

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA  
DO RIO DE JANEIRO



**Carolina Foureaux Bhering Gomes**

**Modelos multiaxiais para previsão de efeitos de carga  
média e limites de fadiga sob tração e torção**

**Projeto de Graduação**

Projeto de Graduação apresentado ao Departamento  
de Engenharia Mecânica da PUC-Rio

Orientador: Marco Antonio Meggiolaro

Rio de Janeiro  
Agosto de 2020

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, gostaria de agradecer a minha mãe, Cassia Maria, e meu pai, Carlos Eduardo, pelo apoio incondicional às minhas vocações e escolhas desde a infância – eu jamais teria chegado aqui sem seu apoio e amor, inclusive ao longo dessa fase final da entrega do trabalho de conclusão de curso. Obrigada por sempre estarem lá para mim e por terem me dado todas as condições de me tornar a pessoa que sou hoje.

Também agradeço à PUC-Rio e à Vice-Reitoria Comunitária por terem me propiciado uma bolsa de estudos na universidade, sem a qual teria sido inviável minha permanência no curso e conclusão dos estudos.

Agradeço a meu orientador, Marco Antonio Meggiolaro, que me guiou com extrema didática e paciência em um tema que exigiu entendimento aprofundado de conceitos que não foram automáticos para mim, desde o início. Seu apoio, disponibilidade e clareza foram determinantes para que eu conseguisse desenvolver as ideias aqui apresentadas e consolidasse meu entendimento sobre os temas relacionados a fadiga mecânica. Tenho você como referência das qualidades que um professor deve apresentar em sua relação com os alunos.

Ademais, agradeço à iniciativa FADOFF, coordenada pelo professor Jan Papuga, por viabilizar o desenvolvimento desse trabalho através da consolidação e disponibilização gratuita de dados sobre fadiga encontrados em diversas publicações ao longo de muitos anos. Este tipo de iniciativa é de grande valor para estudantes, profissionais e para a comunidade científica, e por isso deve ser celebrada.

Aos amigos Alexandre, Pedro, Isadora e Luisa, e meu namorado João Francisco, com quem pude enfrentar as dificuldades do curso de Engenharia Mecânica por 5 anos – não consigo imaginar como teria chegado aqui sem vocês para dividir os momentos bons e ruins. E também aos amigos da MODEC, Vitor, Julianna e Thaís – em momentos quando parecia impossível, vocês me mostraram que estavam passando pelo mesmo que eu e que (sim!) é possível conciliar as demandas do trabalho e da faculdade com competência e graça. Que continuemos construindo coisas fantásticas nos anos por vir.

## RESUMO

### **Modelos multiaxiais para previsão de efeitos de carga média e limites de fadiga sob tração e torção**

A combinação de tensões cíclicas em diferentes direções pode induzir o fenômeno de iniciação de trincas por fadiga multiaxial nos materiais. Isso resulta em diferentes possibilidades de planos e mecanismos de dano para essas trincas e, dessa forma, diferentes modelos podem ser usados para a previsão desse comportamento – modelos para a previsão de trincas dominadas pelas gamas de cisalhamento e modelos para trincas dominadas pelas variações das tensões normais. Neste trabalho, os modelos de Findley (cisalhamento) e Smith-Watson-Topper Elástico (tensão normal) são enunciados para a previsão de efeitos de carga média e limites de fadiga sob cargas de tração e torção, e essas previsões são apresentadas graficamente. São apresentados dados experimentais para as propriedades mecânicas estáticas e limites de fadiga obtidos na base de dados FADOFF, que são expostos em gráficos, permitindo a visualização da sensibilidade de diferentes materiais a tensões normais e cisalhantes. Isso permite conclusões sobre qual é o tipo de trinca que foi iniciada (plano de surgimento e tipo de tensão dominante) em função dos limites de fadiga, tendo como base parâmetros como as razões entre os limites de fadiga torsionais e trativos ( $\tau_L/S_L$ ) e as razões entre os limites de fadiga para carregamentos alternados e pulsantes ( $S_L/S_{Lp}$ ,  $\tau_L/\tau_{Lp}$ ), além de conclusões sobre a aplicabilidade de cada um dos modelos para diferentes tipos de trinca e propriedades dos materiais.

**Palavras chaves:** Limite de fadiga, fadiga multiaxial, efeitos de cargas médias, base de dados, planos de iniciação de trinca, modelos de plano crítico

## ABSTRACT

### **Multiaxial models to predict mean stress effects and fatigue limits under tension and torsion**

The combination of cyclic stresses in different directions may result in the initiation of multiaxial fatigue-induced cracks in materials. This results in different possibilities for crack planes and initiation mechanisms and, therefore, different models should be used for their prediction – models for shear-based cracks, including the shear tension range, and models for tensile-based cracks, including the tensile stress ranges. This work formulates the Findley (shear-based) and Elastic Smith-Watson-Topper (tensile-based) models to predict mean stress effects and fatigue limits under tension and torsion cyclic loads, presented graphically. Experimental data for static mechanical properties and fatigue limits are presented, obtained from the FADOFF database, and this data is displayed graphically to allow for the visualization of the sensitivity of different materials to shear and tensile stresses. This brings conclusions about which types of cracks might have been initiated in each condition (crack plane and dominant stress ranges) for each material. These conclusions are based on the ratio between torsional and stress fatigue limits ( $\tau_L/S_L$ ) and the ratio between fully-reversed and repeating tension limits ( $S_L/S_{Lp}$ ,  $\tau_L/\tau_{Lp}$ ), along with conclusions about the applicability of each model to different crack types and material properties.

**Keywords:** Fatigue limits, multiaxial fatigue, mean stress effects, database, crack initiation planes, critical-plane models

## SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	8
2.	REVISÃO TEÓRICA	9
	<b>2.1. Fadiga mecânica</b>	9
	2.1.1. Fadiga uniaxial	10
	2.1.2. Fadiga multiaxial	12
3.	CRITÉRIOS DE VIDA INFINITA PARA FADIGA MULTIAXIAL	19
	<b>3.1. Critério de Findley para vida infinita – trincas por <i>cisalhamento</i></b>	19
	3.1.1. Dedução de $\alpha_F$ e $\beta_F$ de Findley para trincas A90(S)	20
	3.1.2. Dedução de $\alpha_F$ e $\beta_F$ para trincas B45(S)	22
	<b>3.2. Critério de Smith-Watson-Topper elástico (ESWT) para vida infinita – trincas dominadas pela <i>tensão normal</i></b>	24
4.	ANÁLISE DA BASE DE DADOS DE LIMITES DE FADIGA	27
	<b>4.1. FADOFF</b>	27
	<b>4.2. Limites de fadiga e resistência à ruptura <math>S_u</math></b>	28
	4.2.1. Cargas axiais totalmente alternadas: $S_L$	28
	4.2.2. Cargas axiais pulsantes ( $S_{LP}$ )	29
	4.2.3. Cargas de torção totalmente alternadas ( $\tau_L$ )	33
	4.2.4. Cargas de torção pulsantes ( $\tau_{LP}$ )	37
	<b>4.3. Efeito das cargas médias para tensão axial – <math>S_L \times S_{LP}</math></b>	42
	<b>4.4. Efeito das cargas médias para torção pura – <math>\tau_L \times \tau_{LP}</math></b>	44
	<b>4.5. Medida da sensibilidade a cargas trativas – <math>\tau_L / S_L</math></b>	46
	<b>4.6. <math>\alpha_F</math> e <math>\beta_F</math> de Findley</b>	49
5.	CONCLUSÕES	51
6.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	54
	APÊNDICE A	57

## Lista de figuras

Figura 1 - Tensões cíclicas [1].....	10
Figura 2 - Curva SN típica dos aços [1].....	11
Figura 3 - Visualização da transformação de coordenadas em função de $\theta$ e $\varphi$ , que definem o plano de iniciação da trinca (“crack plane”), mantendo z perpendicular à superfície livre (“surface”) [1].....	14
Figura 4 - Círculos de Mohr e visualização da trinca para os casos de tração uniaxial cíclica e torção pura cíclica, com os mesmos valores de $\tau_{max}$ [1]. ....	15
Figura 5 - Círculos de Mohr para $\sigma_1.\sigma_2 < 0$ (esquerda) e $\sigma_1.\sigma_2 > 0$ (direita) [1] ....	15
Figura 6 - Estados de tensão e círculos de Mohr definidos para a iniciação de trincas A90 nos planos $(\theta, 90^\circ)$ [1]. ....	16
Figura 7 - Estados de tensão e círculos de Mohr definidos para a iniciação de trincas B45 nos planos $(\theta, 45^\circ)$ , [1]. ....	18
Figura 8 – Relação geométrica, consequência da dedução de $\tan 2\theta = \alpha F$ [1] .....	21
Figura 9 – Aços estruturais - $S_L \times S_U$ . Comparação da estimativa clássica $S_L = 0.5 S_U$ com dados experimentais. ....	28
Figura 10 – Ferros fundidos - $S_L \times S_U$ . Comparação da estimativa clássica $S_L = 0.4 S_U$ com dados experimentais .....	29
Figura 11 – Aços estruturais - $S_{Lp} \times S_U$ . Comparação de dados experimentais com as estimativas de Goodman, Gerber e Soderberg .....	32
Figura 12 – Ferros fundidos - $S_{Lp} \times S_U$ . Comparação de dados experimentais com as estimativas de Goodman, Gerber e Soderbeg .....	33
Figura 13 – Aços estruturais - $T_{Lp} \times S_U$ . Comparação de dados experimentais com von Mises e Tresca.....	34
Figura 14– Ligas de alumínio - $T_{Lp} \times S_U$ . Comparação de dados experimentais com von Mises e Tresca.....	35
Figura 15 – Fundidos - $T_{Lp} \times S_U$ . Comparação de dados experimentais com von Mises e Tresca. ....	36
Figura 16 – Ligas de cobre- $T_{Lp} \times S_U$ . Comparação de dados experimentais com von Mises e Tresca.....	37
Figura 17 – Aços estruturais- $T_{Lp} \times S_U$ . Comparação de dados experimentais com estimativas de Goodman, Gerber e Soderberg, combinadas com Tresca e von Mises.....	40

Figura 18 – Ferros fundidos- $\tau_{Lp}$ x $S_U$ . Comparação de dados experimentais com estimativas de Goodman, Gerber e Soderberg, combinadas com Tresca e von Mises.....	41
Figura 19 - Aços estruturais - $S_L$ x $S_{Lp}$ . Comparação de dados experimentais com estimativas de Goodman, Gerber, Soderberg e ESWT, com o cálculo de $\alpha_F$ do modelo de Findley para trincas B45(S) .....	42
Figura 20 - Aços estruturais - $S_L$ x $S_{Lp}$ . Comparação de dados experimentais com estimativas de Goodman, Gerber, Soderberg e ESWT, com o cálculo de $\alpha_F$ do modelo de Findley para trincas B45(S) .....	44
Figura 21 - Aços estruturais - $\tau_L$ x $\tau_{Lp}$ . Comparação de dados experimentais com estimativas de Goodman, Gerber e ESWT. ....	46
Figura 22 – Aços estruturais - $\tau_L$ x $S_L$ . Comparação de dados experimentais com estimativas de von Mises, Tresca e ESWT, com o cálculo de $\alpha_F$ do modelo de Findley para trincas A90(S).....	47
Figura 23 – Ferros fundidos – $\tau_L$ x $S_L$ . Comparação de dados experimentais com estimativas de von Mises, Tresca e ESWT, com o cálculo de $\alpha_F$ do modelo de Findley para trincas A90(S).....	49
Figura 24 - $\alpha_F$ e $\beta_F$ de Findley como função de $\tau_L/S_L$ para o caso A90(S) .....	50
Figura 25 – $\alpha_F$ e $\beta_F$ de Findley como função de $S_L/S_{Lp}$ para o caso B45(S) .....	51

## 1. Introdução

O problema de se ter componentes mecânicos com carregamentos alternados que podem vir a sofrer falha por fadiga é de extrema importância para inúmeras aplicações do campo da engenharia mecânica. Por isso mesmo, este problema é amplamente estudado. No caso, a falha é definida como a iniciação da trinca.

No contexto do projeto à fadiga, a propriedade do limite de fadiga ( $S_L$ ) destaca-se por ser um valor relacionado à amplitude de tensão, atrelada a uma vida longa, abaixo da qual o componente carregado ciclicamente jamais gerará trincas por fadiga. Pode ser definido um limite de fadiga a cargas cíclicas axiais ( $S_L$ ) e um limite de fadiga a cargas cíclicas torsionais ( $\tau_L$ ) – os valores para cada um dos casos de carregamento idealmente poderiam ser relacionados por von Mises ( $\frac{\tau_L}{S_L} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.577$ ) ou Tresca ( $\frac{\tau_L}{S_L} = 0.5$ ). No entanto, o que se verifica na prática é que essa razão varia muito para diferentes materiais –  $\frac{\tau_L}{S_L}$  pode variar entre valores próximos de 0.577 até acima de 0.8 para aços, com  $\frac{\tau_L}{S_L} > 0.8$  tipicamente para ferros fundidos.

Tratando-se de fadiga uniaxial, algumas estimativas clássicas para o cálculo do limite de fadiga como função de propriedades do material (notavelmente  $S_L = 0.5 S_U$  se  $S_U < 1400 \text{ MPa}$  ou  $S_L = 700 \text{ MPa}$  se  $S_U \geq 1400 \text{ MPa}$ , para espécimes SN polidos [2]) são frequentemente empregadas. No entanto, no estudo de fadiga multiaxial, a determinação do limite de fadiga ganha complexidade por estar atrelada a fatores como os tipos de carregamentos aplicados (e.g. tração-compressão, torção) e a determinação do plano crítico onde a trinca surgirá, quando sujeita ao carregamento multiaxial. Além disso, dados experimentais obtidos para os valores de limites de fadiga para diferentes tipos de carregamentos tendem a estar esparsamente distribuídos em publicações acadêmicas [3]. Naturalmente, a validação dos métodos propostos para o cálculo dos limites de fadiga só pode ser feita confrontando as estimativas com os dados experimentais. Diversas publicações já realizaram esse tipo de comparação, usando como base dados experimentais de testes conduzidos e reportados em literatura, sendo alguns dos primeiros exemplos em Nishihara & Kawamoto [10], Gough [11-13] e Findley [14], entre os anos de 1935 e 1953.

O website FADOFF [5], uma iniciativa do FADOFF consortium, composto de universidades e empresas da República Tcheca e liderada pelo professor Jan Papuga da Universidade Técnica Tcheca, consolidou diversas fontes de dados de experimentos de fadiga citados na literatura e os disponibilizou para consulta pública. A lista completa das publicações onde esses experimentos foram referenciados pode ser encontrada em [15], página da iniciativa



Pragtic, que precedeu o FADOFF. Outra iniciativa da consolidação de dados de fadiga em bancos de dados é citada em [16], que faz referência ao “*Database on Fatigue Strength of Metallic Materials*”, da Sociedade Japonesa de Ciência dos Materiais (JSMS). Em [17], é referenciado o “*Fatigue Data Sheet*”, do Instituto Nacional de Ciência dos materiais do Japão. No entanto, essas duas fontes de dados não são disponíveis para consulta pública. Outra base de dados de fadiga disponível publicamente é o website eFatigue [18], mas esta se propõe a ser uma calculadora de vida, definindo os limites de fadiga como os pontos atrelados a uma vida longa ( $10^6$  ciclos) a partir das curvas SN listadas, e não a partir de experimentos específicos para definição do limite de fadiga. Por estes motivos, este trabalho optou por usar os dados do banco FADOFF, com interesse particular nos dados de limite de fadiga axial e torsional, em ambos os casos para cargas totalmente alternadas e pulsantes.

Desse modo, o objetivo deste trabalho é a avaliação do efeito das cargas médias e dos limites de fadiga dos materiais documentados no banco de dados FADOFF, comparando-os segundo estimativas clássicas – como as dos diagramas de Goodman e de Gerber – e segundo dois modelos de fadiga multiaxial – Findley e Smith-Watson-Topper Elástico. Serão avaliados parâmetros como as razões entre os limites torsionais e trativos ( $\tau_L/S_L$ ) e as razões entre os limites para carregamentos alternados e pulsantes ( $S_L/S_{Lp}$ ,  $\tau_L/\tau_{Lp}$ ). Uma visualização gráfica dessa comparação permitirá conclusões sobre o tipo de trinca que se espera iniciar e sobre a aplicabilidade de cada um dos modelos, em função dos parâmetros e das propriedades dos materiais.

## 2. Revisão teórica

### 2.1. Fadiga mecânica

Fadiga é o tipo de falha mecânica causada primariamente pela aplicação repetida de cargas variáveis, e cuja principal característica é o trincamento paulatino da peça, o qual eventualmente pode levá-la até a fratura.

A iniciação de uma trinca por fadiga sob tensões elásticas depende principalmente do valor da gama de tensões atuando no ponto crítico da peça, das propriedades mecânicas do seu material, do seu acabamento superficial e de micro-tensões residuais no ponto crítico.

As cargas podem ser descritas por duas variáveis dentre as tensões alternadas,  $\sigma_a$ , média  $\sigma_m$ , máxima  $\sigma_{max}$  e mínima  $\sigma_{min}$ , a gama  $\Delta\sigma$  ou a razão  $R = \sigma_{min}/\sigma_{max}$ . Destacam-se os

carregamentos totalmente alternados, onde  $\sigma_a = \sigma_{max}$  e  $\sigma_m = 0$ , resultando em  $R = -1$ , e aqueles pulsantes, onde  $\sigma_a = \sigma_m$  e  $\sigma_{min} = 0$ , resultando em  $R = 0$ , vide Fig. 1.

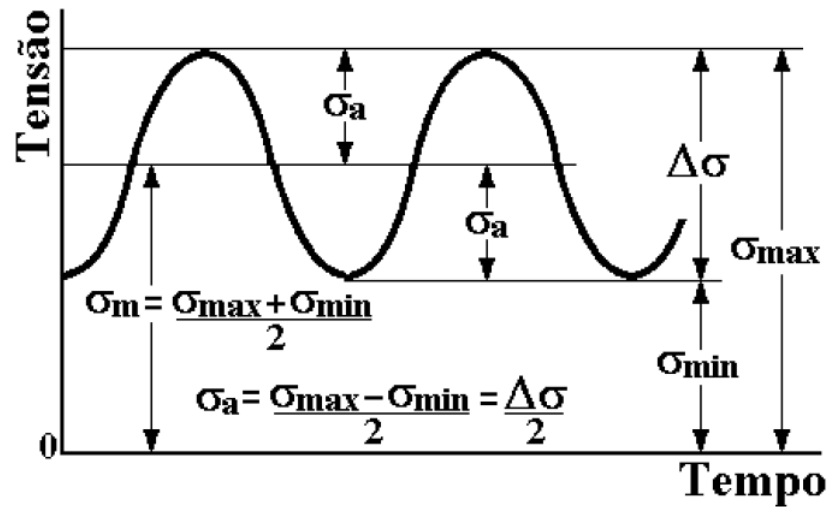


Figura 1 - Tensões cíclicas [1]

### 2.1.1. Fadiga uniaxial

O método mais difundido para prever a iniciação de trincas por fadiga sob tensões macroscópicas elásticas para o caso uniaxial é o método SN ou de Wöhler. O método é limitado pela região de deformações elásticas, portanto só é válido quando a tensão máxima no ponto crítico da peça for menor do que sua resistência ao escoamento cíclico.

Wöhler descobriu que, para o regime elástico, a resistência à fadiga  $S_F$  decresce com a vida  $N$  (número de ciclos), de acordo com uma relação parabólica:

$$N S_F^B = C$$

vide Fig. 2, onde  $B$  e  $C$  são constantes para um mesmo componente de um mesmo material. Testando-se a vida  $N$  para diferentes tensões alternadas  $S_F$ , para um mesmo material, é possível calibrar uma curva  $S \times N$ , que informa, para uma determinada amplitude de tensões aplicada ciclicamente nesse material, qual será a vida até o surgimento de uma trinca visível.

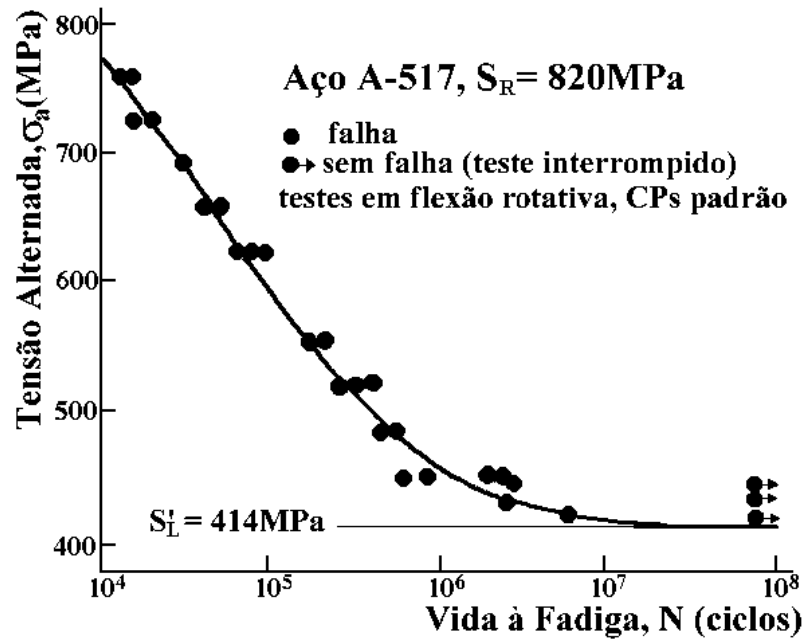


Figura 2 - Curva SN típica dos aços [1]

Além disso, Wöhler descobriu que pode existir um limite de fadiga  $S_L$  a partir de uma vida longa  $N_L$ , para o qual tensões de amplitude  $\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2} < S_L$  não causam dano nos componentes, que têm vida infinita sob essa carga. Para aços,  $S_L$  ocorre tipicamente entre  $10^6 < N_L < 10^7$  ciclos. Idealmente, as curvas que relacionam  $S$  e  $N$  devem ser obtidas experimentalmente, mas a seguinte relação permite obter estimativas tradicionais da resistência à fadiga de um corpo de prova de aço polido em máquinas tipo Moore a partir de sua tensão de ruptura ( $S_U$ ):

$$\begin{cases} S_F(10^3) = 0.76 S_U \\ S_F(10^6) = S_L = 0.5 S_U \text{ se } S_U < 1400 \text{ MPa ou} \\ S_F(10^6) = S_L = 700 \text{ MPa se } S_U \geq 1400 \text{ MPa} \end{cases}$$

É importante ressaltar que essas estimativas só são válidas para corpos de prova de aço polido tipo Moore. Para a estimativa das curvas SN de peças reais, é importante quantificar efeitos do acabamento superficial, do tamanho, do tipo de carga, da temperatura de trabalho e da estatística dos dados, utilizando os parâmetros  $k_a$ ,  $k_b$ ,  $k_c$ ,  $k_\theta$ , e  $k_e$ , respectivamente. Nesse caso, a estimativa para aços fica corrigida como:

$$\begin{cases} S_F(10^3) = k_\theta \cdot k_e \cdot 0,76 S_U \\ S_F(10^6) = S_L = k_a \cdot k_b \cdot k_c \cdot k_\theta \cdot k_e \cdot 0,5 S_U \text{ se } S_U < 1400 \text{ MPa ou} \\ S_F(10^6) = S_L = k_a \cdot k_b \cdot k_c \cdot k_\theta \cdot k_e \cdot 700 \text{ MPa se } S_U \geq 1400 \text{ MPa} \end{cases}$$

As definições necessárias para o cálculo de cada um desses parâmetros podem ser encontradas em [1].

