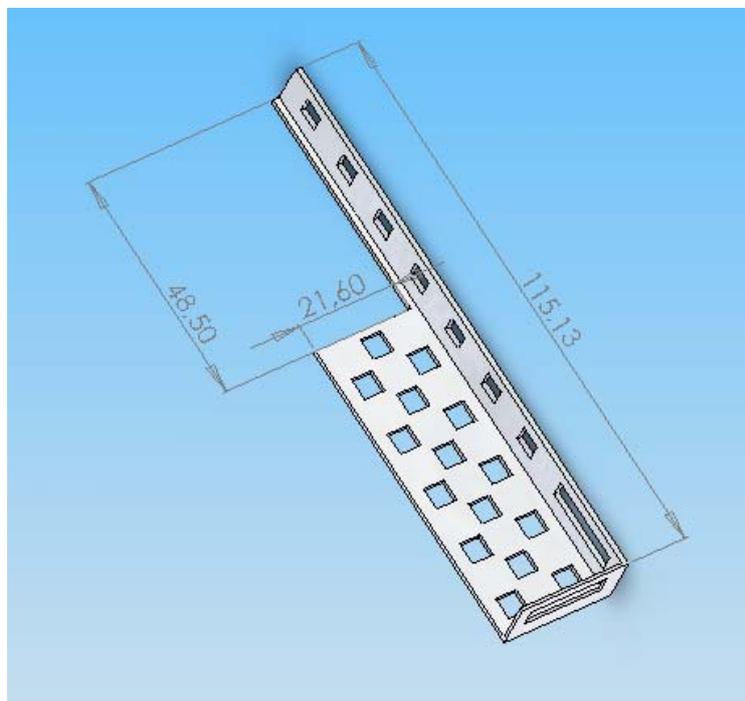


Figura 63 Dimensões do Rail C do Robô Vex

As equações que se seguem foram desenvolvidas utilizando as equações de movimento do robô omnidirecional para definir o bloco A do diagrama de bloco.

$$F_1 = \frac{\tau_1 - \frac{I r}{r} \cdot \frac{dv_1}{dt}}{r}$$

$$F_2 = \frac{\tau_2 - \frac{I r}{r} \cdot \frac{dv_2}{dt}}{r}$$

$$F_3 = \frac{\tau_3 - \frac{I r}{r} \cdot \frac{dv_3}{dt}}{r}$$

Figura 66 Equações um de Formulação do Bloco A

$$\frac{dv_1}{dt} = \frac{dv_y}{dt} \cdot \cos(\theta) - Vy \cdot \text{sen}(\theta) \cdot w - \frac{dv_x}{dt} \cdot \text{sen}(\theta) - Vx \cos(\theta) \cdot w - \frac{dw}{dt} \cdot d$$

$$\frac{dv_2}{dt} = -\frac{dv_y}{dt} \cdot \sin(30 - \theta) + Vy \cdot \cos(30 - \theta) \cdot w + \frac{dv_x}{dt} \cdot \cos(30 - \theta) + Vx \sin(30 - \theta) \cdot w - \frac{dw}{dt} \cdot d$$

$$\frac{dv_3}{dt} = -\frac{dv_y}{dt} \cdot \sin(30 + \theta) - Vy \cdot \cos(30 + \theta) \cdot w - \frac{dv_x}{dt} \cdot \cos(30 + \theta) + Vx \sin(30 + \theta) \cdot w - \frac{dw}{dt} \cdot d$$