Também é importante mencionar que a curva de Wöhler e as estimativas acima só são aplicáveis considerando cargas totalmente alternadas, ou seja, aquelas onde a razão de carga  $R = -1$  e  $\sigma_m = 0$ . Portanto, no caso de um carregamento que possua uma tensão média diferente de zero, é preciso utilizar uma relação que forneça o carregamento equivalente totalmente alternado (com  $\sigma_m = 0$ ) que causaria o mesmo dano que o carregamento em questão. Para isso, existem duas opções:

1. Utilizar a curva  $\sigma_a\sigma_m$  do material medida experimentalmente, procurando o  $\sigma_a$  equivalente ( $\sigma_{aeq}$ ) para um  $\sigma_m = 0$ .
2. Utilizar uma das estimativas de curvas  $\sigma_a\sigma_m$  tradicionais da literatura, como Goodman, Gerber e Soderberg, e.g., que serão detalhadas no Capítulo 4.

O método SN só é válido para prever vidas longas, onde não há expectativa de carregamentos cíclicos que induzam plasticidade macroscópica no material. Para o caso de vidas curtas, com deformações plásticas atuando macroscopicamente, deve-se utilizar o método  $\epsilon N$ .

Para o cálculo do dano sob carregamentos de amplitude variável, pode-se utilizar a regra de Miner, que é a regra do acúmulo linear de dano para todos os eventos sofridos pela peça [1].

### 2.1.2. Fadiga multiaxial

Um material está sujeito a sofrer fadiga multiaxial quando ele sofre carregamentos multiaxiais, ou seja, carregamentos que resultam em mais de uma componente de tensão no ponto crítico.

Com mais de uma componente de tensões, é possível que as direções das tensões principais se mantenham constantes ao longo do carregamento (carregamentos *proporcionais*) ou que essas direções variem de maneira não proporcional (carregamentos *não proporcionais*). Para esse trabalho, iremos assumir cargas proporcionais para as relações traçadas.

Para se determinar o limite de fadiga de um material sujeito a cargas multiaxiais, é necessário definir um critério de vida infinita para o material. No caso uniaxial, esse

critério é determinado e.g. para aços pela estimativa  $S_L = 0.5 S_U$  para corpos de prova Moore polidos, ou o equivalente com inclusão dos  $k_i$  para componentes.

Para o caso multiaxial, muitos dos critérios de falha são baseados em valores uniaxiais equivalentes que combinam as componentes multiaxiais [1]. O mais comum é o critério de escoamento de von Mises, que para a análise de fadiga deve levar em conta a variação de tensões em cada uma das direções, resultando na expressão de gama de tensões equivalentes de von Mises:

$$\Delta\sigma_{\text{Mises}} = \sqrt{\frac{(\Delta\sigma_x - \Delta\sigma_y)^2}{2} + \frac{(\Delta\sigma_x - \Delta\sigma_z)^2}{2} + \frac{(\Delta\sigma_y - \Delta\sigma_z)^2}{2} + 3(\Delta\tau_{xy}^2 + \Delta\tau_{xz}^2 + \Delta\tau_{yz}^2)} \quad \text{Eq. 1}$$

A gama de tensões cisalhantes equivalentes pode ser calculada simplesmente por  $\Delta\tau_{\text{Mises}} = \Delta\sigma_{\text{Mises}}/\sqrt{3}$ . Note no entanto que, para critérios de iniciação de trinca, o uso de invariantes como von Mises não leva em conta a natureza direcional da nucleação de microtrincas, que iniciam nos planos mais desfavoráveis do ponto crítico da peça.

### 2.1.2.1. Planos candidatos ao surgimento de trincas sob fadiga multiaxial

Os modelos de dano multiaxial frequentemente assumem que as trincas por fadiga tendem a ser iniciadas no plano crítico (definido por  $\theta$  e  $\varphi$ , ver Fig. 3) do ponto crítico da superfície, que maximiza o dano induzido pelo carregamento. Estes modelos assumem que a iniciação da trinca é dominada pelas gamas de tensão cisalhante paralelas a esse plano,  $\Delta\tau''_{xz}$  e  $\Delta\tau''_{yz}$  e/ou pela tensão normal perpendicular ao plano,  $\sigma''_{xz}$ . Isso é justificado pela fenomenologia do surgimento das trincas, que envolve

1. uma fase inicial de nucleação e surgimento de uma microtrinca controlada pela máxima variação da tensão cisalhante, devido ao cisalhamento entre as bandas de deslizamento da microestrutura do material [1]. Em materiais ditos sensíveis às tensões cisalhantes, esta fase é dominante;
2. uma fase onde há contribuição mista da tensão normal e cisalhante para o crescimento da microtrinca, onde as tensões normais ao seu plano “forçam” a abertura da trinca [1]. Em materiais ditos sensíveis às tensões normais às faces da trinca, esta fase é dominante.

A contribuição da tensão normal  $\sigma''_{xz}$  é expressa, em diferentes modelos, pela gama de tensões, tensão média, tensão mínima e/ou máxima. Modelos para iniciação de

trincas sob vida longa dominadas pela tensão perpendicular ao plano da trinca devem incluir, como variável principal, a gama de tensões normais  $\Delta\sigma_{\perp}$ , e modelos para trincas dominadas pela tensão cisalhante devem incluir a gama de tensões cisalhantes  $\Delta\tau$ .

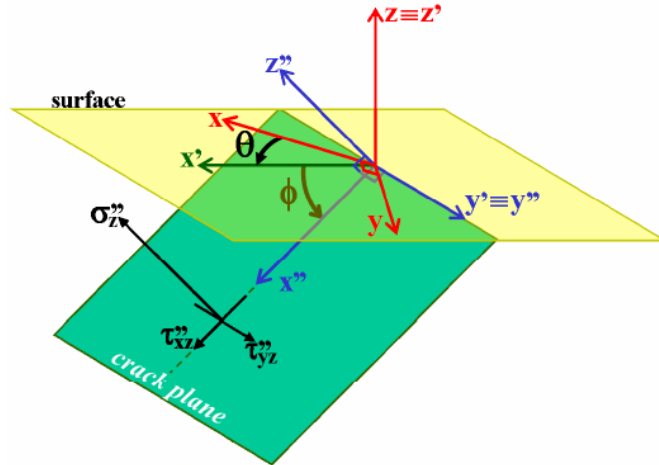


Figura 3 - Visualização da transformação de coordenadas em função de  $\theta$  e  $\phi$ , que definem o plano de iniciação da trinca ("crack plane"), mantendo  $z$  perpendicular à superfície livre ("surface") [1].

Assim, é natural que os modelos de cálculo do dano à fadiga, para o caso multiaxial, incluam parâmetros que considerem, com os pesos apropriados, tanto a gama de tensão cisalhante  $\Delta\tau$  no plano da trinca quanto a tensão normal perpendicular ao plano da trinca  $\sigma_{\perp}$ . Essa tendência física pode ser reforçada pelo exemplo da Fig. 4, onde são comparados os círculos de Mohr de uma trinca no plano de  $\tau_{\max}$  para situações de mesma tensão cisalhante máxima  $\tau_{\max}$  causada pelo caso de tração uniaxial ou torção pura.

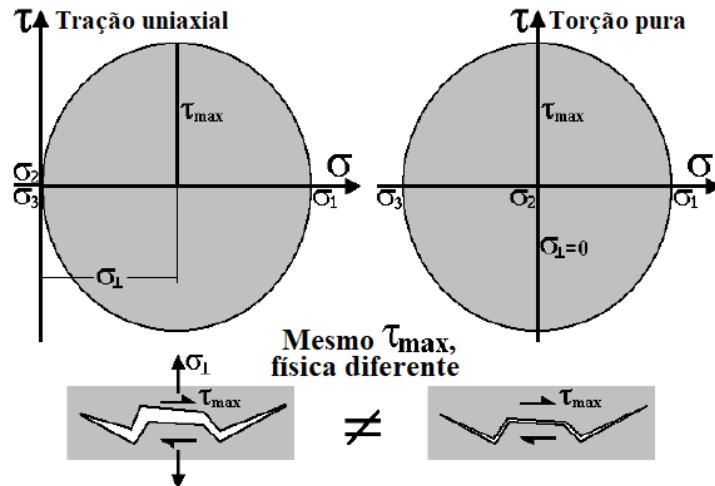


Figura 4 - Círculos de Mohr e visualização da trinca para os casos de tração uniaxial cíclica e torção pura cíclica, com os mesmos valores de  $\tau_{max}$  [1].

Dentre os dois casos apresentados, espera-se que o caso de tração uniaxial apresente um dano à fadiga maior do que o caso de torção pura, pois no primeiro caso a microtrinca também está sujeita a uma tensão normal perpendicular ao plano de cisalhamento máximo, que tende a forçar sua abertura, causando maior dano. Como isso não ocorre no segundo caso, espera-se nele um menor dano para o mesmo carregamento.

Resta a determinação de qual é o plano crítico ( $\theta, \varphi$ ) onde a trinca surgirá. No caso da direção  $\varphi$ , para materiais isotrópicos em condição de superfície livre, as opções são limitadas a duas:  $\varphi=90^\circ$  ou  $\varphi=45^\circ$ . Isso pode ser justificado na Fig. 5, que apresenta os círculos de Mohr para situações onde a biaxialidade  $\sigma_1 \cdot \sigma_2 < 0$  (esquerda) e  $\sigma_1 \cdot \sigma_2 > 0$  (direita), na situação de uma superfície pressurizada com pressão  $p$ . Para o caso de  $\sigma_1 \cdot \sigma_2 < 0$ , o maior círculo será aquele envolvendo  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ , e portanto a microtrinca se propagará perpendicular a esse plano (logo  $\varphi=90^\circ$ ). Já quando a biaxialidade  $\sigma_1 \cdot \sigma_2 > 0$ , o maior círculo envolve  $-p$  e  $\sigma_1$ , logo uma microtrinca que inicie por cisalhamento surgirá no plano médio entre essas duas direções ( $\varphi=45^\circ$ ), descrevendo a trinca clássica de Forsyth. A dedução completa dessa conclusão pode ser encontrada em [1].

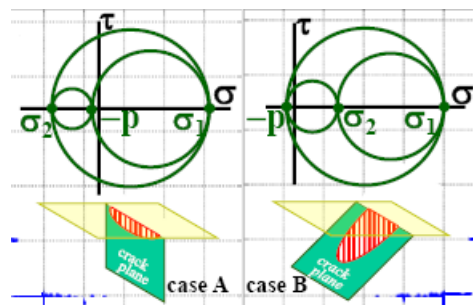


Figura 5 - Círculos de Mohr para  $\sigma_1 \cdot \sigma_2 < 0$  (esquerda) e  $\sigma_1 \cdot \sigma_2 > 0$  (direita) [1]

Assim, podemos limitar as equações das tensões cisalhantes e normais para qualquer plano como função de  $(\theta, \varphi)$  como, simplesmente, função de  $\theta$ , para esses dois casos de  $\varphi = 90^\circ$  ou  $\varphi = 45^\circ$  a partir da equação geral de rotação de tensões pro caso 3D.

**2.1.2.1.1. Tensões para o caso A90 (perpendicular à superfície)**

O caso A90 é caracterizado por trincas que surgem em  $\varphi=90^\circ$  a partir da superfície. Essas trincas podem ser dominadas por cisalhamento, denominadas A90(S), ou pela tensão normal perpendicular à face da trinca, A90(T). Esses tipos são dominantes em problemas de torção pura e torção combinada com tração uniaxial, mas podem surgir em outros casos com biaxialidade negativa dominante, i.e.  $\sigma_1 \cdot \sigma_2 < 0$  na maioria dos ciclos da história. A Fig. 6 apresenta os estados de tensão e círculos de Mohr definidos para esse caso.

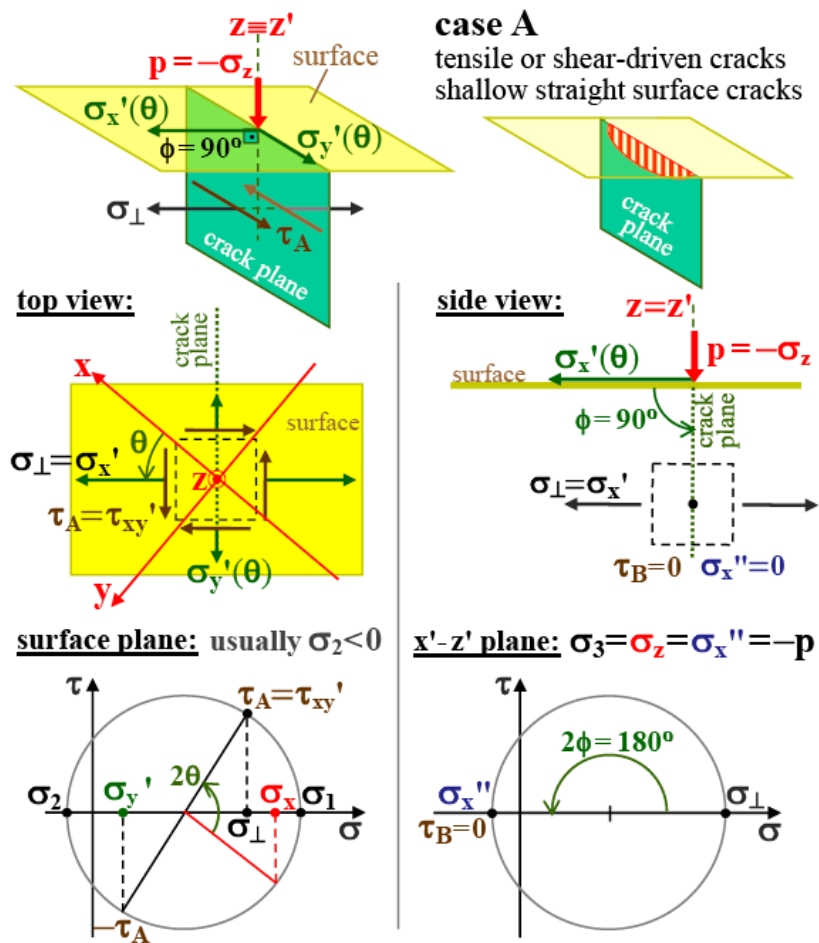


Figura 6 - Estados de tensão e círculos de Mohr definidos para a iniciação de trincas A90 nos planos  $(\theta, 90^\circ)$  [1].



As tensões atuantes nesse plano podem ser encontradas abaixo, deduzidas a partir da equação geral de rotação de tensões pro caso 3D para  $\varphi=90^\circ$ :

$$\begin{aligned}\tau_A(\theta, 90^\circ) &= \tau'_{xy} = \tau_{xy} \cos(2\theta) + 0.5(\sigma_y - \sigma_x) \cdot \text{sen}(2\theta) \\ \sigma_\perp(\theta, 90^\circ) &= \sigma'_x = \sigma_x \cos^2(\theta) + \sigma_y \cdot \text{sen}^2(\theta) + \tau_{xy} \cdot \text{sen}(2\theta)\end{aligned}\quad \text{Eqs. 2}$$

Como mencionado na seção anterior, esse tipo de trinca sempre surgirá quando  $\sigma_1 \cdot \sigma_2 < 0$ , o que sempre é verdade para torção pura e torção combinada com tração uniaxial, pois

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}\quad \text{Eqs. 3}$$

gera resultados de sinais contrários.

#### 2.1.2.1.2. Tensões para o caso B45 ( $\varphi=45^\circ$ com a superfície)

O caso B45 é caracterizado por trincas que surgem a  $\varphi=45^\circ$  a partir da superfície. Essas trincas são exclusivamente dominadas por cisalhamento, denominadas B45(S), pois este caso é baseado no modelo de Forsyth de surgimento de trinca baseado nas intrusões e extrusões das bandas de deslizamento, que sempre surge paralela ao plano de tensão de cisalhamento máximo ( $45^\circ$  da direção do carregamento).

A Fig. 7 apresenta os estados de tensão e círculos de Mohr definidos para esse caso.

As tensões atuantes nesse plano podem ser encontradas abaixo, deduzidas a partir da equação geral de rotação de tensões pro caso 3D para  $\varphi=45^\circ$ :

$$\begin{aligned}\tau_A(\theta, 45^\circ) &= [\tau_{xy} \cos(2\theta) + 0.5(\sigma_y - \sigma_x) \cdot \text{sen}(2\theta)]/\sqrt{2} \\ \tau_B(\theta, 45^\circ) &= (\sigma_x \cos^2(\theta) + \sigma_y \cdot \text{sen}^2(\theta) + p + \tau_{xy} \cdot \text{sen}(2\theta))/2 \\ \sigma_\perp(\theta, 45^\circ) &= (\sigma_x \cos^2(\theta) + \sigma_y \cdot \text{sen}^2(\theta) - p + \tau_{xy} \cdot \text{sen}(2\theta))/2\end{aligned}\quad \text{Eqs. 4}$$

Para carregamentos proporcionais [1], esse tipo de trinca sempre surgirá quando  $\sigma_1 \cdot \sigma_2 > 0$ , que com  $\sigma_y = 0$  nunca será verdade em uma história de torção combinada com tração uniaxial. Assim, para a iniciação de microtrincas B45(S) é necessário que haja um estado biaxial de tensões, com tensão normal em ambas as direções x e y, e a condição  $\sigma_1 \cdot \sigma_2 > 0$  cumprida.

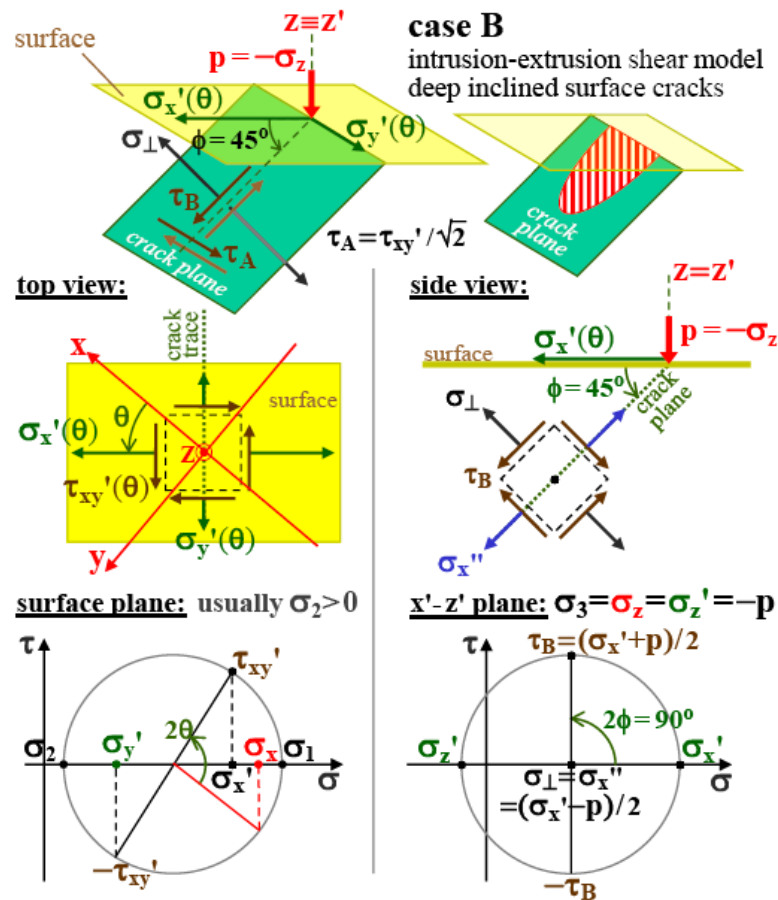


Figura 7 - Estados de tensão e círculos de Mohr definidos para a iniciação de trincas B45 nos planos  $(\theta, 45^\circ)$ , [1].

Para carregamentos proporcionais [1], esse tipo de trinca sempre surgirá quando  $\sigma_1 \cdot \sigma_2 > 0$ , que com  $\sigma_y = 0$  nunca será verdade em uma história de torção combinada com tração uniaxial. Assim, para a iniciação de microtrincas B45(S) é necessário que haja um estado biaxial de tensões, com tensão normal em ambas as direções x e y, e a condição  $\sigma_1 \cdot \sigma_2 > 0$  cumprida.