Figura 67 Equações dois de Formulação do Bloco A

$$\begin{aligned}
& -F_1 \cdot \text{sen}(\theta) + F_2 \cos(30 - \theta) - F_3 \cos(30 + \theta) = m \cdot \frac{dv_x}{dt} \\
& -\frac{\tau_1 - \frac{Ir}{r} \cdot \frac{dv_1}{dt}}{r} \text{sen}(\theta) + \frac{\tau_2 - \frac{Ir}{r} \cdot \frac{dv_2}{dt}}{r} \cos(30 - \theta) - \frac{\tau_3 - \frac{Ir}{r} \cdot \frac{dv_3}{dt}}{r} \cos(30 + \theta) = m \cdot \frac{dv_x}{dt} \\
& -\tau_1 \cdot \text{sen}(\theta) + \tau_2 \cdot \cos(30 - \theta) - \tau_3 \cdot \cos(30 + \theta) - \frac{Ir}{r} \left(-\frac{dv_1}{dt} \text{sen}(\theta) + \frac{dv_2}{dt} \cos(30 - \theta) - \frac{dv_3}{dt} \cos(30 + \theta) \right) \\
& = r \cdot m \cdot \frac{dv_x}{dt} \\
& \left(-\frac{dv_1}{dt} \text{sen}(\theta) + \frac{dv_2}{dt} \cos(30 - \theta) - \frac{dv_3}{dt} \cos(30 + \theta) \right) \\
& \frac{dv_y}{dt} (-\text{sen}(\theta) \cdot \cos(\theta) - \cos(30 - \theta) \sin(30 - \theta) + \cos(30 + \theta) \sin(30 + \theta)) = \frac{dv_y}{dt} K_a \\
& Vy \cdot w (+\text{sen}^2(\theta) + \cos^2(30 - \theta) + \cos^2(30 + \theta)) = Vy \cdot w \cdot K_b \\
& \frac{dv_x}{dt} (+\text{sen}^2(\theta) + \cos^2(30 - \theta) + \cos^2(30 + \theta)) = \frac{dv_x}{dt} \cdot K_b \\
& Vx \cdot w (+\text{sen}(\theta) \cdot \cos(\theta) + \cos(30 - \theta) \sin(30 - \theta) - \cos(30 + \theta) \sin(30 + \theta)) = Vx \cdot w \cdot K_c \\
& -\frac{dw}{dt} \cdot d(\text{sen}(\theta) + \cos(30 - \theta) - \cos(30 + \theta)) = -\frac{dw}{dt} \cdot d \cdot K_d \\
& -\tau_1 \cdot \text{sen}(\theta) + \tau_2 \cdot \cos(30 - \theta) - \tau_3 \cdot \cos(30 + \theta) = \alpha_1 \\
& \alpha_1 - \frac{Ir}{r} \left(\frac{dv_y}{dt} K_a + Vy \cdot w \cdot K_b + \frac{dv_x}{dt} \cdot K_b + Vx \cdot w \cdot K_c - \frac{dw}{dt} \cdot d \cdot K_d \right) = r \cdot m \cdot \frac{dv_x}{dt} \\
& r \cdot \alpha_1 - \left(\frac{dv_y}{dt} K_a \cdot Ir + Vy \cdot w \cdot K_b \cdot Ir + \frac{dv_x}{dt} \cdot K_b \cdot Ir + Vx \cdot w \cdot K_c \cdot Ir - \frac{dw}{dt} \cdot d \cdot K_d \cdot Ir \right) = r^2 \cdot m \cdot \frac{dv_x}{dt} \\
& r \cdot \alpha_1 = \beta_1 \\
& K_a \cdot Ir = C_a \\
& Vy \cdot w \cdot K_b \cdot Ir = C_b \\
& K_b \cdot Ir = C_c \\
& Vx \cdot w \cdot K_c \cdot Ir = C_d \\
& d \cdot K_d \cdot Ir = C_f \\
& r^2 \cdot m = C_g \\
& \beta_1 - \frac{dv_y}{dt} C_a - C_b - \frac{dv_x}{dt} C_c - C_d + \frac{dw}{dt} C_f = C_g \frac{dv_x}{dt} \\
& \beta_1 - C_b - C_d = \delta_1 \\
& C_g + C_c = \psi_1 \\
& \delta_1 - \frac{dv_y}{dt} C_a + \frac{dw}{dt} C_f = \psi_1 \frac{dv_x}{dt}
\end{aligned}$$

Figura 68 Equações três de Formulação do Bloco A

$$\begin{aligned}
F_1 \cdot \cos(\theta) - F_2 \sin(30 - \theta) - F_3 \sin(30 + \theta) &= m \cdot \frac{dv_y}{dt} \\
\tau_1 - \frac{Ir}{r} \cdot \frac{dv_1}{dt} \cos(\theta) - \tau_2 - \frac{Ir}{r} \cdot \frac{dv_2}{dt} \sin(30 - \theta) - \tau_3 - \frac{Ir}{r} \cdot \frac{dv_3}{dt} \sin(30 + \theta) &= m \cdot \frac{dv_y}{dt} \\
\tau_1 \cdot \cos(\theta) - \tau_2 \cdot \sin(30 - \theta) - \tau_3 \cdot \sin(30 + \theta) - \frac{Ir}{r} \left(\frac{dv_1}{dt} \cos(\theta) - \frac{dv_2}{dt} \sin(30 - \theta) - \frac{dv_3}{dt} \sin(30 + \theta) \right) & \\
= r \cdot m \cdot \frac{dv_y}{dt} & \\
\left(\frac{dv_1}{dt} \cos(\theta) - \frac{dv_2}{dt} \sin(30 - \theta) - \frac{dv_3}{dt} \sin(30 + \theta) \right) & \\
\frac{dv_y}{dt} \left(+ \cos^2(\theta) + \sin^2(30 - \theta) + \sin^2(30 + \theta) \right) = \frac{dv_y}{dt} Y_a & \\
Vy \cdot w \left(-\cos(\theta) \sin(\theta) - \sin(30 - \theta) \cos(30 - \theta) + \sin(30 + \theta) \cos(30 + \theta) \right) = Vy \cdot w \cdot Y_b & \\
\frac{dv_x}{dt} \left(-\cos(\theta) \sin(\theta) - \sin(30 - \theta) \cos(30 - \theta) + \sin(30 + \theta) \cos(30 + \theta) \right) = \frac{dv_x}{dt} \cdot Y_b & \\
Vx \cdot w \left(-\cos^2(\theta) - \sin^2(30 - \theta) - \sin^2(30 + \theta) \right) = Vx \cdot w \cdot Y_c & \\
- \frac{dw}{dt} \cdot d \left(\cos(\theta) - \sin(30 - \theta) - \sin(30 + \theta) \right) = - \frac{dw}{dt} \cdot d \cdot Y_d & \\
\tau_1 \cdot \cos(\theta) - \tau_2 \cdot \sin(30 - \theta) - \tau_3 \cdot \sin(30 + \theta) = \alpha_2 & \\
\alpha_2 - \frac{Ir}{r} \left(\frac{dv_y}{dt} Y_a + Vy \cdot w \cdot Y_b + \frac{dv_x}{dt} \cdot Y_b + Vx \cdot w \cdot Y_c - \frac{dw}{dt} \cdot d \cdot Y_d \right) = r \cdot m \cdot \frac{dv_y}{dt} & \\
r \cdot \alpha_2 - \left(\frac{dv_y}{dt} Y_a \cdot Ir + Vy \cdot w \cdot Y_b \cdot Ir + \frac{dv_x}{dt} \cdot Y_b \cdot Ir + Vx \cdot w \cdot Y_c \cdot Ir - \frac{dw}{dt} \cdot d \cdot Y_d \cdot Ir \right) = r^2 \cdot m \cdot \frac{dv_y}{dt} & \\
r \cdot \alpha_2 = \beta_2 & \\
Y_a \cdot Ir = H_a & \\
Vy \cdot w \cdot Y_b \cdot Ir = H_b & \\
Y_b \cdot Ir = H_c & \\
Vx \cdot w \cdot Y_c \cdot Ir = H_d & \\
d \cdot Y_d \cdot Ir = H_f & \\
r^2 \cdot m = H_g & \\
\beta_2 - \frac{dv_y}{dt} H_a - H_b - \frac{dv_x}{dt} H_c - H_d + \frac{dw}{dt} H_f = H_g \frac{dv_y}{dt} & \\
\beta_2 - H_b - H_d = \delta_2 & \\
H_g + H_a = \psi_2 & \\
\delta_2 - \frac{dv_x}{dt} H_c + \frac{dw}{dt} H_f = \psi_2 \frac{dv_y}{dt} &
\end{aligned}$$