Para o caso  $\sigma_1 \cdot \sigma_2 = 0$  (tração-compressão uniaxial), há a possibilidade de surgimento dos três casos de trinca – A90(T), A90(S) e B45(S), sendo mais provável A90(T) se for o caso de um material frágil.

A Tabela 1 resume os valores das tensões cisalhantes e normais ao plano da trinca para os casos A90 e B45 sob carregamentos uniaxiais, seja sob tensão uniaxial ou torção pura. No próximo capítulo, modelos de dano para serem usados nestes planos candidatos serão apresentados.

Tabela 1 - Projeções das tensões nos planos candidatos A90 e B45 para casos uniaxiais

	Tensão uniaxial $\sigma_x$	Torção pura $\sigma_x$
Caso A90	$\tau_A(\theta) = -0.5 \cdot \sigma_x \cdot \sin(2\theta)$ $\sigma_{\perp}(\theta) = \sigma_x \cdot \cos^2(2\theta)$	$\tau_A(\theta) = \tau_{xy} \cdot \cos(2\theta)$ $\sigma_{\perp}(\theta) = \tau_{xy} \cdot \sin(2\theta)$
Caso B45	$\tau_A(\theta) = -(0.5 \cdot \sigma_x \cdot \sin(2\theta)) / \sqrt{2}$ $\sigma_{\perp}(\theta) = \sigma_x \cdot \cos^2(2\theta) / 2$	$\tau_A(\theta) = \tau_{xy} \cdot \cos(2\theta) / \sqrt{2}$ $\sigma_{\perp}(\theta) = \tau_{xy} \cdot \sin(2\theta) / 2$

### 3. Critérios de vida infinita para fadiga multiaxial

#### 3.1. Critério de Findley para vida infinita – trincas por *cisalhamento*

Decidiu-se fazer um estudo mais aprofundado do critério de Findley [7], em contraste com modelos invariantes, como o de Sines [8] e Crossland [9], por exemplo. Isso porque os modelos invariantes têm como premissa que, no limite de fadiga, os materiais são perfeitamente descritos por Mises ( $\frac{\tau_L}{S_L} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ), o que não necessariamente é verdade, como será apresentado no Cap. 4 a partir da análise dos dados de limites de fadiga extraídos do FADOFF. Os materiais podem ter  $\tau_L < S_L / \sqrt{3}$  – no caso, isso indica que eles são mais sensíveis a tensões cisalhantes, pois seu limite de fadiga à tensão cisalhante  $\tau_L$  é menor do que o que seria calculado por von Mises,  $S_L / \sqrt{3}$  – ou podem ter, por sua vez,  $\tau_L > S_L / \sqrt{3}$ , o que indica que eles são mais sensíveis a tensões normais.

O critério de Findley é baseado na maximização ao longo de  $\theta$  e  $\phi$  de um parâmetro que considera o efeito das gamas de tensão cisalhantes  $\Delta\tau$  e o valor do pico de tensão normal perpendicular ao plano da trinca  $\sigma_{\perp\text{pico}}$  sofrido nos ciclos de carregamento (note que a tensão máxima a ser considerada é a maior em cada ciclo de carregamento, ou seja, no tempo, mas a maximização do critério de Findley é espacial, nas direções  $\theta$  e  $\phi$ ). Por considerar o efeito das gamas de tensão cisalhantes  $\Delta\tau$  sem considerar as gamas de tensão normal  $\Delta\sigma$ , o modelo é indicado apenas para a previsão de surgimento de trincas por dano causado primariamente por cisalhamento, como é o caso das trincas A90(S) e B45(S).

O critério é dado pelo problema de maximização:

$$\max_{\theta, \varphi} \left[ \frac{\Delta\tau(\theta, \varphi)}{2} + \alpha_F \sigma_{\perp \text{pico}}(\theta, \varphi) \right] = \beta_F \quad \text{Eq. 5}$$

onde  $\alpha_F$  é o “Stress Scale Factor” (SFF) do modelo de Findley e  $\beta_F$  é o limite de fadiga do modelo de Findley. A ideia fundamental do critério é que a trinca por fadiga será iniciada no plano  $(\theta, \varphi)$  que maximizar o lado esquerdo da equação, quando o parâmetro de dano for igual ou maior que o lado direito. Uma grande vantagem do modelo é que ele substitui a necessidade de um diagrama  $\sigma_a \sigma_m$ , pois o efeito das cargas médias já está embutido na equação e pode ser calibrado pelo parâmetro ajustável  $\alpha_F$ . No Cap. 4 esse parâmetro será calculado, para os dados experimentais, e comparações serão feitas com as estimativas clássicas de Goodman, Gerber e Soderberg.

Há apenas duas opções possíveis para  $\varphi$  no caso de superfícies livres, conforme apresentado anteriormente:  $90^\circ$  ou  $45^\circ$ . Assim, é possível calcular, a partir das equações listadas na Tabela 2, as expressões para os parâmetros  $\alpha_F$  e  $\beta_F$  para os casos A90(S) e B45(S).

### 3.1.1. Dedução de $\alpha_F$ e $\beta_F$ de Findley para trincas A90(S)

Para extrair os parâmetros  $\alpha_F$  e  $\beta_F$ , será necessário calibrar a equação resultante com dois casos diferentes de limites de fadiga dentre  $S_L$ ,  $S_{Lp}$ ,  $\tau_L$  e  $\tau_{Lp}$ . Como as trincas A90(S) estão associadas a tensões normais de pico combinadas com gama de torção, serão utilizados os casos de torção pura e tensão normal pura para resultar nas equações a serem usadas.

#### 3.1.1.1. A90(S) - Equação de $\alpha_F$ e $\beta_F$ para torção cíclica pura

Para uma tensão cisalhante alternada, gerada por torção pura, definida como  $\tau_a = \Delta\tau/2 = \Delta\tau_{xy}/2 = \Delta\tau_A/2$ , onde A é o plano da trinca conforme definido na Figura 3, é possível obter, da Tabela 1, que

$$\begin{aligned} \tau_A(\theta) &= \tau_a \cdot \cos(2\theta) \\ \sigma_{\perp}(\theta) &= \tau_a \cdot \sin(2\theta) \end{aligned} \quad \text{Eq. 6}$$

onde  $\sigma_{\perp}$  é a tensão normal perpendicular ao plano de iniciação da trinca, onde atua a tensão cisalhante. O ângulo  $\theta$  que maximiza o parâmetro de Findley não necessariamente é o  $\theta$  de cisalhamento máximo  $\tau_{xy}$  nem o  $\theta$  de tensões normais máximas  $\sigma_1$ . Em vez disso, a trinca ocorrerá na direção  $\theta$  que maximizar o

parâmetro de dano de Findley  $[\frac{\Delta\tau(\theta)}{2} + \alpha_F \cdot \sigma_{\perp\text{pico}}(\theta)]$ , onde a tensão  $\sigma_{\perp\text{pico}}$  é a tensão perpendicular ao plano da trinca na condição de pico do carregamento.

Inserindo as definições da Eq. (6) no parâmetro de dano de Findley, derivando em  $\theta$  e igualando a zero para achar o ponto de máximo, temos

$$[\frac{\Delta\tau(\theta)}{2} + \alpha_F \cdot \sigma_{\perp\text{pico}}(\theta)] = \tau_a \cdot \cos(2\theta) + \alpha_F \cdot \tau_a \cdot \text{sen}(2\theta) = \beta_F \quad \text{Eq. 7}$$

$$\frac{\partial(\cos(2\theta) + \alpha_F \cdot \text{sen}(2\theta))}{\partial\theta} = 0 \rightarrow -\text{sen}(2\theta) + \alpha_F \cdot \cos(2\theta) = 0 \rightarrow \tan(2\theta) = \alpha_F$$

$$\tan(2\theta) = \alpha_F \rightarrow \cos(2\theta) = \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha_F^2}}, \quad \text{sen}(2\theta) = \frac{\alpha_F}{\sqrt{1 + \alpha_F^2}}, \text{ ver Fig. 8} \quad \text{Eqs. 8}$$

$$(8 \rightarrow 7): \tau_a \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{1 + \alpha_F^2}} + \alpha_F \cdot \frac{\alpha_F}{\sqrt{1 + \alpha_F^2}} \right) = \beta_F \rightarrow \tau_a \cdot \left( \frac{1 + \alpha_F^2}{\sqrt{1 + \alpha_F^2}} \right) = \beta_F \rightarrow \tau_a \cdot \sqrt{1 + \alpha_F^2} = \beta_F \quad \text{Eq. 9}$$

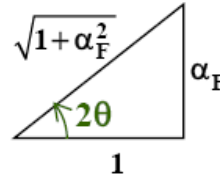


Figura 8 – Relação geométrica, consequência da dedução de  $\tan(2\theta) = \alpha_F$  [1]

### 3.1.1.2. A90(S) - Equação de $\alpha_F$ e $\beta_F$ para tensão normal cíclica pura

Para tensões normais alternadas definidas por  $\sigma_a = \Delta\sigma/2$  e  $\sigma_{\text{max}}$ , é possível obter, da Tabela 1, que

$$\begin{aligned} \tau_A(\theta) &= -0.5 \cdot \sigma_a \cdot \text{sen}(2\theta) \rightarrow \Delta\tau_A(\theta) = |-0.5 \cdot \Delta\sigma_x \cdot \text{sen}(2\theta)| = \sigma_a \cdot \text{sen}(2\theta) \\ \sigma_{\perp}(\theta) &= \sigma_x \cdot \cos^2(\theta) \end{aligned} \quad \text{Eq. 10}$$

A trinca ocorrerá na direção  $\theta$  que maximizar o parâmetro de dano de Findley  $[\frac{\Delta\tau(\theta)}{2} + \alpha_F \cdot \sigma_{\perp\text{pico}}(\theta)]$ , onde a tensão  $\sigma_{\perp\text{pico}}$  é a tensão perpendicular ao plano da trinca na condição de pico do carregamento, i.e.  $\sigma_x = \sigma_{\text{pico}}$ .

Inserindo as definições da Eq. (10) no parâmetro de dano de Findley, derivando em  $\theta$  e igualando a zero para achar o ponto de máximo, temos

$$\left[\frac{\Delta\tau(\theta)}{2} + \alpha_F \cdot \sigma_{\perp\text{pico}}(\theta)\right] = \frac{\sigma_a \cdot \text{sen}(2\theta)}{2} + \alpha_F \cdot \sigma_{\text{pico}} \cdot \cos^2(\theta) = \beta_F \quad \text{Eq. 11}$$

$$\frac{\partial \left( \frac{\sigma_a \cdot \text{sen}(2\theta)}{2} + \alpha_F \cdot \sigma_{\text{pico}} \cdot \cos^2(\theta) \right)}{\partial \theta} = 0 \rightarrow$$

$$\sigma_a \cdot \cos(2\theta) - \alpha_F \cdot 2\cos(\theta)\text{sen}(\theta) = \sigma_a \cdot \cos(2\theta) - \alpha_F \cdot \text{sen}(2\theta) = 0 \rightarrow$$

$$\theta = \theta_{\text{cr}} = \frac{1}{2} \cdot \tan^{-1} \left( \frac{\sigma_a}{\alpha_F \cdot \sigma_{\text{pico}}} \right) \quad \text{Eq. 12}$$

$$(12 \rightarrow 11): \frac{\sigma_a}{2} \cdot \text{sen} \left( \tan^{-1} \left( \frac{\sigma_a}{\alpha_F \cdot \sigma_{\text{pico}}} \right) \right) + \frac{\alpha_F}{2} \cdot \sigma_{\text{pico}} \cdot \cos^2 \left( \frac{1}{2} \cdot \tan^{-1} \left( \frac{\sigma_a}{\alpha_F \cdot \sigma_{\text{pico}}} \right) \right) = \beta_F \rightarrow$$

$$\sqrt{\left(\frac{\sigma_a}{2}\right)^2 + \left(\left(\frac{\alpha_F}{2}\right) \cdot \sigma_{\text{pico}}\right)^2} + \left(\frac{\alpha_F}{2}\right) \cdot \sigma_{\text{pico}} = \beta_F \quad \text{Eq. 13}$$

### 3.1.1.3. A90(S) – Calibração de $\alpha_F$ e $\beta_F$

Como trincas A90(S) podem ser iniciadas sob efeito de cargas de torção cíclicas puras ou em combinação de torção com tração cíclica, serão usados os limites de fadiga  $\tau_a = \tau_L$  e  $\sigma_a = \sigma_{\text{pico}} = S_L$ , ambos sob cargas totalmente alternadas, i.e.  $R=-1$ . A calibração será feita a partir das Eqs. (9) e (13):

$$\begin{cases} \tau_L \cdot \sqrt{1 + \alpha_F^2} = \beta_F \\ \frac{S_L}{2} \cdot \left( \sqrt{1 + \alpha_F^2} + \alpha_F \right) = \beta_F \end{cases}$$

Resolvendo o sistema de equações para  $\alpha_F$  e  $\beta_F$ , temos

$$\alpha_F = \frac{1 - \frac{S_L}{2 \cdot \tau_L}}{\sqrt{\frac{S_L}{\tau_L} - 1}} \quad ; \quad \beta_F = \frac{0.5 \cdot S_L}{\sqrt{\frac{S_L}{\tau_L} - 1}} \quad \text{Eqs. 14}$$

### 3.1.2. Dedução de $\alpha_F$ e $\beta_F$ para trincas B45(S)

#### 3.1.2.1. B45(S) - Equação de $\alpha_F$ e $\beta_F$ para tensão normal cíclica pura

Como torção pura sempre induzirá trincas A90(S), no caso das trincas B45(S) será necessário fazer a calibração dos parâmetros  $\alpha_F$  e  $\beta_F$  a partir da mesma equação

da maximização do parâmetro de dano, mas para o caso de tensão normal cíclica pura, sob duas condições de carregamento – totalmente alternada ( $R=-1$ ) e pulsante ( $R=0$ ).

Para tensões normais alternadas definidas por  $\sigma_a = \Delta\sigma/2$  e  $\sigma_{\text{pico}}$ , é possível obter, da Tabela 3, que

$$\begin{aligned} \tau_A(\theta) &= -0.5 \cdot \sigma_x \cdot \frac{\text{sen}(2\theta)}{\sqrt{2}} \\ \tau_B(\theta) &= \sigma_{\perp}(\theta) = \sigma_x \cdot \frac{\cos^2(\theta)}{2} \end{aligned} \rightarrow \tau_B = -\tau_A \cdot \frac{\sqrt{2} \cos^2(\theta)}{\text{sen}(\theta)} \quad \text{Eq. 15}$$

O fato de termos, a partir da Eq. (15),  $\tau_B$  e  $\tau_A$  diretamente proporcionais para qualquer direção  $\theta$ , quer dizer que os carregamentos nesse plano serão sempre proporcionais. A gama de tensões equivalentes  $\Delta\tau$  será então  $\Delta\tau = \sqrt{\Delta\tau_A^2 + \Delta\tau_B^2}$ . Como o termo que inclui  $\sigma_x \cdot \cos^2(\theta)$  em  $\tau_B(\theta)$  é multiplicado por um fator 1/2, maior do que o fator  $1/(2\sqrt{2})$  que multiplica  $\sigma_x \cdot \text{sen}(2\theta)$  em  $\tau_A(\theta)$ , essa gama é maximizada para o valor de  $\theta$  que maximiza  $\cos^2(\theta)$ , ou seja,  $\theta = 0^\circ$ .

Mas a direção  $\theta = 0^\circ$  também é a direção que maximiza o termo  $\sigma_{\perp}(\theta) = \sigma_x \cdot \frac{\cos^2(\theta)}{2}$ . Por esse motivo, pode-se concluir que, para a tensão normal cíclica pura, o plano crítico de trincas B45(S) será sempre ( $\theta = 0^\circ$ ,  $\varphi = 45^\circ$ ). Reescrevendo o critério de Findley para esse caso:

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\Delta\tau(0)}{2} + \alpha_F \cdot \sigma_{\perp\text{pico}}(0) \right] &= \sigma_a \cdot \frac{\cos^2(0)}{2} + \alpha_F \cdot \sigma_{\text{pico}} \cdot \frac{\cos^2(0)}{2} = \beta_F \\ \frac{\sigma_a + \alpha_F \cdot \sigma_{\text{pico}}}{2} &= \beta_F \end{aligned} \quad \text{Eq. 16}$$

### 3.1.2.2. B45(S) – Calibração de $\alpha_F$ e $\beta_F$

Não é esperado que trincas B45(S) surjam sob carregamentos de torção pura, o que exclui qualquer possível significado físico de uma calibração de  $\alpha_F$  e  $\beta_F$  envolvendo o limite de fadiga torsional  $\tau_L$ . Por isso, a calibração será feita sob as condições de carregamento de tensão-compressão cíclica normal em duas condições – totalmente alternada ( $S_L = \sigma_a = \sigma_{\text{pico}}$ ,  $R=-1$ ) e pulsante ( $S_{Lp} = \sigma_a = \sigma_m = \sigma_{\text{pico}}/2$ ,  $R=0$ ).

Aplicando os valores apropriados de  $S_L$  e  $S_{Lp}$  para cada um dos casos descritos acima na Eq. (16), temos

$$\begin{cases} S_L \cdot (1 + \alpha_F) = 2 \cdot \beta_F \\ S_{Lp} \cdot (1 + 2 \cdot \alpha_F) = 2 \cdot \beta_F \end{cases}$$

Resolvendo o sistema de equações para  $\alpha_F$  e  $\beta_F$ , temos

$$\alpha_F = \frac{S_L - S_{Lp}}{2S_{Lp} - S_L} \quad ; \quad \beta_F = \frac{S_L \cdot S_{Lp} \cdot 0.5}{2S_{Lp} - S_L} \quad \text{Eqs. 17}$$

Note que muitos trabalhos utilizam a mesma calibração dos parâmetros de Findley para os casos A90(S) e B45(S). No entanto, como demonstrado acima, essa calibragem precisa ser conduzida de forma diferente em ambos os casos, uma observação que está de acordo com o critério de dano de McDiarmid, que se baseia em equações distintas para os 2 casos.

### 3.2. Critério de Smith-Watson-Topper elástico (ESWT) para vida infinita – trincas dominadas pela *tensão normal*

O critério de Findley só consegue descrever o comportamento no limite de fadiga de materiais que são mais sensíveis à tensão cisalhante, pois ele não considera o efeito das gamas de tensões normais  $\Delta\sigma_{\perp}$ . Em materiais frágeis, que tendem a ser sensíveis às tensões normais,  $\Delta\sigma_{\perp}$  (assim como o pico de  $\sigma_{\perp}$ ) tende a ser o principal fator para o surgimento da trinca e, nesse caso, é necessário utilizar um modelo que considere esse parâmetro no critério de vida infinita.

Trincas dominadas por tensão normal surgem primariamente em planos A90 (caso A90(T)), pois o outro plano possível (B45) possui componentes normais sempre menores que as de um plano A90 de mesmo ângulo  $\theta$ .

Na prática, trincas A90(T) têm maior probabilidade de surgirem em materiais que possuem o parâmetro  $\tau_L/S_L \gg 0.577$ , enquanto que trincas A90(S) e B45(S) são esperadas em materiais com  $\tau_L/S_L < 0.577$  ou um pouco acima desse valor de von Mises.

Assim, para as trincas A90(T), é necessário o emprego de um critério que considere as gamas de tensões normais  $\Delta\sigma_{\perp}$ . Um modelo apropriado para esse caso é o de Smith-Watson



Topper, cuja versão multiaxial inclui a possibilidade de deformações plásticas macroscópicas no ponto crítico:

$$\max_{\theta, \varphi} \left[ \sigma_{\perp \text{pico}}(\theta, \varphi) \cdot \frac{\Delta \varepsilon_{\perp}(\theta, \varphi)}{2} \right] = \frac{\sigma_c^2}{E} (2N)^{2b} + \sigma_c \varepsilon_c (2N)^{b+c} \quad \text{Eq. 18}$$

O critério, formulado dessa maneira, visa a obtenção do plano  $(\theta, \varphi)$  onde o dano é maximizado (calculador por Miner, por exemplo, para cada um dos planos-candidato), sendo portanto originalmente uma formulação para vidas finitas.

Reduzindo a análise para o critério de vida infinita, onde  $N=N_L$ , e sabendo que essas trincas só poderão ser iniciadas em  $\varphi = 90^\circ$  segundo esse critério, é possível usar a seguinte versão elástica do critério de Smith-Watson-Topper (ESWT) para vidas longas:

$$\text{Elástico} \rightarrow \left. \begin{array}{l} \varepsilon_c = 0 \\ E \cdot \Delta \varepsilon_{\perp} = \Delta \sigma_{\perp} \end{array} \right\} \text{ em Eq. (18)}$$

$$\max_{\theta, 90} \left[ \sigma_{\perp \text{pico}}(\theta, 90) \cdot \frac{\Delta \sigma_{\perp}(\theta, 90)}{2} \right] = \sigma_c^2 \cdot (2N_L)^{2b} \quad \text{Eq. 19}$$

onde  $\sigma_c$  e  $b$  são coeficientes da parte elástica da curva de Coffin-Manson, que são propriedades do material.

A partir do caso totalmente alternado ( $\sigma_m=0$ ,  $\sigma_a=\sigma_{\text{pico}}=\Delta\sigma/2$ ), é possível reescrever a Eq.(19) para o caso geral em função dos parâmetros  $B$  e  $C$  da curva de Wöhler:

$$\sigma_{\perp \text{pico}} = \frac{\Delta \sigma_{\perp}}{2} \rightarrow \text{Wöhler} \rightarrow \begin{cases} N_L \cdot \left( \frac{\Delta \sigma_{\perp}}{2} \right)^B = C \rightarrow \frac{\Delta \sigma_{\perp}}{2} = \left( \frac{C}{N_L} \right)^{\frac{1}{B}} \\ N_L \cdot (\sigma_{\perp \text{pico}})^B = C \rightarrow \sigma_{\perp \text{pico}} = \left( \frac{C}{N_L} \right)^{\frac{1}{B}} \end{cases}$$

$$\downarrow$$

$$\sigma_{\perp \text{pico}}(\theta, 90) \cdot \frac{\Delta \sigma_{\perp}(\theta, 90)}{2} = \left( \frac{C}{N_L} \right)^{\frac{2}{B}} = S_L^2 \quad \text{Eq. 20}$$

Os parâmetros  $B$  e  $C$  podem ser calibrados a partir das estimativas da curva de Wöhler  $S_F(10^3) = 0.76 S_U$  e  $S_F(10^6) = S_l = 0.5 S_U$  para corpos de prova Moore polidos, ou, preferencialmente, a partir de dados experimentais.

A partir da Eq.(20), uma relação  $\sigma_a \sigma_m$  pode ser deduzida:

$$S_L = \sqrt{(\sigma_a + \sigma_m) \cdot \sigma_a}$$

$$\text{Para cargas pulsantes, temos } \rightarrow \frac{S_L}{S_{Lp}} = \frac{\tau_L}{\tau_{Lp}} = \sqrt{2} \cong 1.41 \quad \text{Eq. 21}$$

Conforme será apresentado no Cap. 4, a equação acima ajusta bem dados de materiais frágeis, como ferros fundidos, cuja falha tende a ser dominada pela gama de tensões normais.

A partir da aplicação das relações para uma carga torsional pura, é possível deduzir a relação prevista por ESWT para  $\tau_L/S_L$ , parâmetro que é um bom indicador do quão sensível o material é a tensões normais (quanto maior, mais sensível, sendo que em geral  $\tau_L/S_L > 0.8$  para ferros fundidos).

Para torção pura,  $\sigma_{\perp\text{pico}} = \sigma_{1\text{pico}} = \tau_a$ , vide o exemplo da direita do círculo de Mohr da Fig. 6. Similarmente a essa figura, um círculo de Mohr das deformações poderia ser desenhado, centrado na origem com o eixo vertical  $\gamma/2$  (deformação cisalhante) e horizontal  $\varepsilon$  (deformação linear). Assim, sob torção pura, a amplitude  $\varepsilon_a$  de deformação normal a 45 graus do plano de cisalhamento máximo com amplitude  $\gamma_a$  seria tal que  $\varepsilon_a = \gamma_a/2$ . Pela lei de Hooke, onde  $G$  é o módulo de cisalhamento do material,  $E$  é o módulo de Young, e  $\nu$  é o coeficiente de Poisson elástico, temos:

$$\gamma_a = \frac{\tau_a}{G} ; G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \rightarrow \varepsilon_a = \frac{\tau_a \cdot (1 + \nu)}{E} \rightarrow \sigma_{\perp a} = \frac{\Delta \sigma_{\perp}}{2} = \tau_a \cdot (1 + \nu) \quad \text{Eq. 22}$$

Substituindo a Eq.(22) na Eq.(20), no limite de fadiga, temos

$$\sigma_{\perp\text{pico}} \cdot \sigma_{\perp a} = \tau_a \cdot \tau_a \cdot (1 + \nu) = \tau_L^2 \cdot (1 + \nu) = S_L^2 \rightarrow \frac{\tau_L}{S_L} = \frac{1}{\sqrt{1 + \nu}} \quad \text{Eq. 23}$$

A expressão acima é uma das contribuições desde trabalho, uma estimativa corroborada por dados experimentais em diversos metais, como estudado adiante. Note que, neste trabalho, será considerado para aços que  $\nu = 0.29$ , e  $\nu = 0.28$  para ferros fundidos, valores médios para esses materiais obtidos a partir das análises na base de dados FADOFF. Para esses materiais, a Eq.(23) resulta, respectivamente, em  $\tau_L/S_L$  igual a 0.881 e 0.884. No capítulo a seguir, esta base de dados é analisada perante às equações apresentadas acima.

## 4. Análise da base de dados de limites de fadiga

Os capítulos anteriores mostraram que os limites de fadiga  $S_L$ ,  $S_{Lp}$ ,  $\tau_L$  e  $\tau_{Lp}$ , que são propriedades dos materiais (e eventualmente dos detalhes dos componentes), são parâmetros que permitem a calibração das constantes  $\alpha_F$  e  $\beta_F$  do modelo de Findley. Da mesma forma, é possível traçar relações relevantes entre esses parâmetros a partir do modelo ESWT. Ambos os modelos oferecem critérios para o surgimento de trinca em fadiga multiaxial, mas eles se diferenciam na aplicabilidade, na medida em que o primeiro é o dominante nos materiais onde domina o cisalhamento no plano da trinca, e o segundo naqueles em que dominam as tensões normais ao plano da trinca.

Assim, a partir do registro das propriedades  $S_L$ ,  $S_{Lp}$ ,  $\tau_L$  e  $\tau_{Lp}$ , assim como de outras propriedades mecânicas de relevância do website FADOFF, será feita uma análise crítica dos mecanismos de iniciação de trinca mais prováveis para cada caso experimentalmente medido, focando em dados de aços e ferros fundidos.

### 4.1. FADOFF

Como discutido anteriormente, os dados utilizados neste trabalho são provenientes do projeto FADOFF [5], uma iniciativa de um consórcio composto por universidades e empresas da República Tcheca, coordenado pelo professor Jan Papuga da Universidade Técnica Tcheca de Praga. O projeto tem como objetivo fornecer bancos de dados de informações relevantes para projetos de fadiga, em especial em fadiga multiaxial, além de validar diversos métodos computacionais de cálculo de dano.

Foram utilizadas as propriedades estáticas e os limites de fadiga dos materiais registrados na “*Database of Materials*” (banco de dados de materiais) que possuíam pelo menos um dos quatro limites ( $S_L$ ,  $S_{Lp}$ ,  $\tau_L$  e  $\tau_{Lp}$ ) registrados. Como explicado no website, “esse banco de dados foca nas propriedades estáticas e de fadiga do material às quais é feita referência em diversos *papers* de pesquisa, científicos e técnicos” ([5], tradução livre). Para cada um dos materiais documentados, é feita no website a referência à publicação onde o experimento que gerou as propriedades em questão foi citado.

## 4.2. Limites de fadiga e resistência à ruptura $S_u$

### 4.2.1. Cargas axiais totalmente alternadas: $S_L$

É amplamente utilizada a estimativa contida em Juvinall [2] de que, para aços em corpos de prova polidos,  $S_L = 0.5 S_U$ . Essa relação simples já foi validada em várias publicações, inclusive em [4], com bons resultados. Similarmente, também é proposto que, para ferros fundidos,  $S_L = 0.4 S_U$  [2].

Essas relações foram comparadas neste trabalho com o encontrado a partir dos dados experimentais do banco de dados do site FADOFF. O resultado pode ser encontrado na Fig. 9, para aços estruturais, e na Fig. 10, para ferros fundidos.

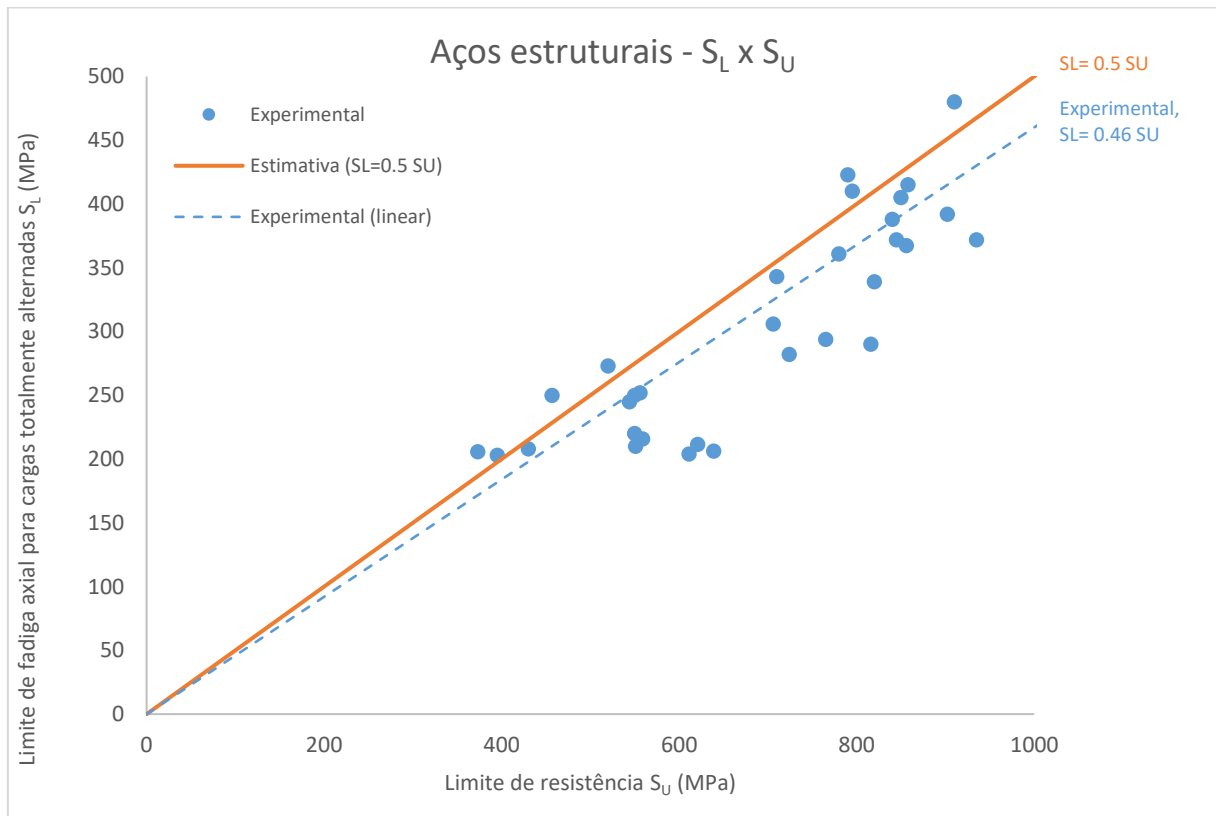


Figura 9 – Aços estruturais -  $S_L \times S_U$ . Comparação da estimativa clássica  $S_L=0.5 S_U$  com dados experimentais.

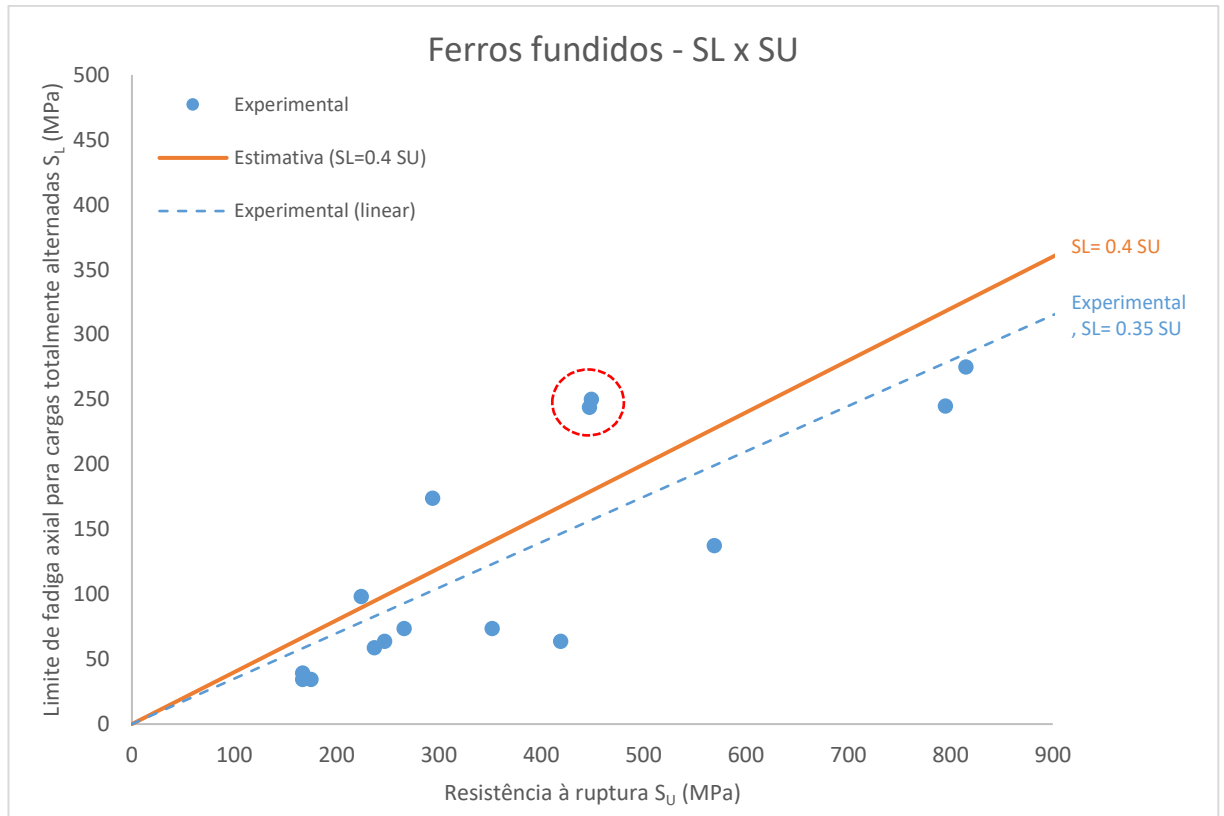


Figura 10 – Ferros fundidos -  $S_L \times S_U$ . Comparação da estimativa clássica  $S_L=0.4 S_U$  com dados experimentais

Pode-se dizer que os ajustes lineares a partir da origem dos diagramas, a partir de 38 amostras para aços e 15 para ferros fundidos, apresentam resultados que corroboram as estimativas propostas, mas demonstram que elas não são absolutas – destacam-se os ferros fundidos GGG 40 ( $S_U=447\text{MPa}$ ,  $S_L=244\text{MPa}$ ) e GTS 45 ( $S_U=449\text{MPa}$ ,  $S_L=250\text{MPa}$ ), envolvidos na figura, com limites de fadiga acima do esperado. Há dispersão considerável, principalmente para os ferros fundidos. Uma comparação com mais amostras garantiria mais representatividade do grupo de materiais.

#### 4.2.2. Cargas axiais pulsantes ( $S_{LP}$ )

No caso das cargas pulsantes, é necessário considerar o efeito da carga média  $\sigma_m$ , que no limite de fadiga nesse caso pulsante se relacionaria por  $\sigma_m = \sigma_a = S_{LP}$ . Esse limite pulsante pode ser estimado por curvas clássicas de Goodman, Gerber e Soderberg, por exemplo. É possível comparar os dados experimentais com essas estimativas, incluindo também a estimativa discutida anteriormente de  $S_L=0.5 S_U$  para aços e  $S_L=0.4 S_U$  para ferros fundidos.

As derivações das relações usadas para Goodman, Gerber e Soderberg para os aços e ferros fundidos são detalhadas a seguir.

#### 4.2.2.1. Goodman

A curva de Goodman relaciona uma tensão cíclica totalmente alternada de amplitude  $\sigma_{aeq}$  com um par  $\{\sigma_m, \sigma_a\}$  que geraria dano por fadiga equivalente no corpo de prova, segundo:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{aeq}} + \frac{\sigma_m}{S_u} = 1 \quad \text{Eq. 24}$$

No caso de interesse, temos  $S_L$  como o limite de fadiga a cargas totalmente alternadas e, para o limite de fadiga a cargas pulsantes  $S_{LP}$ ,  $\sigma_m = \sigma_a = S_{LP}$ , portanto

$$\frac{S_{LP}}{S_L} + \frac{S_{LP}}{S_u} = 1 \rightarrow S_L = \frac{S_{LP}}{1 - \frac{S_{LP}}{S_u}} \quad \text{Eq. 25}$$

Substituindo  $S_L$  na Eq. (24) pela estimativa  $S_L = 0.5 S_u$  para aços e  $S_L = 0.4 S_u$  para ferros fundidos:

$$\text{Aços: } S_{LP} = \frac{1}{3} S_u \quad \text{Eqs. 26}$$

$$\text{Ferros fundidos: } S_{LP} = 0.29 S_u$$

#### 4.2.2.2. Gerber

A curva de Gerber relaciona uma tensão cíclica totalmente alternada de amplitude  $\sigma_{aeq}$  com um par  $\{\sigma_m, \sigma_a\}$  que geraria dano por fadiga equivalente no corpo de prova, segundo:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{aeq}} + \left(\frac{\sigma_m}{S_u}\right)^2 = 1 \quad \text{Eq. 27}$$

No caso de interesse, temos  $S_L$  como o limite de fadiga a cargas totalmente alternadas e, para o limite de fadiga a cargas pulsantes  $S_{LP}$ ,  $\sigma_m = \sigma_a = S_{LP}$ , portanto

$$\frac{S_{LP}}{S_L} + \left(\frac{S_{LP}}{S_U}\right)^2 = 1 \rightarrow S_L = \frac{S_{LP}}{1 - \left(\frac{S_{LP}}{S_U}\right)^2} \quad \text{Eq. 28}$$

Analogamente, substituindo  $S_L$  na Eq.(28) pela a estimativa  $S_L=0.5 S_U$  para aços e  $S_L=0.4 S_U$  para ferros fundidos:

$$\text{Aços: } 0.5 S_{LP}^2 + S_{LP} \cdot S_U - 0.5 S_U^2 = 0$$

$$\text{Ferros fundidos: } 0.4 S_{LP}^2 + S_{LP} \cdot S_U - 0.4 S_U^2 = 0$$

↓

$$\text{Aços: } S_{LP} = (\sqrt{2} - 1) S_U = \mathbf{0.41 S_U}$$

$$\text{Ferros fundidos: } S_{LP} = \left(\frac{\sqrt{41} - 5}{4}\right) S_U = \mathbf{0.35 S_U}$$

Eqs. 29

#### 4.2.2.3. Soderberg

A curva de Soderberg relaciona uma carga totalmente alternada que gera tensão de amplitude  $\sigma_{aeq}$  com um par  $\{\sigma_m, \sigma_a\}$  que geraria dano por fadiga equivalente no corpo de prova, segundo:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{aeq}} + \frac{\sigma_m}{S_Y} = 1 \quad \text{Eq. 30}$$

onde  $S_Y$  é a resistência ao escoamento do material. No caso de interesse, temos  $S_L$  como o limite de fadiga a cargas totalmente alternadas e, para o limite de fadiga a cargas pulsantes  $S_{LP}$ ,  $\sigma_m = \sigma_a = S_{LP}$ , portanto

$$\frac{S_{LP}}{S_L} + \frac{S_{LP}}{S_Y} = 1 \rightarrow S_L = \frac{S_{LP}}{1 - \frac{S_{LP}}{S_Y}} \quad \text{Eq. 31}$$

Substituindo então  $S_L$  na Eq.(31) pela estimativa  $S_L=0.5 S_U$  para aços e  $S_L=0.4 S_U$  para ferros fundidos:

$$\text{Aços: } \frac{S_{LP}}{1 - \frac{S_{LP}}{S_Y}} = 0.5 S_U$$

$$\text{Ferros fundidos: } \frac{S_{LP}}{1 - \frac{S_{LP}}{S_Y}} = 0.4 S_U$$

Eqs. 32

Para expressar a relação entre  $S_{LP}$  e  $S_U$  através da equação acima, é necessário relacionar  $S_Y$  com  $S_U$  de alguma maneira. Utilizando uma regressão linear de  $S_Y$  e  $S_U$  da série de dados estudada, passando pela origem do diagrama, foi encontrado que  $S_Y=0.71 S_U$ , relação que foi usada para substituir  $S_Y$  na Eq.(32).

$$\text{Aços: } S_{LP} = 0.29 S_U$$

$$\text{Ferros fundidos: } S_{LP} = 0.26 S_U$$

Eq. 33

#### 4.2.2.4. Comparação entre $S_{LP}$ estimados e medidos

Os gráficos das Figs. 11 e 12 confrontam os dados experimentais com o previsto de acordo com as três relações (Goodman, Gerber e Soderberg), para aços e ferros fundidos.