Figura 69 Equações quatro de Formulação do Bloco A

$$\begin{aligned}
-(F_1 + F_2 + F_3) &= I \frac{dw}{dt} \\
\frac{\tau_1 - \frac{Ir}{r} \cdot \frac{dv_1}{dt} + \tau_2 - \frac{Ir}{r} \cdot \frac{dv_2}{dt} + \tau_3 - \frac{Ir}{r} \cdot \frac{dv_3}{dt}}{r} &= -I \frac{dw}{dt} \\
\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 - \frac{Ir}{r} \left(\frac{dv_1}{dt} + \frac{dv_2}{dt} + \frac{dv_3}{dt} \right) &= -I \cdot r \cdot \frac{dw}{dt} \\
\left(\frac{dv_1}{dt} + \frac{dv_2}{dt} + \frac{dv_3}{dt} \right) & \\
\frac{dv_y}{dt} (+\cos(\theta) - \sin(30 - \theta) - \sin(30 + \theta)) &= \frac{dv_y}{dt} Q_a \\
Vy \cdot w (-\sin(\theta) + \cos(30 - \theta) - \cos(30 + \theta)) &= Vy \cdot w \cdot Q_b \\
\frac{dv_x}{dt} (-\sin(\theta) + \cos(30 - \theta) - \cos(30 + \theta)) &= \frac{dv_x}{dt} Q_b \\
Vx \cdot w (-\cos(\theta) + \sin(30 - \theta) - \sin(30 + \theta)) &= Vx \cdot w \cdot Q_c \\
-3 \cdot \frac{dw}{dt} \cdot d &= -\frac{dw}{dt} \cdot d \cdot Q_d \\
\tau_1 + \tau_2 + \tau_3 &= \alpha_3 \\
\alpha_3 - \frac{Ir}{r} \left(\frac{dv_y}{dt} Q_a + Vy \cdot w \cdot Q_b + \frac{dv_x}{dt} Q_b + Vx \cdot w \cdot Q_c - \frac{dw}{dt} \cdot d \cdot Q_d \right) &= -I \cdot r \cdot \frac{dw}{dt} \\
r \cdot \alpha_3 - \left(\frac{dv_y}{dt} Q_a \cdot Ir + Vy \cdot w \cdot Q_b \cdot Ir + \frac{dv_x}{dt} Q_b \cdot Ir + Vx \cdot w \cdot Q_c \cdot Ir - \frac{dw}{dt} \cdot d \cdot Q_d \cdot Ir \right) &= -I \cdot r^2 \cdot \frac{dw}{dt} \\
r \cdot \alpha_3 &= \beta_3 \\
Q_a \cdot Ir &= J_a \\
Vy \cdot w \cdot Q_b \cdot Ir &= J_b \\
Q_b \cdot Ir &= J_c \\
Vx \cdot w \cdot Q_c \cdot Ir &= J_d \\
d \cdot Q_d \cdot Ir &= J_f \\
I \cdot r^2 &= J_g \\
\beta_3 - \frac{dv_y}{dt} J_a - J_b - \frac{dv_x}{dt} J_c - J_d + \frac{dw}{dt} J_f &= -J_g \frac{dw}{dt} \\
\beta_3 - J_b - J_d &= \delta_3 \\
J_g + J_f &= \psi_3 \\
-\delta_3 + \frac{dv_x}{dt} J_c + \frac{dv_y}{dt} J_a &= \psi_3 \frac{dw}{dt}
\end{aligned}$$