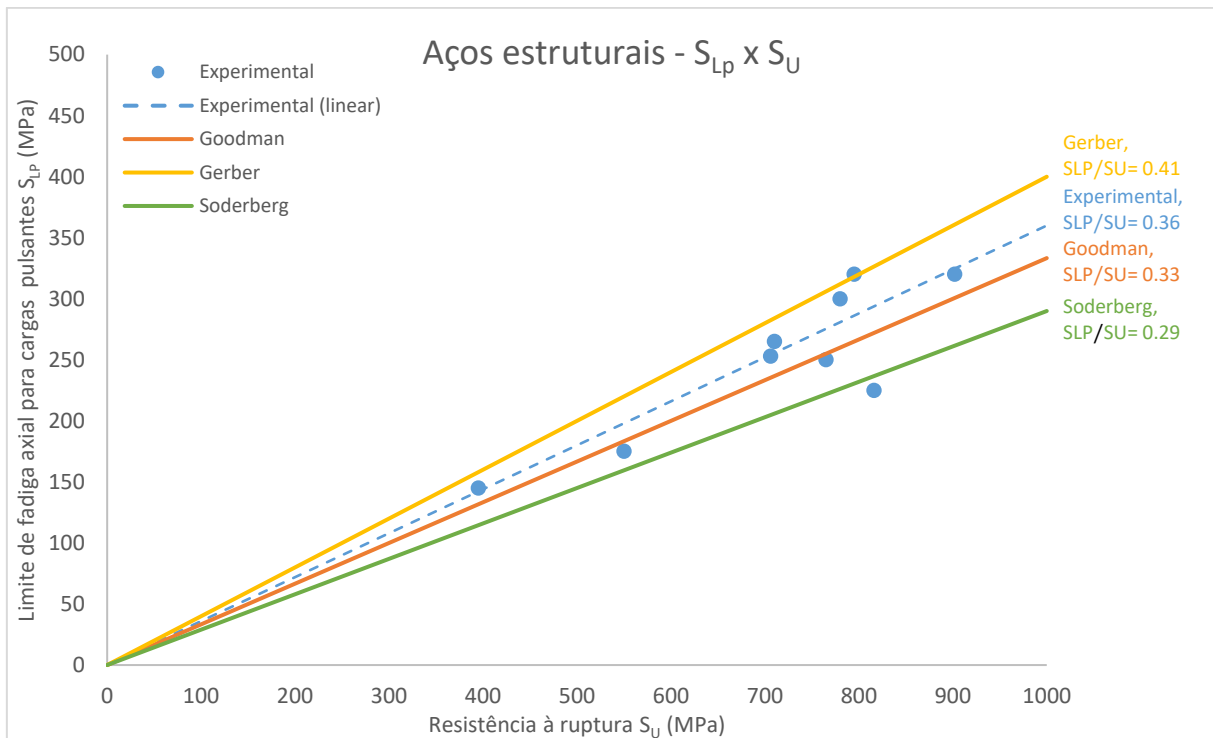


Figura 11 – Aços estruturais -  $S_{LP} \times S_U$ . Comparação de dados experimentais com as estimativas de Goodman, Gerber e Soderberg



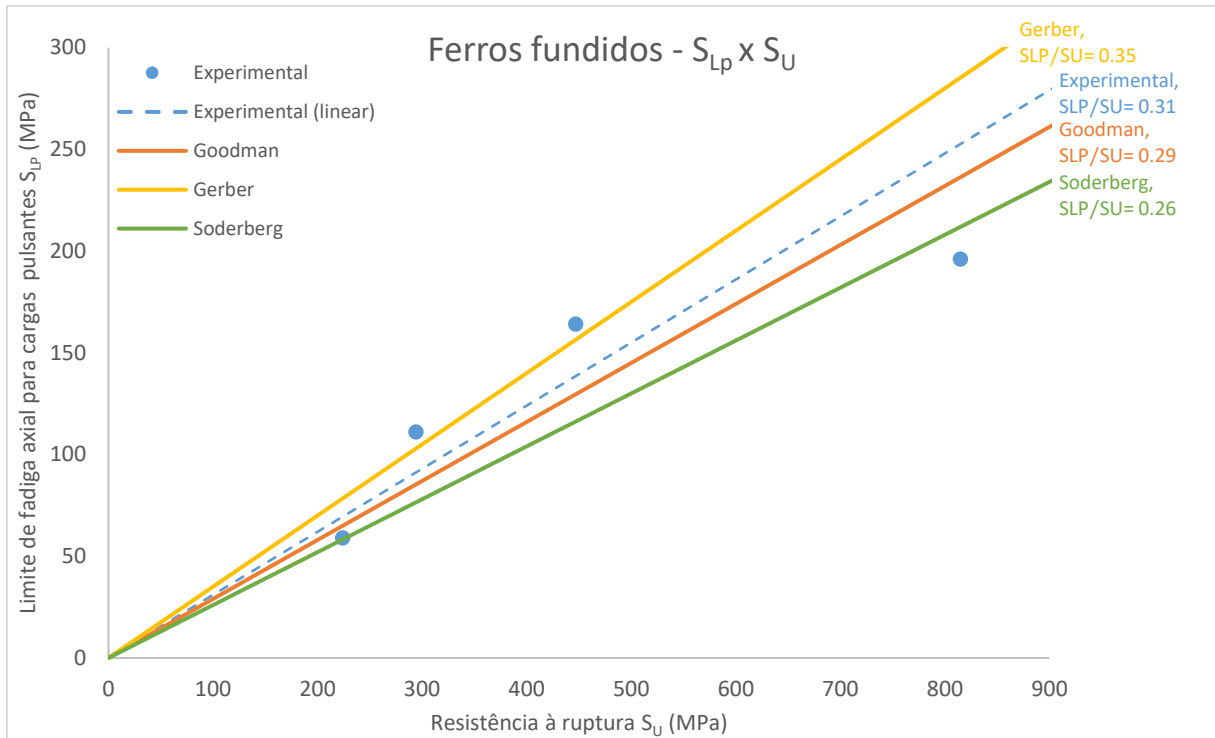


Figura 12 – Ferros fundidos -  $S_{Lp} \times S_U$ . Comparação de dados experimentais com as estimativas de Goodman, Gerber e Soderbeg

Para os resultados dos aços (11 amostras), percebe-se que a relação que mais se aproximou do ajuste linear foi Goodman, que de fato é citado como a alternativa mais usada, sendo um pouco conservativa, mas não tanto quanto Soderberg. Percebe-se que, para a maioria das amostras, Gerber seria um pouco não-conservativo.

Para os ferros fundidos (4 amostras), apesar da baixa quantidade de pontos, Goodman também fica bastante próximo do ajuste linear, mas seria necessário uma amostra mais representativa do grupo para confirmar essa tendência.

#### 4.2.3. Cargas de torção totalmente alternadas ( $\tau_L$ )

Para os dados de limite de fadiga para torção totalmente alternada, é necessário confrontar os resultados das estimativas  $S_L=0.5 S_U$  para aços e  $S_L=0.4 S_U$  para ferros fundidos com uma estimativa que relacione uma tensão normal com sua tensão de cisalhamento equivalente – tipicamente Tresca e von Mises. Nesse caso, havia amostras suficientes também de ligas de alumínio e cobre para a análise, portanto outras estimativas são necessárias para esses materiais:  $S_L=0.4 S_U$  para alumínio e, para ligas de cobre,  $S_L=0.25 S_U$  a  $0.5 S_U$  [1] - nesse caso disperso do cobre, as 4 combinações correspondentes a  $0.25 S_U$  (a) e  $0.5 S_U$  (b), para Tresca e von Mises, foram traçadas.

$$\text{Tresca: } \tau_L = \frac{S_L}{2} \rightarrow \text{Tresca, aços: } \tau_L = 0.25 S_U$$

$$\text{Tresca, ferros fundidos: } \tau_L = 0.2 S_U$$

$$\text{Tresca, alumínios: } \tau_L = 0.2 S_U$$

$$\text{Tresca, cobres (a): } \tau_L = 0.125 S_U$$

$$\text{Tresca, cobres (b): } \tau_L = 0.25 S_U$$

$$\text{Mises: } \tau_L = \frac{S_L}{\sqrt{3}} \rightarrow \text{Mises, aços: } \tau_L = 0.29 S_U$$

$$\text{Mises, ferros fundidos: } \tau_L = 0.23 S_U$$

$$\text{Mises, alumínios: } \tau_L = 0.23 S_U$$

$$\text{Mises, cobres (a): } \tau_L = 0.144 S_U$$

$$\text{Mises, cobres (b): } \tau_L = 0.29 S_U$$

Eqs. 34

Os gráficos a seguir confrontam os dados experimentais com o previsto de acordo com von Mises e Tresca, para aços, alumínios, fundidos (incluindo duas amostras de alumínio fundido) e ligas de cobre. A Fig. 13 mostra os resultados para os aços.

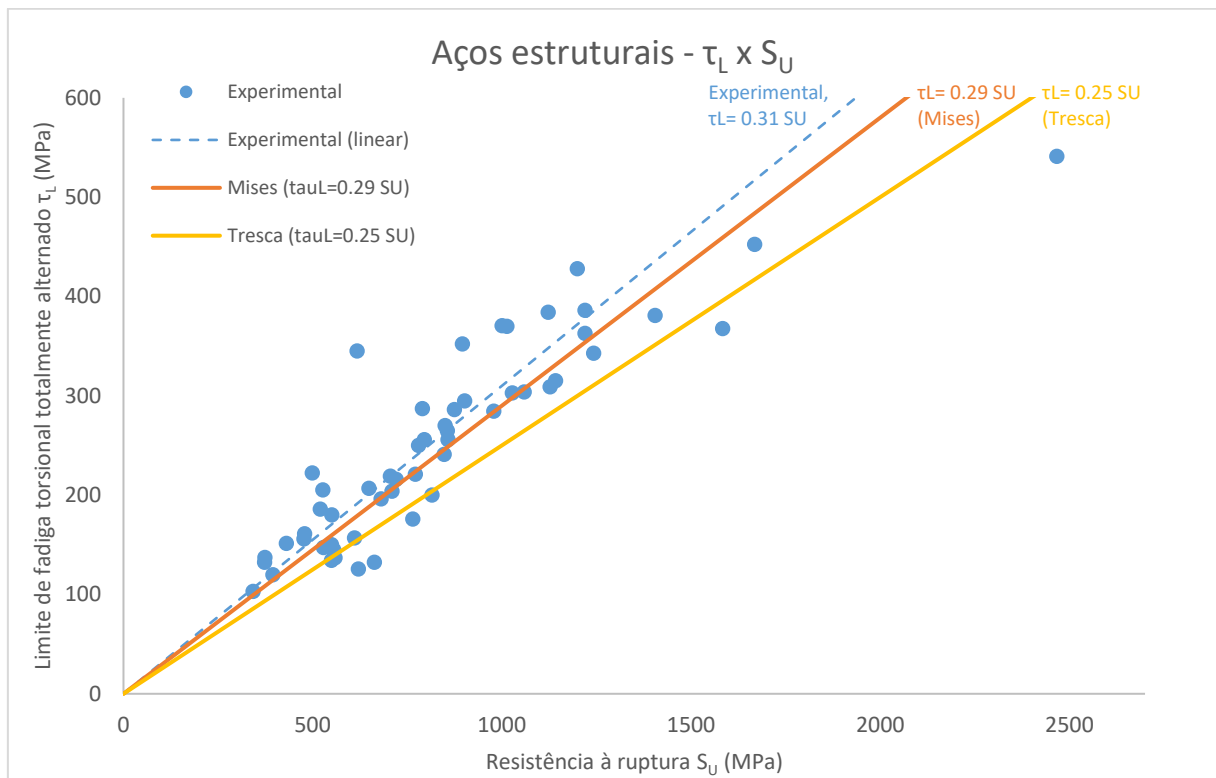


Figura 13 – Aços estruturais -  $\tau_{Lp} \times S_U$ . Comparação de dados experimentais com von Mises e Tresca.

Percebe-se que, para as 54 amostras de aços, a relação que mais se aproximou do ajuste linear dos dados foi von Mises, que de fato é o ajuste mais usado, provendo, na média, um resultado conservativo, porém não tanto quanto Tresca. Mas também fica

claro que os dados são dispersos e, para alguns casos, von Mises e até mesmo Tresca geram resultados não-conservativos.

O fato de uma parcela grande dos dados ter um ajuste superior ao de von Mises é um primeiro indicador de que, para essas amostras, é possível que os materiais tenham uma maior tendência de sensibilidade a tensões normais. Essa hipótese será mais aprofundada com o suporte de outros gráficos envolvendo o modelo de Findley.

A Fig. 14 mostra o gráfico para as ligas de alumínio estudadas. Nesse caso, para as 6 amostras de ligas de alumínio, o ajuste linear dos dados gerou compatibilidade quase perfeita com o calculado por von Mises, sendo Tresca mais conservador, exceto para uma das amostras (Al Duralumin 681 b, 112 HB).

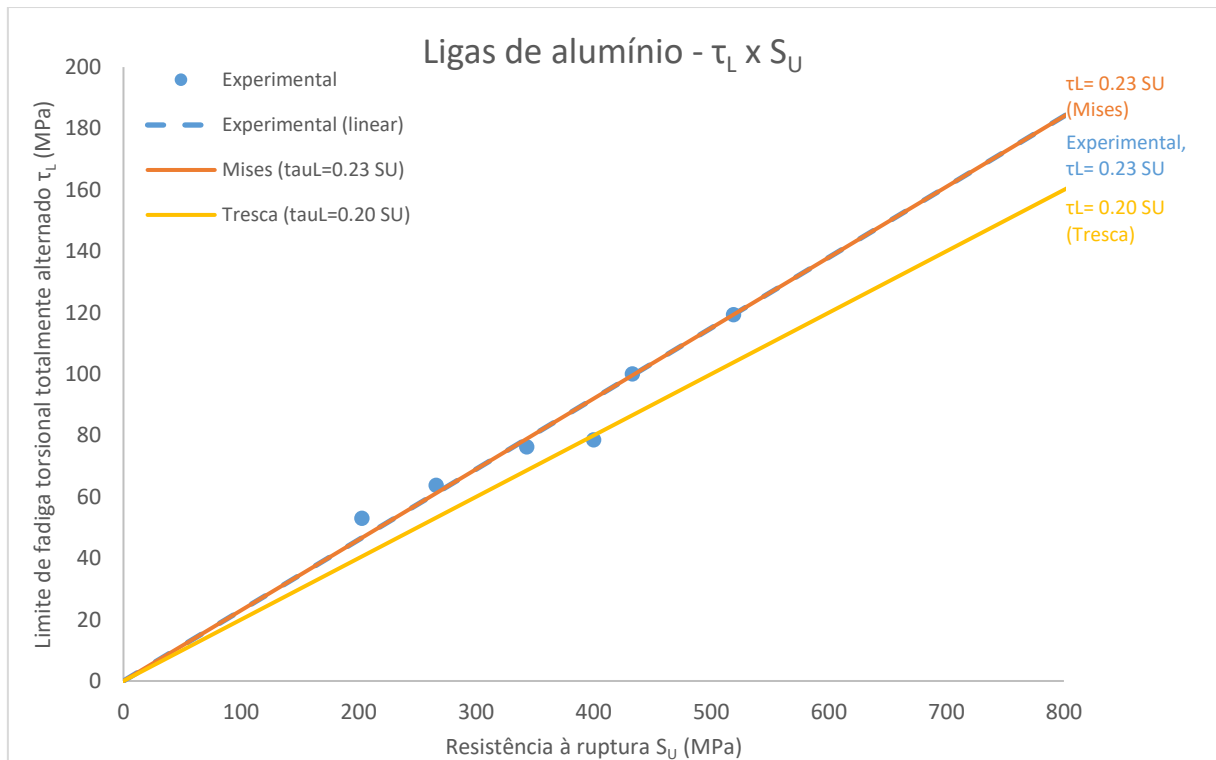


Figura 14– Ligas de alumínio -  $\tau_L \times S_U$ . Comparação de dados experimentais com von Mises e Tresca.

A Fig. 15 mostra o gráfico para os ferros e alumínios fundidos estudados. Para as 21 amostras de fundidos, que contém 2 alumínios fundidos, fica claro que o ajuste por von Mises ou Tresca não corresponde ao comportamento dos materiais. Isso se deve ao fato de que esses materiais são sensíveis a tensões normais numa proporção maior do que o suposto por esses critérios, em comparação com as tensões cisalhantes - por Mises, assume-se que essa proporção é  $\frac{\tau_L}{S_L} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0.577$  e, por Tresca,  $\frac{\tau_L}{S_L} = \frac{1}{2} = 0.5$ . No entanto, experimentalmente percebe-se que, no limite de fadiga, essa relação tende a ser bem maior para os materiais fundidos, geralmente

$\frac{\tau_L}{S_L} > 0.8$ . Assim, a conclusão é que não é recomendável usar as relações de von Mises ou Tresca para materiais fundidos.

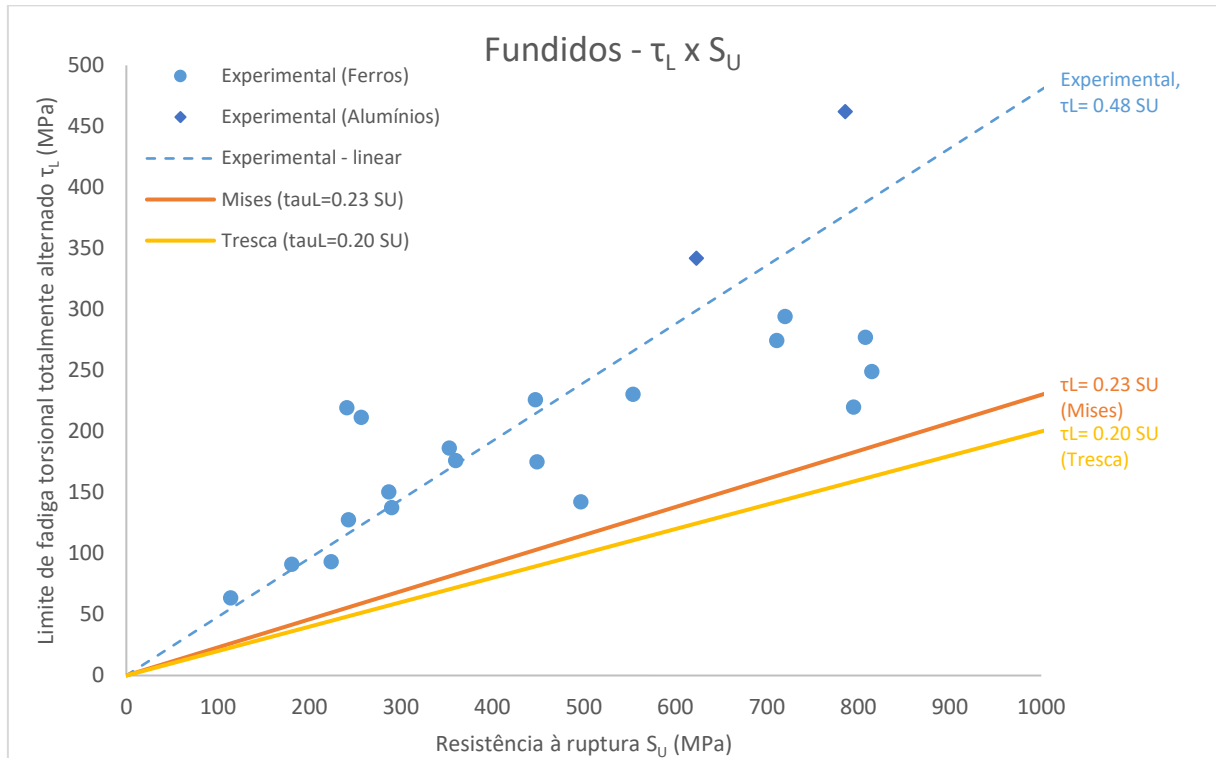


Figura 15 – Fundidos -  $\tau_L \times S_U$ . Comparação de dados experimentais com von Mises e Tresca.

Para o caso das ligas de cobre, vide Fig. 16, a estimativa leva em conta uma grande variação na relação  $S_L \times S_U$ , devido à grande variedade das composições químicas das ligas de cobre existentes, com diferentes propriedades mecânicas [2]. O gráfico da Fig. 16 mostra as estimativas combinadas com Tresca e von Mises nos limites das estimativas das ligas de cobre ( $S_L=0.25 S_U$  e  $S_L=0.5 S_U$ ). Quatro das cinco ligas de cobre avaliadas seguem com bastante fidelidade a estimativa de  $S_L=0.5 S_U$  combinada com Tresca, enquanto que, para a outra, que é uma liga de bronze forjado, a estimativa mais conservadora (Tresca com  $S_L=0.25$ ) ainda seria não conservativa – infelizmente o banco de dados não tem a informação de  $S_L$  para esse material, o que não permite validar a estimativa usada.

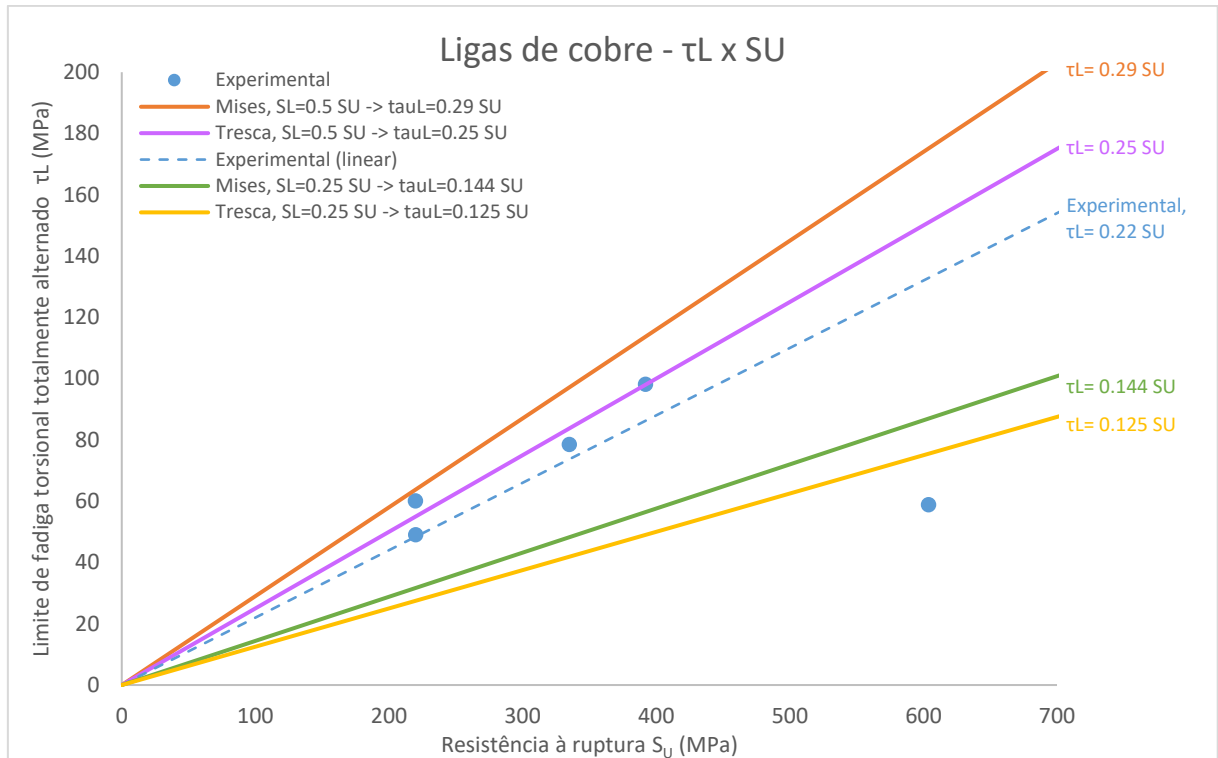


Figura 16 – Ligas de cobre-  $\tau_{Lp} \times S_U$ . Comparação de dados experimentais com von Mises e Tresca.

#### 4.2.4. Cargas de torção pulsantes ( $\tau_{Lp}$ )

Para o limite de fadiga sob cargas de torção pulsantes  $\tau_{Lp}$ , seria necessário combinar as relações de  $\tau_L \times S_L$  calculadas na seção anterior com as curvas  $\sigma_a \sigma_m$  dos materiais para considerar o efeito das tensões médias. Na ausência de curvas experimentais  $\sigma_a \sigma_m$ , serão avaliados os critérios de Goodman, Gerber e Soderberg para esses materiais.

É importante ressaltar que, para esse gráfico, há três estimativas, cada uma induzindo algum grau de erro, em comparação aos erros experimentais, sendo consideradas: von Mises ou Tresca para a relação entre  $\tau$  e  $\sigma$ ; Goodman/ Gerber/ Soderberg para a relação entre  $\sigma_a$  e  $\sigma_m$ ; e estimativas clássicas para a relação entre  $S_L$  e  $S_U$  (e.g.  $S_L=0.5 S_U$  para aços e  $S_L=0.4 S_U$  para ferros fundidos).

As derivações das relações usadas para Goodman, Gerber e Soderberg para os aços e ferros fundidos são detalhadas a seguir.

#### 4.2.4.1. Goodman

A partir da definição na Eq.(24), das estimativas para  $\tau_L$  deduzidas nas Eqs.(34) e das relações de von Mises ( $\sigma = \tau\sqrt{3}$ ) e Tresca ( $\sigma = 2. \tau$ ), temos

$$\frac{S_{LP}}{S_L} + \frac{S_{LP}}{S_U} = 1$$

##### Aços

$$\text{Mises} \rightarrow 0.29 S_U = \frac{\tau_{LP}}{1 - \frac{\tau_{LP} \cdot \sqrt{3}}{S_U}} \rightarrow \tau_{LP} = 0.19 S_U$$

$$\text{Tresca} \rightarrow 0.25 S_U = \frac{\tau_{LP}}{1 - \frac{2 \cdot \tau_{LP}}{S_U}} \rightarrow \tau_{LP} = 0.175 S_U$$

Eqs. 35

##### Ferros

$$\text{Mises} \rightarrow 0.23 S_U = \frac{\tau_{LP}}{1 - \frac{\tau_{LP} \cdot \sqrt{3}}{S_U}} \rightarrow \tau_{LP} = 0.165 S_U$$

$$\text{Tresca} \rightarrow 0.20 S_U = \frac{\tau_{LP}}{1 - \frac{2 \cdot \tau_{LP}}{S_U}} \rightarrow \tau_{LP} = 0.14 S_U$$

#### 4.2.4.2. Gerber

Analogamente, a partir da definição na Eq.(27), das estimativas para  $\tau_L$  deduzidas nas Eqs.(34) e das relações de von Mises ( $\sigma = \tau\sqrt{3}$ ) e Tresca ( $\sigma = 2. \tau$ ), temos

$$\frac{S_{LP}}{S_L} + \left(\frac{S_{LP}}{S_U}\right)^2 = 1$$

#### Aços

$$\text{Mises} \rightarrow \tau_{LP}^2 \cdot \left(\frac{3.0,29}{S_U}\right) + \tau_{LP} - 0.29 S_U = 0 \rightarrow \tau_{LP} = 0.24 S_U$$

$$\text{Tresca} \rightarrow \tau_{LP}^2 \cdot \left(\frac{4.0,25}{S_U}\right) + \tau_{LP} - 0.25 S_U = 0 \rightarrow \tau_{LP} = 0.215 S_U \quad \text{Eqs. 36}$$

#### Ferros

$$\text{Mises} \rightarrow \tau_{LP}^2 \cdot \left(\frac{3.0,23}{S_U}\right) + \tau_{LP} - 0.23 S_U = 0 \rightarrow \tau_{LP} = 0.20 S_U$$

$$\text{Tresca} \rightarrow \tau_{LP}^2 \cdot \left(\frac{4.0,20}{S_U}\right) + \tau_{LP} - 0.20 S_U = 0 \rightarrow \tau_{LP} = 0.175 S_U$$

#### 4.2.4.3. Soderberg

A partir da definição da Eq.(30), das estimativas para  $\tau_L$  deduzidas nas Eqs.(34), das relações de von Mises ( $\sigma = \tau\sqrt{3}$ ) e Tresca ( $\sigma = 2 \cdot \tau$ ) e, adicionalmente, da relação obtida a partir do banco de dados FADOFF para relação média entre  $S_U$  e  $S_Y$  ( $S_Y/S_U=0.71$  para aços e  $0.74$  para ferros fundidos), temos

$$\frac{S_{LP}}{S_L} + \frac{S_{LP}}{S_Y} = 1$$

### Aços

$$\text{Mises} \rightarrow 0.29 S_U = \frac{\tau_{LP}}{1 - \frac{\tau_{LP} \cdot \sqrt{3}}{0.71 \cdot S_U}} \rightarrow \tau_{LP} = 0.17 S_U$$

$$\text{Tresca} \rightarrow 0.25 S_U = \frac{\tau_{LP}}{1 - \frac{2 \cdot \tau_{LP}}{0.71 \cdot S_U}} \rightarrow \tau_{LP} = 0.155 S_U$$

Eqs. 37

### Ferros

$$\text{Mises} \rightarrow 0.23 S_U = \frac{\tau_{LP}}{1 - \frac{\tau_{LP} \cdot \sqrt{3}}{0.74 \cdot S_U}} \rightarrow \tau_{LP} = 0.15 S_U$$

$$\text{Tresca} \rightarrow 0.20 S_U = \frac{\tau_{LP}}{1 - \frac{2 \cdot \tau_{LP}}{0.74 \cdot S_U}} \rightarrow \tau_{LP} = 0.13 S_U$$

#### 4.2.4.4. Comparação entre $\tau_{LP}$ estimados e medidos

Nas Figs. 17 e 18 são apresentados os resultados da combinação dessas estimativas com os dados experimentais, para aços e ferros fundidos.

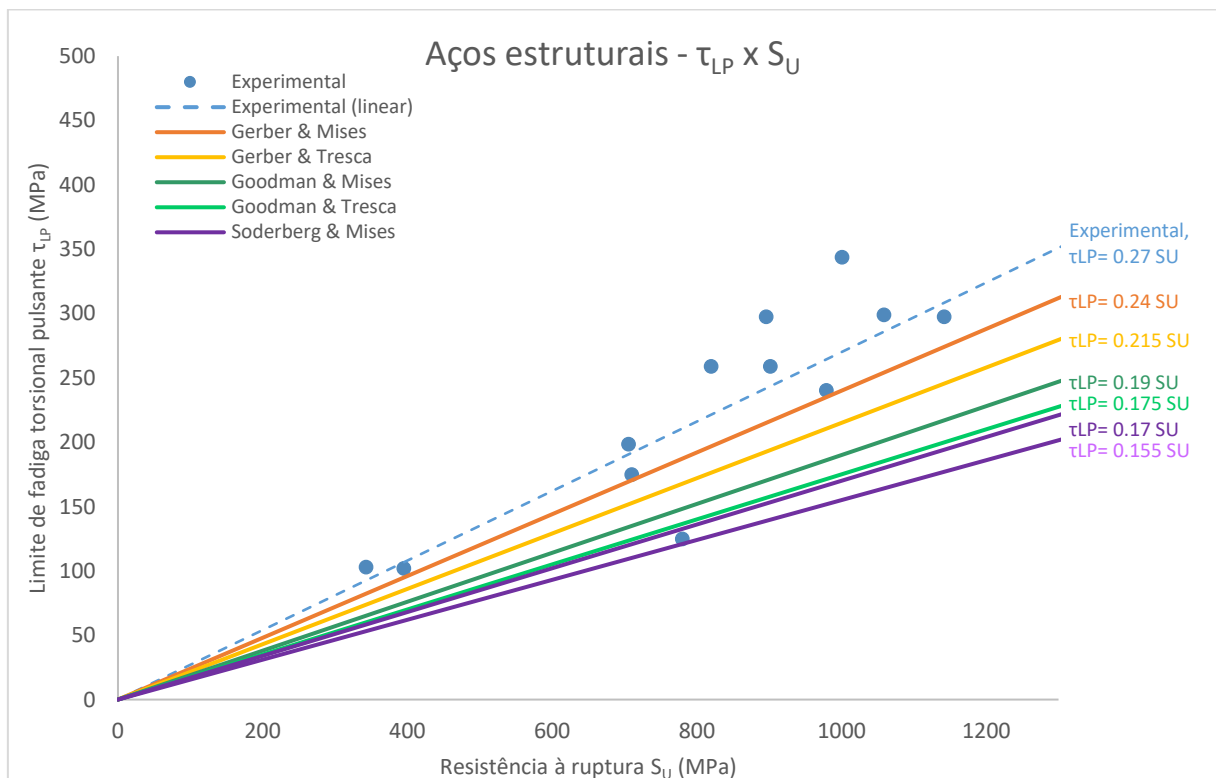


Figura 17 – Aços estruturais-  $\tau_{LP} \times S_U$ . Comparação de dados experimentais com estimativas de Goodman, Gerber e Soderberg, combinadas com Tresca e von Mises.



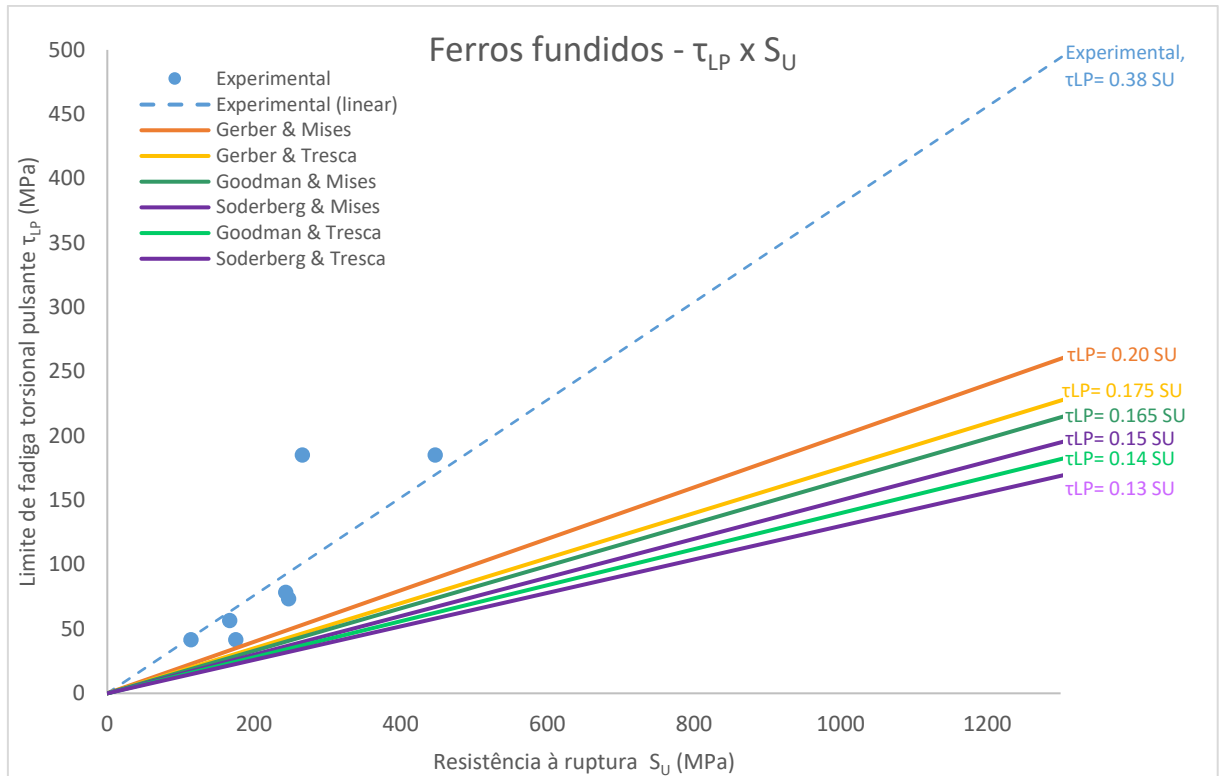


Figura 18 – Ferros fundidos-  $\tau_{LP} \times S_U$ . Comparação de dados experimentais com estimativas de Goodman, Gerber e Soderberg, combinadas com Tresca e von Mises.

Para as 12 amostras de aço, percebe-se que 11 delas seguem uma tendência linear para as quais as relações seriam conservadoras, inclusive Gerber, que tende a ser a menos conservadora das relações. O fato é que, para a maioria dos materiais, os limites de fadiga sob torção não são perfeitamente descritos por Goodman, Gerber e Soderberg combinados com von Mises ou Tresca, principalmente conforme os materiais se tornam mais frágeis e mais dominados pelas tensões normais, fazendo com que  $\frac{\tau_L}{S_L} \gg \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

Para o caso de materiais dominados pela tensão cisalhante, o parâmetro  $\alpha_F$  permite o ajuste mais flexível dessa relação  $\frac{\tau_L}{S_L}$ , conforme será discutido nas seções a seguir.

Dentre as 7 amostras de ferros fundidos, conforme esperado, não é razoável utilizar as estimativas de Tresca e von Mises em função da fragilidade (baixa tenacidade e ductilidade) desses metais, que geram resultados experimentais muito diferentes das estimativas normalmente usadas em aços.

### 4.3. Efeito das cargas médias para tensão axial – $S_L \times S_{Lp}$

Essa seção tem como objetivo a verificação do ajuste dos dados experimentais da relação entre limite de fadiga axial totalmente alternado  $S_L$  e pulsante  $S_{Lp}$ . Foi realizado o cálculo, para cada ponto, de  $S_L$  a partir do valor experimental de  $S_{Lp}$ , para as estimativas de Goodman Eq.(24), Gerber Eq.(27), Soderberg Eq.(30) e ESWT Eq.(21).

Os resultados são apresentados na Fig.(19). É importante mencionar que as linhas pontilhadas para cada estimativa, exceto ESWT, não são equações deduzidas, e sim a regressão linear até a origem do diagrama para os pontos de  $S_L$  calculados a partir dos valores experimentais de  $S_{Lp}$ . Isso porque cada material representado possui seus próprios valores de  $S_U$  e  $S_Y$ , e portanto geraria equações de  $S_L/S_{Lp}$  diferentes entre si para os casos de Goodman, Gerber e Soderberg.

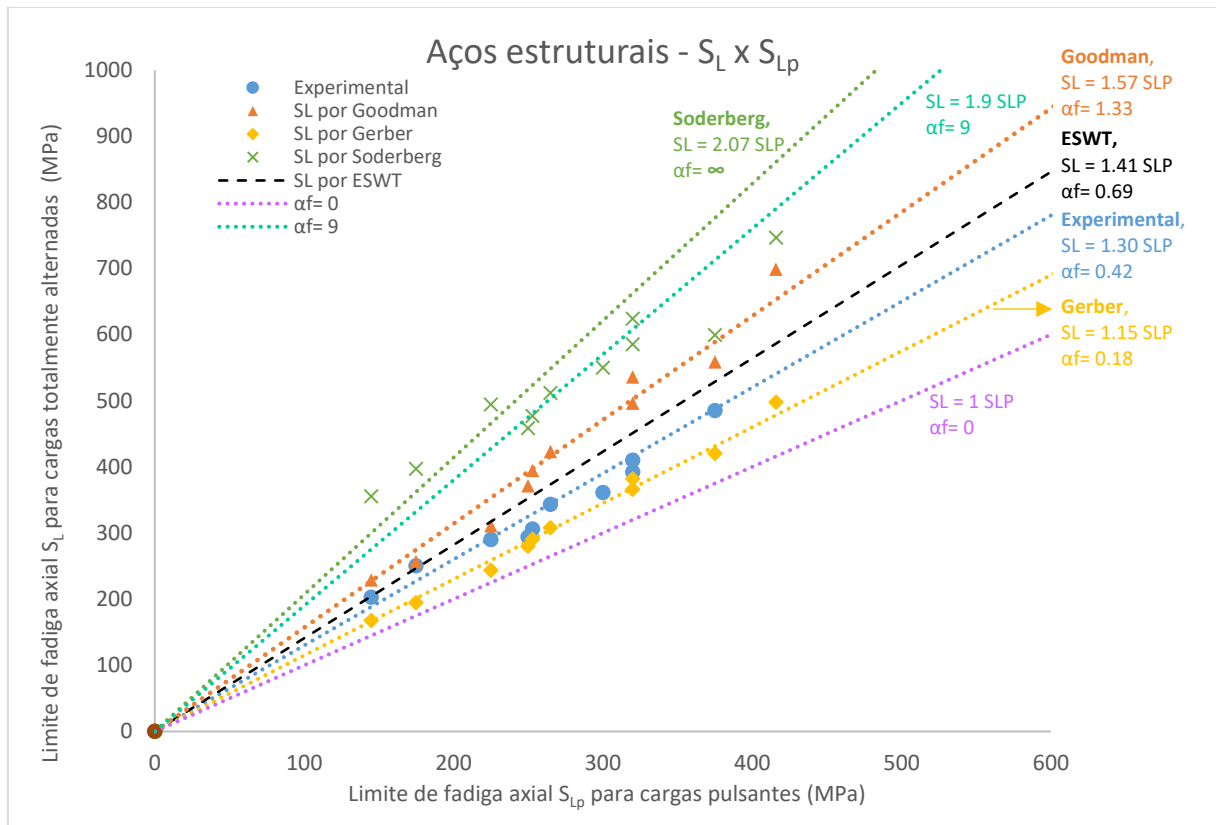


Figura 19 - Aços estruturais -  $S_L \times S_{Lp}$ . Comparação de dados experimentais com estimativas de Goodman, Gerber, Soderberg e ESWT, com o cálculo de  $\alpha_F$  do modelo de Findley para trincas B45(S)

Adicionalmente, na Fig. 19 também é apresentado, para cada uma das estimativas, o valor de  $\alpha_F$  de Findley associado para o caso B45(S), a partir das Eqs.(16). Essa variável é relevante, pois indica o peso que será dado ao  $\sigma_{Lpico}$  no critério de dano de Findley. Quanto mais alto o valor de  $\alpha_F$ , mais o material sofre a influência de  $\sigma_{Lpico}$ , o que indica que ele é

mais sensível a tensões perpendiculares e, em casos extremos com  $\alpha_F$  muito elevado, o modelo de Findley não é indicado, conforme detalhado na Seção 4.6.

Para as 11 amostras de aço, percebe-se que o ajuste dos dados experimentais é mais próximo de ESWT e Gerber. Goodman e Soderberg gerariam resultados significativamente não conservativos.

Como visto na Fig. 19, os valores de  $\alpha_F$  para o caso B45(S) são expostos junto a cada curva. No caso, a situação onde  $\alpha_F = 0$  ( $S_L = S_{Lp}$ ) seria uma situação de zero influência das tensões normais médias e máximas, enquanto que, conforme a razão  $S_L/S_{Lp}$  aumenta,  $\alpha_F$  tende para infinito. Um  $\alpha_F$  muito elevado demonstraria que a influência da tensão normal máxima seria muito grande, e um modelo que inclui o efeito da gama de tensões normais deveria ser usado para o cálculo do dano, como ESWT, por exemplo, indicando que a iniciação se daria nesse caso por uma trinca A90(T), e não B45(S).

Os dados experimentais estudados apresentaram  $\alpha_F(\text{caso B45(S)}) = 0.42$ , que seria uma situação de contribuição mista da gama de tensões e da tensão normal máxima perpendicular ao plano da trinca  $\sigma_{Lpico}$ . Esse valor médio relativamente alto pode ser um indício que a maioria dos aços da Fig. 19 teve sua iniciação por trincas A90(S) ou A90(T). Afinal, é importante lembrar que as relações e conclusões da Fig. 19 só são válidas se a trinca iniciada tiver sido do tipo B45(S), o que infelizmente não costuma ser indicado em bancos de dados de materiais.

A Fig. 20 mostra o mesmo gráfico para 4 amostras de ferros fundidos, que apresentam resultados próximos aos de Goodman e ESWT – é esperado que ESWT seja uma boa relação para os ferros fundidos, pois são materiais frágeis, dominados pelas gamas de tensões normais, que são consideradas por esse modelo. Os valores dispersos encontrados para Gerber e Soderberg indicam que não seria adequado o uso dessas estimativas para os casos apresentados. O valor médio alto de  $\alpha_F$  do caso B45(S) para os dados experimentais ( $\alpha_F = 1.13$ ) indica que, conforme seria esperado para fundidos, o efeito das tensões normais médias e máximas é grande em comparação com o efeito das gamas de tensão cisalhante. Assim, espera-se que as trincas desses casos de fundidos sejam do tipo A90(T), e portanto o modelo de Findley B45(S) não seria apropriado para eles, provavelmente nem mesmo o A90(S) (cujas calibrações porém precisaria de dados de torção). Para efeito do cálculo de dano ou critério de vida infinita em fundidos, esses dados sugerem que deve-se utilizar um modelo que considere as gamas de tensão normal, como ESWT.