Figura 70 Equações cinco de Formulação do Bloco A

$$\begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} \psi_1 + \frac{dv_y}{dt} C_a - \frac{dw}{dt} C_f &= \delta_1 \\ \frac{dv_x}{dt} H_c + \frac{dv_y}{dt} \psi_2 + \frac{dw}{dt} H_f &= \delta_2 \\ \frac{dv_x}{dt} J_c + \frac{dv_y}{dt} J_a - \frac{dw}{dt} \psi_3 &= \delta_3 \\ \frac{dv_x}{dt} &= \frac{\delta_1}{\psi_1} - \frac{dv_y}{dt} \frac{C_a}{\psi_1} + \frac{dw}{dt} \frac{C_f}{\psi_1} \\ \frac{\delta_1 \cdot H_c}{\psi_1} - \frac{dv_y}{dt} \frac{C_a \cdot H_c}{\psi_1} + \frac{dw}{dt} \frac{C_f \cdot H_c}{\psi_1} + \frac{dv_y}{dt} \psi_2 + \frac{dw}{dt} H_f &= \delta_2 \\ \delta_1 \cdot H_c - \frac{dv_y}{dt} C_a \cdot H_c + \frac{dw}{dt} C_f \cdot H_c + \frac{dv_y}{dt} \psi_2 \cdot \psi_1 + \frac{dw}{dt} H_f \cdot \psi_1 &= \delta_2 \cdot \psi_1 \\ \frac{dv_y}{dt} (\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c) + \frac{dw}{dt} (C_f \cdot H_c - H_f \cdot \psi_1) &= \delta_2 \cdot \psi_1 - \delta_1 \cdot H_c \\ \frac{dv_y}{dt} &= \frac{(\delta_2 \cdot \psi_1 - \delta_1 \cdot H_c)}{(\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c)} - \frac{dw}{dt} \frac{(C_f \cdot H_c - H_f \cdot \psi_1)}{(\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c)} \\ \frac{dv_x}{dt} &= \frac{\delta_1}{\psi_1} - \frac{(\delta_2 \cdot \psi_1 - \delta_1 \cdot H_c) C_a}{(\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c) \psi_1} + \frac{dw}{dt} \frac{(C_f \cdot H_c - H_f \cdot \psi_1) C_a}{(\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c) \psi_1} + \frac{dw}{dt} \frac{C_f}{\psi_1} \\ \frac{dv_x}{dt} &= \frac{\delta_1 (\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c) - C_a (\delta_2 \cdot \psi_1 - \delta_1 \cdot H_c)}{(\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c) \psi_1} + \frac{dw}{dt} \frac{C_a (C_f \cdot H_c - H_f \cdot \psi_1) + C_f (\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c)}{(\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c) \psi_1} \\ \frac{\delta_1 \cdot J_c (\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c) - C_a \cdot J_c (\delta_2 \cdot \psi_1 - \delta_1 \cdot H_c)}{(\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c) \psi_1} + \frac{dw}{dt} \frac{C_a \cdot J_c (C_f \cdot H_c - H_f \cdot \psi_1) + C_f \cdot J_c (\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c)}{(\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c) \psi_1} \\ + \frac{J_a (\delta_2 \cdot \psi_1 - \delta_1 \cdot H_c)}{(\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c)} - \frac{dw}{dt} \frac{J_a (C_f \cdot H_c - H_f \cdot \psi_1)}{(\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c)} - \frac{dw}{dt} \psi_3 &= \delta_3 \\ \frac{dw}{dt} [C_a \cdot J_c (C_f \cdot H_c - H_f \cdot \psi_1) + C_f \cdot J_c (\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c) - J_a \cdot \psi_1 (C_f \cdot H_c - H_f \cdot \psi_1) - \psi_3 \cdot \psi_1 (\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c)] \\ &= \delta_3 \cdot \psi_1 (\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c) - \delta_1 \cdot J_c (\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c) + C_a \cdot J_c (\delta_2 \cdot \psi_1 - \delta_1 \cdot H_c) - J_a (\delta_2 \cdot \psi_1 - \delta_1 \cdot H_c) \\ \frac{dw}{dt} &= \frac{\delta_3 \cdot \psi_1 (\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c) - \delta_1 \cdot J_c (\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c) + C_a \cdot J_c (\delta_2 \cdot \psi_1 - \delta_1 \cdot H_c) - J_a (\delta_2 \cdot \psi_1 - \delta_1 \cdot H_c)}{C_a \cdot J_c (C_f \cdot H_c - H_f \cdot \psi_1) + C_f \cdot J_c (\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c) - J_a \cdot \psi_1 (C_f \cdot H_c - H_f \cdot \psi_1) - \psi_3 \cdot \psi_1 (\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c)} \end{aligned}$$

Figura 71 Equações seis de Formulação do Bloco A

$$\frac{dw}{dt} = \frac{\delta_3 \cdot \psi_1 \cdot (\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c) - \delta_1 \cdot J_c (\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c) + C_a \cdot J_c (\delta_2 \cdot \psi_1 - \delta_1 \cdot H_c) - J_a (\delta_2 \cdot \psi_1 - \delta_1 \cdot H_c)}{C_a \cdot J_c (C_f \cdot H_c - H_f \cdot \psi_1) + C_f \cdot J_c (\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c) - J_a \cdot \psi_1 (C_f \cdot H_c - H_f \cdot \psi_1) - \psi_3 \cdot \psi_1 (\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c)}$$

$$\frac{dv_x}{dt} = \frac{\delta_1 (\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c) - C_a (\delta_2 \cdot \psi_1 - \delta_1 \cdot H_c)}{(\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c) \psi_1} + \frac{dw}{dt} \frac{C_a (C_f \cdot H_c - H_f \cdot \psi_1) + C_f (\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c)}{(\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c) \psi_1}$$

$$\frac{dv_y}{dt} = \frac{(\delta_2 \cdot \psi_1 - \delta_1 \cdot H_c)}{(\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c)} - \frac{dw}{dt} \frac{(C_f \cdot H_c - H_f \cdot \psi_1)}{(\psi_2 \cdot \psi_1 - C_a \cdot H_c)}$$