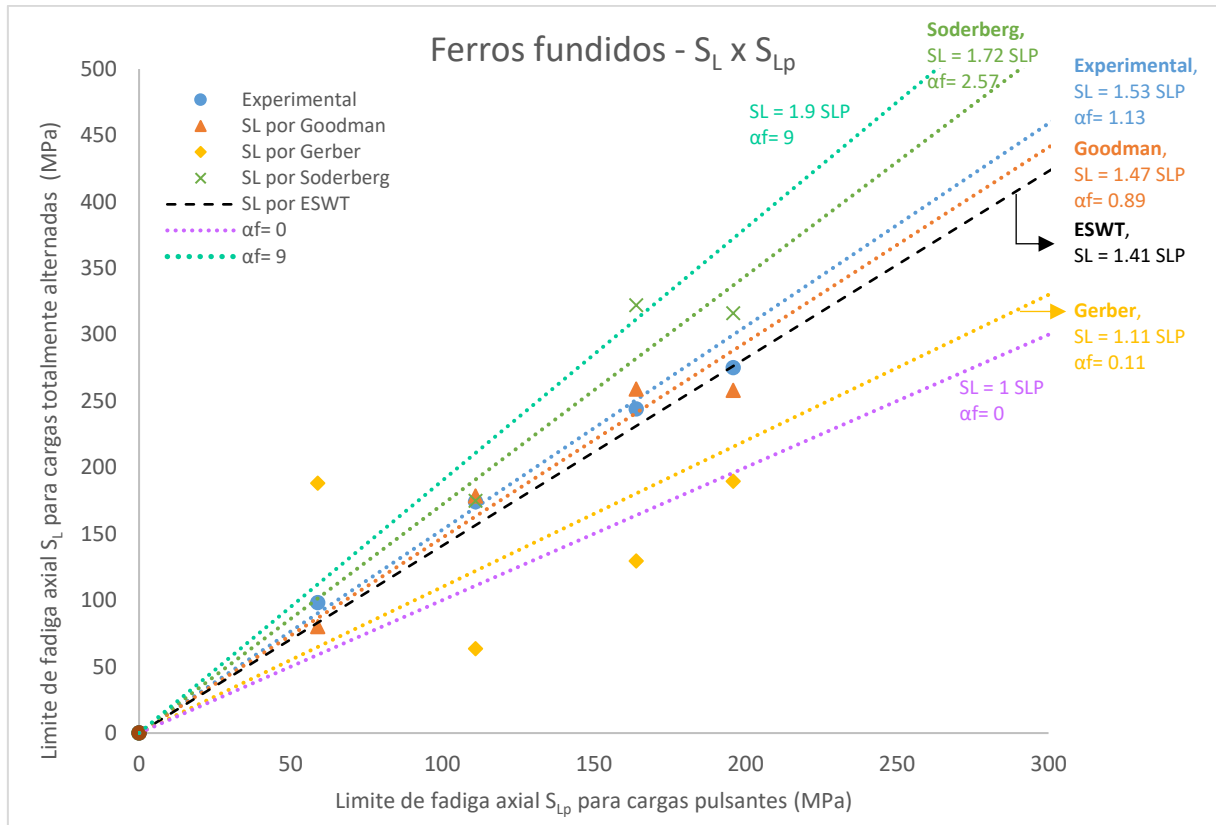


Figura 20 - Aços estruturais -  $S_L \times S_{Lp}$ . Comparação de dados experimentais com estimativas de Goodman, Gerber, Soderberg e ESWT, com o cálculo de  $\alpha_f$  do modelo de Findley para trincas B45(S)

#### 4.4. Efeito das cargas médias para torção pura – $\tau_L \times \tau_{Lp}$

Essa seção tem como objetivo a verificação do ajuste dos dados experimentais da relação entre limite de fadiga torsional totalmente alternado  $\tau_L$  e pulsante  $\tau_{Lp}$ . Foi realizado o cálculo, para cada ponto, de  $\tau_{Lp}$  a partir do valor experimental de  $\tau_L$ , para as estimativas de Goodman Eq.(24) e Gerber Eq.(27), combinadas com as relações de von Mises ( $S=\tau\sqrt{3}$ ) e Tresca ( $S=2\tau$ ), além de ESWT Eq.(21).

É fundamental notar que as componentes médias  $\tau_m$  das tensões cisalhantes não costumam contribuir para o dano à fadiga. No entanto esse fato é normalmente mal interpretado, pois há na literatura testes de torção pura alternada que sofreram efeito de torção média na iniciação de trincas de fadiga. No entanto, nestes experimentos as trincas que iniciaram eram A90(T) em planos a 45 graus das direções de cisalhamento máximo. Desse modo, a componente média não-nula da torção aplicada na verdade estava causando uma componente média não-nula das tensões normais perpendiculares à trinca A90(T) que

ali iniciava. Desse modo, no plano crítico de iniciação da trinca, o efeito observado na vida à fadiga foi o de tensões normais (e não cisalhantes) médias causadas por torções médias.

Nos casos de torção pura cíclica onde uma trinca A90(S) é iniciada, o efeito da torção média não é observado, pois neste caso ele induz tensões cisalhantes (e não normais) médias  $\tau_m$  não-nulas, o que não afeta o dano para vidas longas. Portanto, nesses casos A90(S), é esperado que  $\tau_L = \tau_{Lp}$ . Para vidas mais curtas, pode haver um efeito indireto de  $\tau_m$ , porém ele é causado pelo escoamento maior causado por picos de cisalhamento  $\tau_{pico} = \tau_a + \tau_m$  maiores devidos a um maior  $\tau_m$ . Não são portanto um efeito de tensão cisalhante média  $\tau_m$ , e sim um efeito de tensão equivalente de von Mises máxima  $(\tau_a + \tau_m) \cdot \sqrt{3}$ .

É importante mencionar que, ainda que fosse possível estimar o valor de  $\alpha_F$  do caso B45(S) a partir de  $\tau_L$  e  $\tau_{Lp}$ , esse estudo não faria sentido pois esse tipo de trinca não iniciaria sob torção pura.

A Fig. 21 apresenta os resultados da análise dos limites de fadiga sob torção. Conforme esperado, dentre as 11 amostras de aço, 10 possuem um resultado próximo de  $\tau_L = \tau_{Lp}$ , indicando que elas são majoritariamente dominadas pelo cisalhamento, iniciando trincas A90(S) que não sofrem efeito de torção média. Apenas 1 ponto não segue esse padrão, mostrando um forte efeito da tensão cisalhante média com  $\tau_{Lp} = 0.5 \cdot \tau_L$  – isso levaria à conclusão de que, provavelmente, essa trinca iniciada foi do tipo A90(T). No entanto, essa amostra é referente a um aço dúctil, 25CrMo4 com  $E=220$  GPa. Outros materiais do banco com composições químicas similares, como 34CrMo4 e 42CrMo4, seguem a relação de  $\tau_L = \tau_{Lp}$  com bastante fidelidade. Assim, resta a conclusão de que o valor inserido no banco de dados como  $\tau_{Lp}$  desta amostra provavelmente é oriundo de um erro humano, seja de digitação ou de confusão com o conceito, e.g. assumindo que  $\tau_L$  é a gama e não o valor alternado (nessa hipótese, ao corrigir teríamos exatamente  $\tau_{Lp} = \tau_L$ , como esperado).

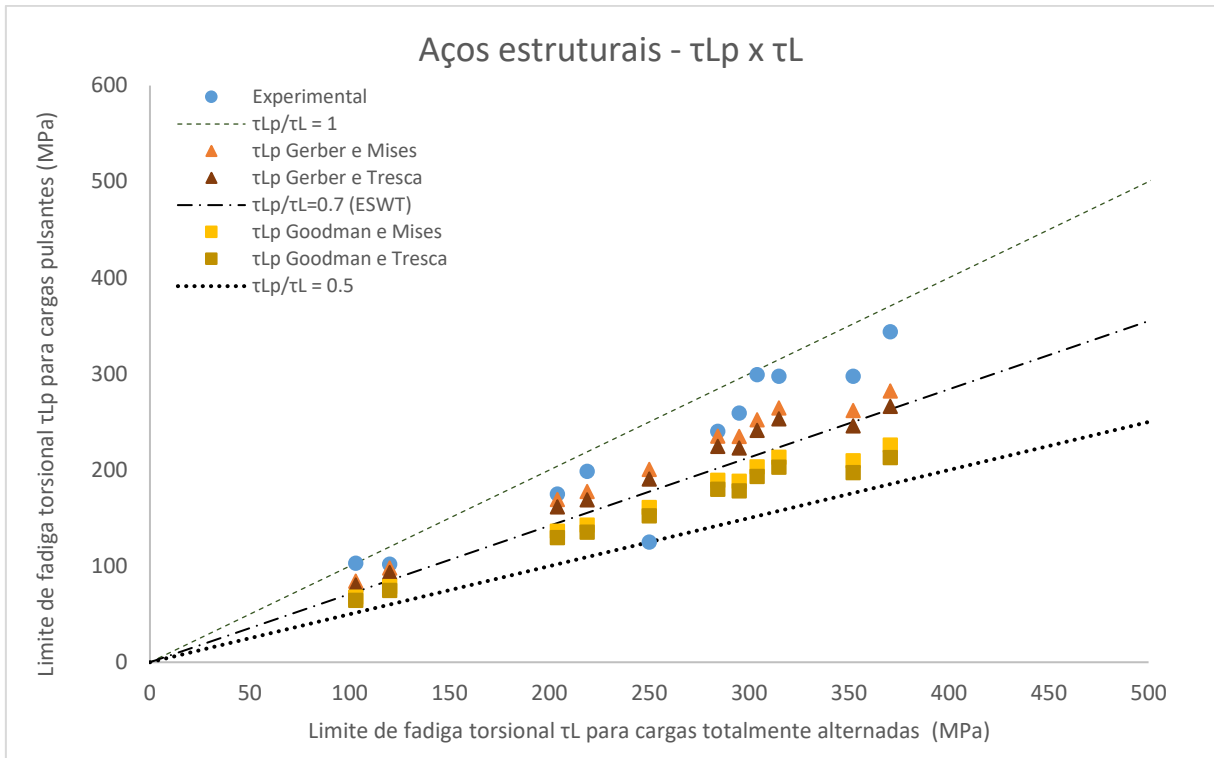


Figura 21 - Aços estruturais -  $\tau_L \times \tau_{Lp}$ . Comparação de dados experimentais com estimativas de Goodman, Gerber e ESWT.

#### 4.5. Medida da sensibilidade a cargas trativas – $\tau_L/S_L$

O objetivo dessa seção é apresentar uma comparação dos dados experimentais de  $\tau_L \times S_L$  com as relações previstas por von Mises ( $S = \tau\sqrt{3}$ ), Tresca ( $S = 2\tau$ ) e ESWT Eq.(22), adotando coeficientes de Poisson  $\nu = 0.29$  para aços e  $\nu = 0.28$  para ferros fundidos (valores médios do banco de dados). A razão  $\tau_L/S_L$  indica o quão sensível a cargas trativas é o material.

Tresca prevê que o material não tem sensibilidade nenhuma às cargas trativas perpendiculares à trinca, i.e. esse critério assume que  $\tau_L/S_L = 0.5$ . Pela Eq.(14), conclui-se que  $\alpha_F$  de Findley A90(S) nesse caso seja igual a 0, ou seja, segundo Tresca o pico de tensão normal  $\sigma_{\perp \text{pico}}$  não influenciaria no dano causado pela gama de tensões cisalhantes. Por outro lado, von Mises prevê  $\tau_L/S_L = 0.577$ , portanto considerando alguma sensibilidade às cargas normais, uma vez que a Eq.(14) resultaria segundo Findley em  $\alpha_F = 0.157 > 0$  para trincas A90(S). De modo geral, como discutido anteriormente, essa relação  $\tau_L/S_L$  pode

variar, sendo geralmente  $\tau_L/S_L > 0.8$  para ferros fundidos e, para aços diversos, variando entre  $0.577 < \tau_L/S_L < 0.8$ .

A Fig. 22 apresenta os resultados desta análise. Também é apresentado, para cada uma das estimativas, o valor de  $\alpha_F$  de Findley associado para o caso A90(S), a partir das Eqs.(14). Essa variável é relevante, pois indica o peso que será dado a  $\sigma_{\perp\text{pico}}$  no critério de dano de Findley para o caso A90(S). Quanto mais alto o valor de  $\alpha_F$ , mais o material sofre a influência de  $\sigma_{\perp\text{pico}}$ , o que indica que ele é mais sensível a tensões perpendiculares. Para casos extremos em materiais com  $\alpha_F$  muito elevado, espera-se que o modelo de Findley não seja o mais apropriado, uma vez que a iniciação provavelmente se dará por uma trinca A90(T), em vez de A90(S), como discutido na Seção 4.6.

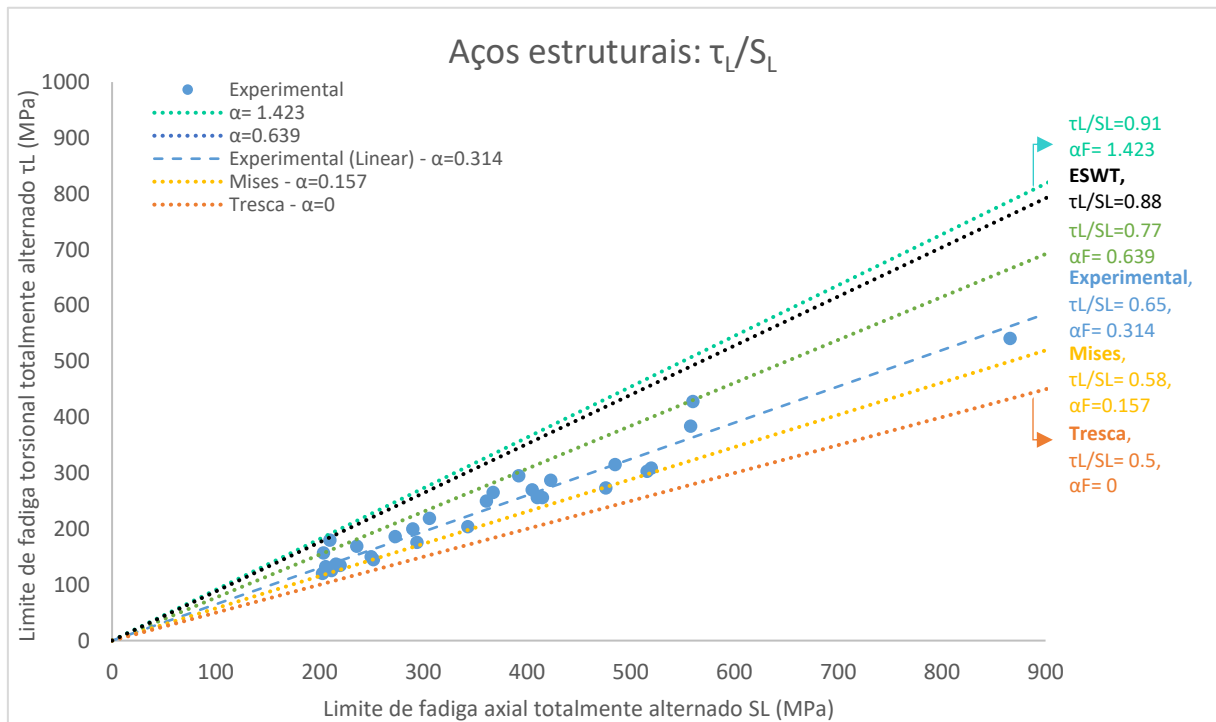


Figura 22 – Aços estruturais -  $\tau_L \times S_L$ . Comparação de dados experimentais com estimativas de von Mises, Tresca e ESWT, com o cálculo de  $\alpha_F$  do modelo de Findley para trincas A90(S).

Para as 29 amostras de aço da figura, fica claro que ESWT e sua previsão  $\tau_L/S_L=0.88$  superestimam os limites de torção  $\tau_L$  para materiais mais sensíveis ao cisalhamento, pois prevê uma grande sensibilidade a tensões normais, em uma faixa que costuma ser associada com os fundidos. O modelo ESWT só gerou um bom resultado no caso de um ponto, que corresponde a um aço St52-3 de construção de alta resistência (tipo: “*Higher strength weldable structural carbon steel*”). Logo, esse resultado é coerente com as propriedades do St52-3 uma vez que, para esse material de menor ductilidade, espera-se o surgimento de

trincas A90(T), associado ao modelo ESWT. No caso das outras 28 amostras, os resultados ficam entre von Mises e ESWT, o que indica uma contribuição mista das tensões cisalhantes e normais perpendiculares ao plano da trinca, com possibilidade de surgimento de trincas A90(T), A90(S) e B45(S), dependendo do carregamento aplicado. Na prática, os 3 tipos de trincas precisam ser considerados na busca do plano crítico onde a trinca se iniciará, uma vez que não há uma dominância absoluta de nenhum deles. Em outras palavras, as análises apresentadas nesse trabalho devem ser usadas como um indício de qual tipo de trinca será a dominante, mas não deve substituir o cálculo considerando 3 modelos distintos, e.g. ESWT para A90(T), Findley calibrado para A90(S), e Findley calibrado para B45(S).

A Fig. 23 apresenta 7 amostras de ferros fundidos. Nota-se que o resultado da regressão linear dos dados experimentais até a origem do diagrama é perfeitamente compatível (para duas casas decimais de precisão) com o valor 0.88 previsto pelo modelo ESWT segundo a Eq.(23) introduzida e deduzida neste trabalho. Desse modo, ESWT com a Eq.(23) é um ótimo ajuste para todos os fundidos estudados, com exceção de 1. Este material com ajuste mais próximo a von Mises é um GTS 45, que é um ferro fundido maleável perlítico (tipo: “*Malleable cast iron*”). Por ser maleável, é compreensível que não seja tão pouco dúctil quanto os outros ferros fundidos do grupo e, portanto, este comportamento mais sensível ao cisalhamento é coerente com o esperado. Assim, para este material GTS 45 é possível o surgimento de qualquer um dos tipos de trinca A90(T), A90(S) e B45(S), dependendo do carregamento aplicado, mas, para os outros 6 exemplos, a alta contribuição das tensões normais perpendiculares ao plano da trinca no dano à fadiga torna muito provável que se inicie uma trinca A90(T).



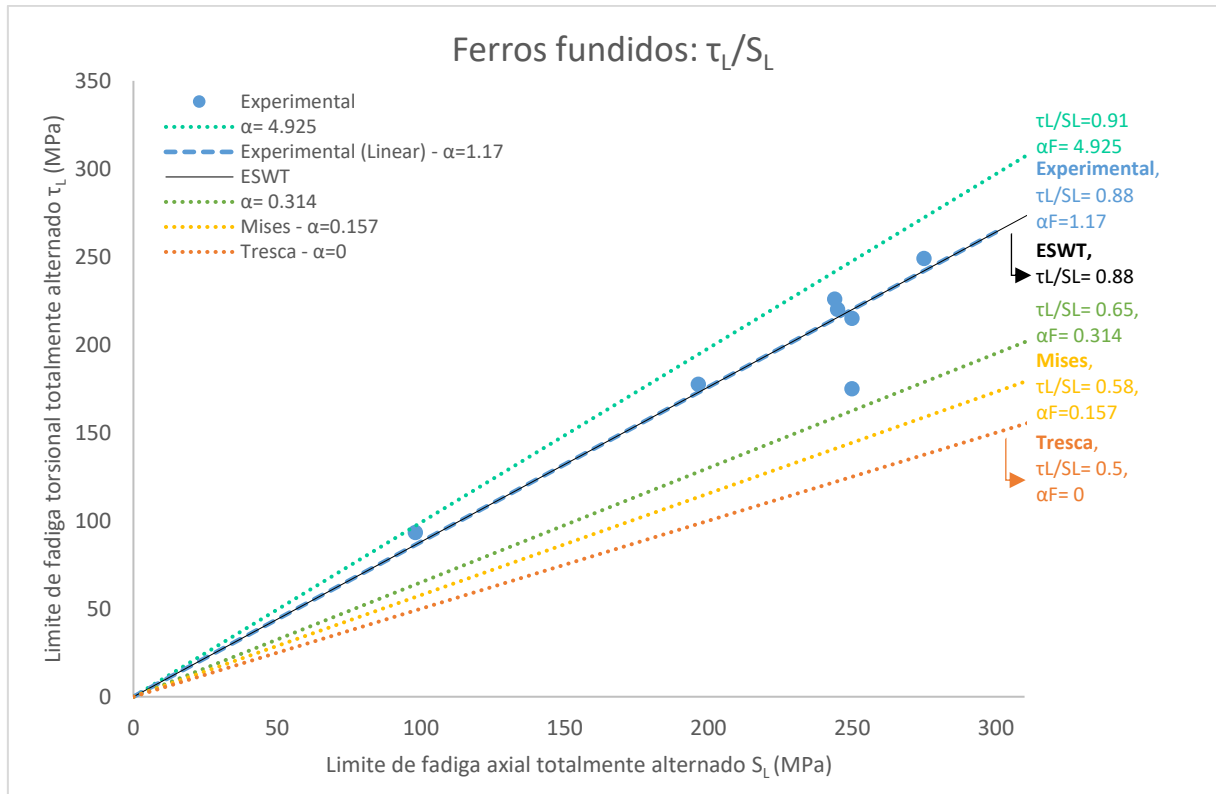


Figura 23 – Ferros fundidos –  $\tau_L \times S_L$ . Comparação de dados experimentais com estimativas de von Mises, Tresca e ESWT, com o cálculo de  $\alpha_F$  do modelo de Findley para trincas A90(S).

#### 4.6. $\alpha_F$ e $\beta_F$ de Findley

Os parâmetros  $\alpha_F$  e  $\beta_F$  do modelo de Findley possuem um significado físico -  $\alpha_F$  é chamado de “Stress Scale Factor” (SSF), e é uma medida da contribuição das tensões normais ao plano da trinca para a geração de dano por fadiga – quanto maior, mais contribuição terão as tensões normais. Já  $\beta_F$  é o limite de fadiga por cisalhamento. É importante lembrar que esse modelo tem como premissa as tensões cisalhantes dominantes, logo ele só é aplicável para a iniciação de trincas A90(S) e B45(S).