$$\delta_1 = r \cdot (-\tau_1 \cdot \text{sen}(\theta) + \tau_2 \cdot \cos(30 - \theta) - \tau_3 \cdot \cos(30 + \theta)) - Vy \cdot w \cdot (+ \text{sen}^2(\theta) + \cos^2(30 - \theta) + \cos^2(30 + \theta)) \cdot Ir - Vx \cdot w \cdot (+ \text{sen}(\theta) \cdot \cos(\theta) + \cos(30 - \theta) \sin(30 - \theta) - \cos(30 + \theta) \sin(30 + \theta)) \cdot Ir$$

$$\delta_2 = r \cdot (\tau_1 \cdot \cos(\theta) - \tau_2 \cdot \sin(30 - \theta) - \tau_3 \cdot \sin(30 + \theta)) - Vx \cdot w \cdot (-\cos^2(\theta) - \sin^2(30 - \theta) - \sin^2(30 + \theta)) \cdot Ir - Vy \cdot w \cdot (-\cos(\theta) \cdot \text{sen}(\theta) - \sin(30 - \theta) \cos(30 - \theta) + \sin(30 + \theta) \cos(30 + \theta)) \cdot Ir$$

$$\delta_3 = r \cdot (\tau_1 + \tau_2 + \tau_3) - Vy \cdot w \cdot (-\text{sen}(\theta) + \cos(30 - \theta) - \cos(30 + \theta)) \cdot Ir - Vx \cdot w \cdot (-\cos(\theta) + \sin(30 - \theta) - \sin(30 + \theta)) \cdot Ir$$

$$\psi_1 = r^2 \cdot m + (\text{sen}^2(\theta) + \cos^2(30 - \theta) + \cos^2(30 + \theta)) \cdot Ir$$

$$\psi_2 = r^2 \cdot m + (\cos^2(\theta) + \sin^2(30 - \theta) + \sin^2(30 + \theta)) \cdot Ir$$

$$\psi_3 = I \cdot r^2 + d \cdot 3 \cdot Ir$$

$$C_a = (-\text{sen}(\theta) \cdot \cos(\theta) - \cos(30 - \theta) \sin(30 - \theta) + \cos(30 + \theta) \sin(30 + \theta)) \cdot Ir$$

$$C_f = d \cdot (\text{sen}(\theta) + \cos(30 - \theta) - \cos(30 + \theta)) \cdot Ir$$

$$H_c = (-\cos(\theta) \cdot \text{sen}(\theta) - \sin(30 - \theta) \cos(30 - \theta) + \sin(30 + \theta) \cos(30 + \theta)) \cdot Ir$$

$$H_f = d \cdot (\cos(\theta) - \sin(30 - \theta) - \sin(30 + \theta)) \cdot Ir$$

$$J_c = (-\text{sen}(\theta) + \cos(30 - \theta) - \cos(30 + \theta)) \cdot Ir$$

$$J_a = (+\cos(\theta) - \sin(30 - \theta) - \sin(30 + \theta)) \cdot Ir$$

Figura 67 Equações do Bloco A

A seguir encontram-se os códigos comentados do matlab, usados para desenvolver as simulações do movimento omnidirecional de um robô de três rodas a 120 graus.

O código para a equação do bloco A

```
function [dVx,dVy,dw] = A(T1,T2,T3,teta,Ir,I,d,m,Vx,Vy,w,r)
%calcula a velocidade no eixo x,y e a velocidade angular a partir do torque
em cada roda
%dVx - aceleracao no eixo x
%dVy -aceleracao no eixo y
%dw - aceleracao angular
%T1- torque na roda 1
%T2- torque na roda 2
%T3- torque na roda 3
%teta - angulo do robo
%Ir - inercia da roda
%I - inercia do robô
%d - distancia do centro a roda
%m - massa do robô
```

```

%Vx - velocidade no eixo x
%Vy - Velocidade no eixo y
%w - Velocidade angular

%constante arbitraria
Ro1=r*(-T1*sin(teta)+T2*cos(pi*3/18-teta)-T3*cos(pi*3/18+teta))-
Vy*w*(sin(teta)^2+cos(pi*3/18-teta)^2+cos(pi*3/18+teta)^2)*Ir-
Vx*w*(sin(teta)*cos(teta)+sin(pi*3/18-teta)*cos(pi*3/18-teta)-
sin(pi*3/18+teta)*cos(pi*3/18+teta))*Ir;
Ro2=r*(T1*cos(teta)-T2*sin(pi*3/18-teta)-T3*sin(pi*3/18+teta))-Vx*w*Ir*(-
cos(teta)^2-sin(pi*3/18-teta)^2-sin(pi*3/18+teta)^2)-Vy*w*Ir*(-
cos(teta)*sin(teta)-sin(pi*3/18-teta)*cos(pi*3/18-
teta)+sin(pi*3/18+teta)*cos(pi*3/18+teta));
Ro3=r*(T1+T2+T3)-Vy*w*Ir*(-sin(teta)+cos(pi*3/18-teta)-
cos(pi*3/18+teta))-Vx*w*Ir*(-cos(teta)+sin(pi*3/18-
teta)+sin(pi*3/18+teta));
Mi1=r^2*m+Ir*(sin(teta)^2+cos(pi*3/18-teta)^2+cos(pi*3/18+teta)^2);
Mi2=r^2*m+Ir*(cos(teta)^2+sin(pi*3/18-teta)^2+sin(pi*3/18+teta)^2);
Mi3=I*r^2+d*3*Ir;
Ca=Ir*(-sin(teta)*cos(teta)-cos(pi*3/18-teta)*sin(pi*3/18-
teta)+cos(pi*3/18+teta)*sin(pi*3/18+teta));
Cf=d*Ir*(-sin(teta)+cos(pi*3/18-teta)-cos(pi*3/18+teta));
Hc=Ir*(-cos(teta)*sin(teta)-sin(pi*3/18-teta)*cos(pi*3/18-
teta)+sin(pi*3/18+teta)*cos(pi*3/18+teta));
Hf=d*Ir*(cos(teta)-sin(pi*3/18-teta)-sin(pi*3/18+teta));
Jc=(-sin(teta)+cos(pi*3/18-teta)-cos(pi*3/18+teta))*Ir;
Ja=(cos(teta)-sin(pi*3/18-teta)-sin(pi*3/18+teta))*Ir;
dw=(Ro3*Mil*(Mi2*Mil-Ca*Hc)-Ro1*Jc*(Mi2*Mil-Ca*Hc)+Ca*Jc*(Ro2*Mil-
Ro1*Hc)-Ja*Mil*(Ro2*Mil-Ro1*Hc))/(Ca*Jc*(Cf*Hc-Hf*Mil)+Cf*Jc*(Mi2*Mil-
Ca*Hc)-Ja*Mil*(Cf*Hc-Hf*Mil)-Mi3*Mil*(Mi2*Mil-Ca*Hc));
dVx=(Ro1*(Mi2*Mil-Ca*Hc)-Ca*(Ro2*Mil-Ro1*Hc))/(Mil*(Mi2*Mil-Ca*Hc))
+dw*((Ca*(Cf*Hc-Hf*Mil)+Cf*(Mi2*Mil-Ca*Hc))/(Mi2*Mil-
Ca*Hc)*Mil);dVy=(Ro2*Mil-Ro1*Hc)/(Mi2*Mil-Ca*Hc) - dw*(Cf*Hc-
Hf*Mil)/(Mi2*Mil-Ca*Hc);

```

Os códigos para a equação do bloco B

```

function [V1,V2,V3] = B(Vx,Vy,w,teta,d)
%Transforma as velocidades na direção x e y e a rotação desejada para a
velocidade em cada roda
%Vy - velocidade no eixo y
%Vx - velocidade no eixo x
%w - rotação angular
%d - distancia do centro a roda
%teta - angulo do robô em relação à origem
%V1 - velocidade na roda um
%V2 - velocidade na roda dois
%V3 - velocidade na roda três
V1 = Vy*cos(teta)-Vx*sin(teta)-w*d;
V2 = Vx*cos(pi*3/18-teta)-Vy*sin(pi*3/18-teta)-w*d;
V3 = -Vx*cos(pi*3/18+teta)-Vy*sin(pi*3/18+teta)-w*d;

```

Os códigos para a equação do bloco C

```

function [W1,W2,W3] = C(V1,V2,V3,r)
%V1 - velocidade na roda um

```

```

%V2 - velocidade na roda dois
%V3 - velocidade na roda três
%r - raio da roda
%W1 - velocidade angular na roda um
%W2 - velocidade angular na roda dois
%W3 - velocidade angular na roda três
W1=V1/r;
W2=V2/r;
W3=V3/r;

```

O código para a equação da função D

```

function [dw1, dw2, dw3] = D(dVx, dVy, dW, Vx, Vy, w, teta, r, d)
%calcula a derivada das velocidades angulares
%dw1 dw2 dw3 aceleração angular nas rodas 1,2 e 3 respectivamente
dV1=dVy*cos(teta)-Vy*sin(teta)*w - dVx*sin(teta)-Vx*cos(teta)*w-dW*d;
dV2=-dVy*sin(pi*3/18-teta)+Vy*cos(pi*3/18-teta)*w + dVx*cos(pi*3/18-
teta)+Vx*sin(pi*3/18-teta)*w-dW*d;
dV3=-dVy*sin(pi*3/18+teta)-Vy*cos(pi*3/18+teta)*w -
dVx*cos(pi*3/18+teta)+Vx*sin(pi*3/18+teta)*w-dW*d;
dw1=dV1/r;
dw2=dV2/r;
dw3=dV3/r;

```

O código do diagrama de blocos

```

function omni=roboOmni(t, q)
%equações para simular um robô omnidirecional
global Vxd Vyd Wd; % velocidades desejadas
global dVxA dVyA dWA tetaA;
global tpassado elpassado e2passado e3passado;%variáveis do passado
%posição e velocidade atual
x=q(1);
y=q(2);
teta=q(3);
Vx=q(4);
Vy=q(5);
W=q(6);

%constantes do sistema
d=5; % distancia do centro do robô a roda
r=2; %raio da roda
K=1; %pd
Td=0.1; %pd
Ir=1;% Inercia da roda
I=1; %inércia do robô
m=0.5; % massa

%aceleracao angular desejada
dw1D=0;
dw2D=0;
dw3D=0;

%encontra a velocidade desejada em cada roda
[V1d,V2d,V3d] = B(Vxd,Vyd,Wd,teta,d);

```

```

%encontra a velocidade angular desejada em cada roda
[W1d,W2d,W3d] = C(V1d,V2d,V3d,r);

%encontra a velocidade atual em cada roda
[V1,V2,V3] = B(Vx,Vy,W,teta,d);

%encontra a velocidade angular atual em cada roda
[W1,W2,W3] = C(V1,V2,V3,r);

%o erro de cada roda
e1=W1d-W1;
e2=W2d-W2;
e3=W3d-W3;

[dw1 dw2 dw3] =D(dVxA, dVyA, dWA, Vx, Vy, W, tetaA, r, d);

%derivada do erro
de1=dw1D-dw1;
de2=dw2D-dw2;
de3=dw3D-dw3;

%controle PD
T1=K*(e1+Td*de1);
T2=K*(e2+Td*de2);
T3=K*(e3+Td*de3);

%encontrando as aceleracoes
[dVx,dVy,dW] = A(T1,T2,T3,teta,Ir,I,d,m,Vx,Vy,W,r);
dVxA=dVx;
dVyA=dVy;
dWA=dW;
tetaA=teta;

%transforma nas velocidades de cada roda
omni = [Vx Vy W dVx dVy dW]'; %precisa ser vetor coluna

```

O código de execução

```

clear
close all
global Vxd Vyd Wd % velocidades desejadas
global dVxA dVyA dWA tetaA
global tpassado elpassado e2passado e3passado%variaveis do passado

tpassado=0;
elpassado=0;
e2passado=0;
e3passado=0;

%seta as velocidades desejadas
Vxd=1;
Vyd=0;
Wd=0;
%seta as condicoes iniciais

```

```
dVxA=0;
dVyA=0;
dWA=0;
tetaA =0;
q0 = [0 0 0 0 0 0]'; %estado inicial
tf = 30; %tempo final de simulação
[t,q] = ode45('roboOmni',[0 tf],q0);

figure(1)
plot(t,q(:,4),'r')
hold on
plot(t,q(:,5),'b')
hold on
plot(t,q(:,6),'g')
hold on
plot(t,Vxd,'r')
hold on
plot(t,Vyd,'b')
hold on
plot(t,Wd,'g')
title('Velocidades e Rotação do robô Omnidirecional')
xlabel('tempo(s)')
ylabel('velocidade (m/s)')
legend('Vx','Vy','W')
```