Conforme foi deduzido nas Eqs. (14) e (17), existem duas calibrações possíveis para os parâmetros  $\alpha_F$  e  $\beta_F$  de Findley – uma para o caso A90(S), função de  $\tau_L/S_L$ , e outra para o caso B45(S), função de  $S_L/S_{Lp}$ .

A Fig. 24 mostra curvas destas calibrações para o caso A90(S), juntamente com os pontos associados aos diversos materiais estudados. É possível visualizar que, a partir de  $\tau_L/S_L > 0.8$ , os valores de  $\alpha_F$  e  $\beta_F$  começam a tender para valores muito altos, indicando que o uso do modelo de Findley, que é baseado em tensões cisalhantes dominantes, se tornaria inadequado – nesses

casos, provavelmente trincas A90(T) serão iniciadas, e seria necessário usar um modelo como o de ESWT, que inclui as gamas de tensão normal, que dominam o surgimento da trinca.

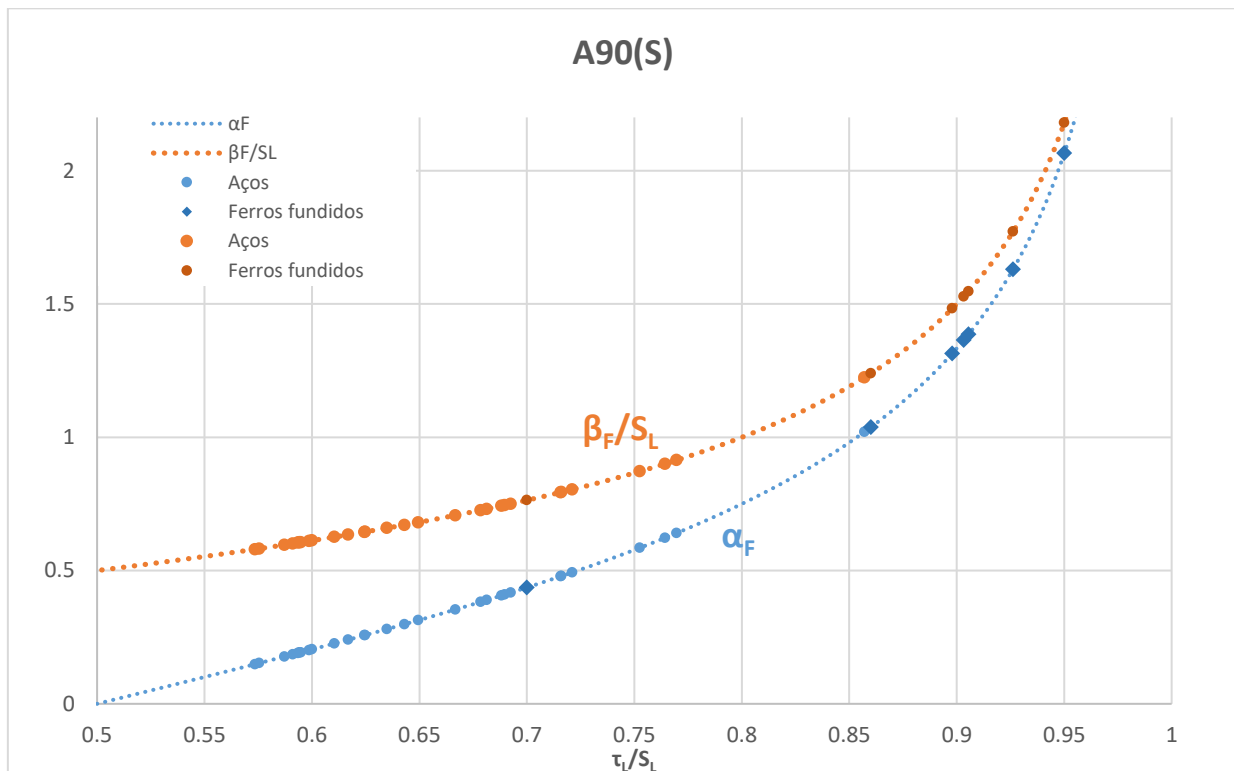


Figura 24 -  $\alpha_F$  e  $\beta_F$  de Findley como função de  $\tau_L/S_L$  para o caso A90(S)

Já a Fig. 25 mostra a calibragem dos parâmetros de Findley para o caso B45(S), incluindo pontos associados aos diversos materiais estudados. Note que as curvas se cruzam em  $S_L/S_{Lp}=1.5$ . Sugere-se que a partir deste valor não faz mais sentido usar o modelo de Findley, pois a contribuição do termo de tensões normais, quantificada por  $\alpha_F$ , começa a crescer com taxa elevada, tendendo para o infinito. O gráfico  $S_L/S_{Lp}$  para ferros fundidos, visto anteriormente na Fig. 20, corrobora essa ideia – no caso, os dados experimentais mostram que em média  $S_L/S_{Lp} > 1.5$  para os fundidos e, portanto,  $\alpha_F > 1$ , sendo um caso típico onde o modelo de Findley não se aplica.

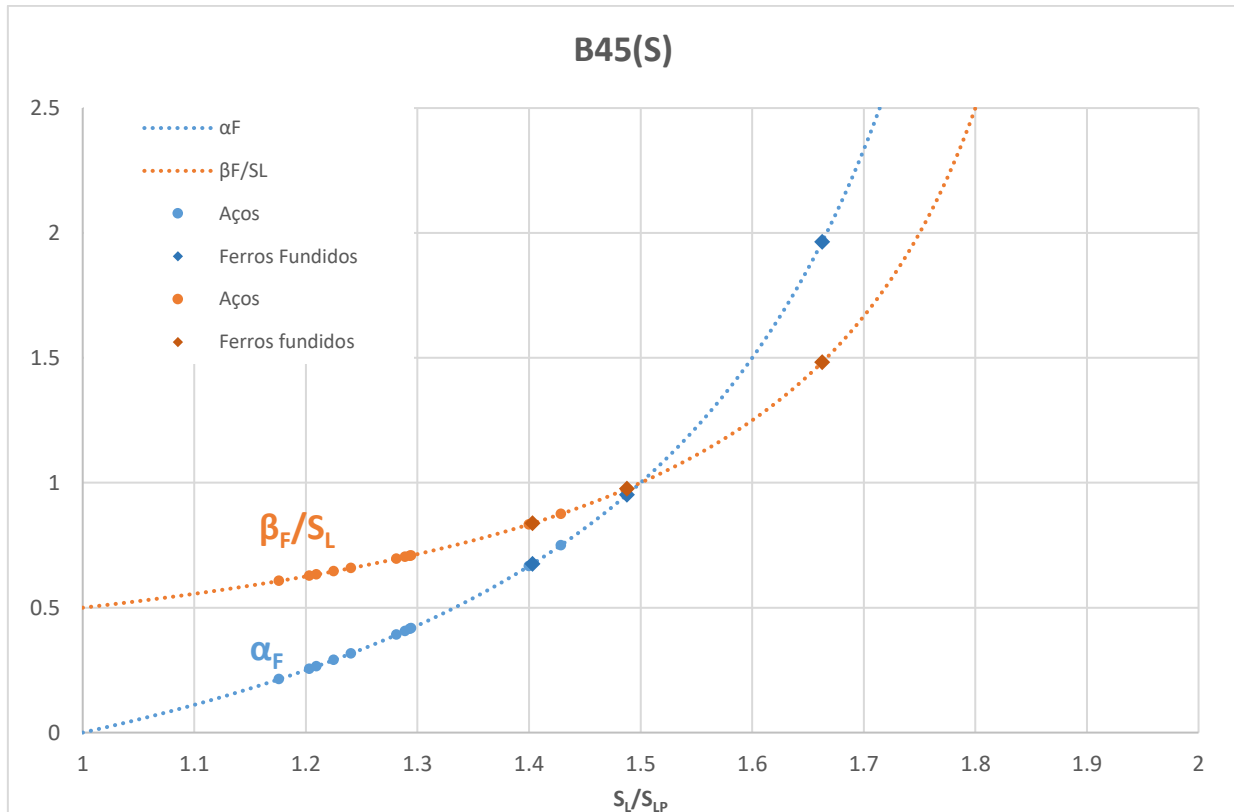


Figura 25 –  $\alpha_F$  e  $\beta_F$  de Findley como função de  $S_L/S_{LP}$  para o caso B45(S)

## 5. Conclusões

Neste trabalho, uma análise crítica de dados de limite de fadiga sob tração e torção foi efetuada a partir de dados de um banco de materiais da plataforma FADOFF, incluindo carregamentos pulsantes e totalmente alternados. Os modelos de fadiga multiaxial de plano crítico de Findley e de SWT (em sua variante elástica ESWT) foram usados para prever limites de fadiga respectivamente em materiais mais sensíveis ao cisalhamento e às tensões normais. Os dados foram confrontados com valores esperados por esses modelos multiaxiais em combinação com estimativas de Goodman, Gerber e Soderberg, para o caso das tensões médias, e de von Mises e Tresca para transformações de tensões normais para cisalhantes.

Alguns aços apresentaram tendência clara de surgimento de trincas por dominância do cisalhamento – é o caso daqueles com razão  $\tau_L/S_L$  próximos a 0.577, como previsto pelo critério de von Mises. Nesse caso, deve-se usar o modelo de Findley para o critério de vida infinita, e são esperadas apenas trincas dos tipos cisalhantes A90(S) ou B45(S), dependendo do tipo de carregamento aplicado.

Outros aços apresentaram uma influência mista das gamas de cisalhamento e de tensão normal ao plano da trinca – nesse caso, é possível o surgimento de trincas A90(T), A90(S) ou B45(S), dependendo do carregamento. A trinca surgirá no plano e sob o mecanismo que maximizar o parâmetro de dano dentre os critérios possíveis. Assim, o adequado é realizar o cálculo por Findley, com calibrações distintas para os casos A90(S) e B45(S), e por ESWT para o caso A90(T) de trincas iniciadas pela gama de tensões normais.

Apenas 1 aço demonstrou um comportamento injustificável, que foi o 24CrMo4 (ID=469 no FADOFF) – o material apresentou um valor de  $\tau_{Lp}/\tau_L$  muito abaixo da média, o que a princípio indicaria uma tendência ao surgimento de trincas A90(T) e a inaplicabilidade do modelo de Findley. No entanto, analisando seu  $\tau_L/S_L = 0.69$ , dentro da faixa de influências cisalhantes e normais mistas, seu  $S_L/S_{Lp}=1.2$  relativamente baixo, e sua alta ductilidade, bem como comparando seus valores com aqueles de composição química semelhante, concluiu-se que o valor adicionado ao banco de dados para  $\tau_{Lp}$  deve ser oriundo de erro humano e deveria ser o dobro do cadastrado.

Os ferros fundidos apresentaram comportamento esperado, sendo inclusive sua média de  $\tau_L/S_L = 0.88$  perfeitamente descrita (dentro de 2 casas decimais) pela Eq.(23) introduzida nesse trabalho, deduzida a partir do modelo ESWT. Esse de fato é o modelo que deve ser usado para os ferros fundidos, dentre os modelos apresentados, pois considera as gamas de tensão normais ao plano da trinca, que são dominantes para materiais frágeis (tanto por baixa ductilidade quanto por baixa tenacidade). Assim, espera-se nesses materiais fundidos o surgimento de trincas A90(T).

As principais conclusões do trabalho, baseadas no conjunto (limitado) de materiais estudados, são resumidas a seguir:

- (i) as estimativas de Juvinall para o limite de fadiga axial sob tensão média nula se mostraram coerentes em média com os dados estudados, ainda que estes sejam dispersos, exceto para os fundidos;
- (ii) a maioria dos aços estruturais estudados teve seu comportamento sob cargas axiais pulsantes na região entre as previsões de Goodman e Gerber, confirmando sua aplicabilidade para cargas axiais, enquanto que Soderberg não é recomendado por ser demasiadamente conservativo;
- (iii) Goodman e Gerber em geral superestimaram os efeitos de carga média nos casos de torção cíclica pura, pois assumem uma influência da componente média da torção que

- só influenciaria o dano à fadiga em trincas A90(T) ou se ela fosse grande o suficiente para causar escoamento;
- (iv) a iniciação de trincas de cisalhamento do tipo B45(S) é influenciada pelo parâmetro de Findley  $\alpha_F$ , com a sua calibragem obtida a partir da razão  $S_L/S_{Lp}$  entre os limites de fadiga axiais sob carga totalmente alternada e pulsante, enquanto que para trincas do tipo A90(S) a calibragem de  $\alpha_F$  de Findley deve partir da razão torsional/axial  $\tau_L/S_L$  sob cargas totalmente alternadas;
  - (v) calibrações com  $\alpha_F$  muito elevado sugerem que o material considerado é mais sensível a tensões normais, para o qual o modelo ESWT seria mais apropriado, devendo-se ter cautela no uso de Findley para  $\alpha_F > 0.75$  na calibragem A90(S), associado a  $\tau_L/S_L > 0.8$ , e  $\alpha_F > 1$  na calibragem B45(S), associado a  $S_L/S_{Lp} > 1.5$ ;
  - (vi) os limites de fadiga sob torção pura  $\tau_L$  costumam ficar entre as previsões de von Mises e ESWT, esperando-se razões  $\tau_L/S_L$  mais próximas a von Mises ( $\tau_L/S_L = 1/\sqrt{3}$ ,  $\alpha_F = 0.157$ ) em aços dúcteis com iniciação sob torção cíclica pura de trincas A90(S) dominadas por cisalhamento, e mais próximas a ESWT ( $\frac{\tau_L}{S_L} = \frac{1}{\sqrt{1+\nu}} \cong 0.88$ ) em ferros fundidos (não-maleáveis) e em aços menos dúcteis com trincas A90(T), que costumam iniciar nos planos críticos com as maiores gamas de tensão normal (localizados a  $\pm 45$  graus em  $\theta$  das direções do cisalhamento torsional aplicado);
  - (vii) os limites de fadiga axial sob carga pulsante  $S_{Lp}$  costumam ficar entre as previsões de Gerber e ESWT para aços, e entre ESWT e Goodman para ferros fundidos, esperando-se assim razões  $S_L/S_{Lp}$  mais próximas a Gerber em materiais dúcteis e mais próximas a Goodman em materiais frágeis, além de ter em ESWT uma razoável estimativa intermediária ( $S_L/S_{Lp} = \sqrt{2}$ ) para ambos os casos; e
  - (viii) os limites de fadiga torsional sob carga pulsante  $\tau_{Lp}$  costumam ficar acima da previsão de ESWT ( $\tau_{Lp}/\tau_L = 1/\sqrt{2} \cong 0.7$ ), e entre as previsões de Gerber (aplicado em conjunto com von Mises) e da hipótese de zero influência da torção média ( $\tau_{Lp}/\tau_L = 1$ ), sugerindo assim razões  $\tau_{Lp}/\tau_L$  mais próximas de 1 quando as trincas geradas iniciarem em planos A90(S) (nos quais a componente média da torção aplicada gera tensões cisalhantes médias que não afetam o dano à fadiga, desde que abaixo da resistência ao escoamento), e mais próximas de Gerber à medida que se tornem predominantes trincas iniciadas em planos A90(T) (nos quais a componente média da torção aplicada gera na verdade tensões *normais* médias, que portanto afetam o dano à fadiga neste planos defasados em  $\theta$  de  $\pm 45$  graus).

Também é uma conclusão relevante do trabalho a importância do compartilhamento de dados experimentais na Engenharia Mecânica, como é feito pelo projeto FADOFF. Essa disponibilidade permite a validação de cálculos teóricos e o melhor entendimento sobre o real comportamento mecânico dos materiais, além das estimativas propostas, que nem sempre são totalmente abrangentes e aplicáveis.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] CASTRO, J.T.P. & MEGGIOLARO, M. A.; Fatigue Design Techniques: Vol. I – High-Cycle Fatigue. CreateSpace Publishing Company, Scotts Valley, CA, USA, 2016
- [2] JUVINALL, R.C., MARSHEK, K. M.; Fundamentos do Projeto de Componentes de Máquinas. 4ª edição. LTC, 2008.
- [3] PAPUGA, J.; Quest for fatigue limit prediction under multiaxial loading. In: FATIGUE DESIGN INTERNATIONAL CONFERENCE, 5th, 2013, Senlis, France. Fatigue Design International Conference Proceedings. Elsevier, 2013, pg. 588-497.
- [4] MEGGIOLARO, M.A.; CASTRO, J.T.P.; Statistical evaluation of strain-life fatigue crack initiation predictions. International Journal of Fatigue 26, Elsevier, 2004, pg. 463-476.
- [5] FADOFF CONSORTIUM. FADOFF, 2020.  
Disponível em: <<http://www.fadoff.cz/>>. Acesso em: 27, Julho, 2020.
- [6] JAN PAPUGA. Pragtic, 2020.  
Disponível em: <<http://www.pragtic.com/>>. Acesso em: 27, Julho, 2020.
- [7] FINDLEY, W.N.; A theory for the effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsion and axial load or bending. J Eng Industry 81:301-306, 1959.
- [8] SINES, G.; Behavior of metals under complex static and alternating stresses. In Metal Fatigue, 145-169, McGraw-Hill, 1959.

- [9] CROSSLAND, B.; Effect of large hydrostatic pressures on the torsional fatigue strength of an alloy steel. Int Conf Fatigue Metals, London: IMechE, 138-149, 1956.
- [10] NISHIHARA, T. & KAWAMOTO, M.; The Strength of Metals under Combined Alternating Bending and Torsion - Memoirs - College of Engineering, volume 10. Kyoto Imp. University: Japan, 1941
- [11] GOUGH, H. J.; POLLARD, H. V.; The strength of metals under combined alternating stresses, Proc. of Institute of Mechanical Engineering 131, 1935, 1-103.
- [12] GOUGH, H. J.; POLLARD, H. V.; Properties of some materials for cast crankshafts, with special reference to combined stresses, In: Proceedings of the Institution of Automobile Engineers, The Institution of Automobile Engineers, London, 1937, pg. 821-893.
- [13] GOUGH, H. J.; Engineering Steels Under Combined Cyclic and Static Stresses, Journal of Applied Mechanics, 1950, pg. 113-125.
- [14] W. N. Findley, Combined-stress fatigue strength of 76S-T61 aluminum alloy with superimposed mean stresses and corrections for yielding, [Technical report NACA TN-2924]., NACA, Washington, 1953.
- [15] JAN PAPUGA. Pragtic, "References", 2020  
Disponível em: <<http://www.pragtic.com/PragTicHelp/files/%7B27986C2A-0335-46F8-9DA9-B052FBEAE675%7D.htm#ZSL00>>. Acesso em: 28, Julho, 2020.
- [16] HANAKI, S.; OKADA, K.; SAKAIDA, A.; SUGETA, A.; NISHIKAWA, I.; UENO, A.; SAKAI, T.; Analytical Results of Fatigue Reliability for Structural Steels Based on "Database on Fatigue Strength of Metallic Materials", Journal of the Society of Material Science, Japan, Vol. 61, No. 2, 2012, pg.98-105.
- [17] SHIRAIWA, T.; MIYAZAWA, Y.; ENOKI, M.; Prediction of Fatigue Strength in Steels by Linear Regression and Neural Network, Materials Transactions, Vol. 60 No. 2, 2018, pg. 189-198.

[18] ALTAIR ENGINEERING, eFatigue, 2020

Disponível em: <<https://www.efatigue.com/>>. Acesso em: 28, Julho, 2020.

[19] JAN PAPUGA. Pragtic, “Liu & Zenner method”, 2020

Disponível em: <<http://www.pragtic.com/PragTicHelp/files/%7B30D3F8CA-6179-4BFE-86EBB1E32EA4F10C%7D.htm>>. Acesso em: 01, Agosto, 2020.



## APÊNDICE A

A tabela abaixo é uma compilação de todos materiais da “*Materials Database*” do FADOFF [5] que possuem registro de algum dos limites de fadiga ( $S_L$ ,  $S_{Lp}$ ,  $\tau_L$  ou  $\tau_{Lp}$ ). Para cada um dos materiais documentados, é feita no website a referência à publicação onde o experimento que gerou as propriedades em questão foi citado. Estes foram os pontos amostrais expostos nos gráficos das figuras 8-28.

É importante ressaltar que, no website FADOFF, não foi possível encontrar explicitamente a definição clara dos limites de fadiga expostos, mas a referência [19], do site Pragtic (predecessor do FADOFF) indica que provavelmente os limites de fadiga estão definidos, no banco de dados, como a tensão *máxima* do carregamento cíclico. Nas análises do presente trabalho, foram comparadas as tensões *alternadas*, e por isso utilizando-se a premissa de que o FADOFF utiliza tensões máximas, dividiu-se os valores listados dos carregamentos pulsantes por 2. Os valores mostrados na tabela abaixo já são referentes às tensões alternadas.

E – Módulo de elasticidade (GPa)

$S_U$  – Resistência à ruptura (MPa)

$S_Y$  – Resistência ao escoamento (MPa)

$\nu$  – Módulo de Poisson elástico

$S_L$  – Limite de fadiga axial totalmente alternado, tensão alternada (MPa)

$S_{Lp}$  – Limite de fadiga axial pulsante, tensão alternada (MPa)

$\tau_L$  – Limite de fadiga torsional totalmente alternado, tensão alternada (MPa)

$\tau_{Lp}$  – Limite de fadiga torsional pulsante, tensão alternada (MPa)

ID	Name	Type	E (GPa)	S <sub>U</sub> (MPa)	S <sub>Y</sub> (MPa)	$\nu$	S <sub>L</sub> (MPa)	S <sub>Lp</sub> (MPa)	$\tau_L$ (MPa)	$\tau_{Lp}$ (MPa)
31	0.1%C steel	General structural carbon steel	0	431	0	0	0	0	151.4	0
497	0.13%C steel	General structural carbon steel	0	479	309	0	0	0	161	0
531	0.14%C steel	General structural carbon steel	203.5	373	240	0.287	205.9	0	132.4	0
23	0.35%C steel		209.9	559	0	0.292	215.8	0	137	0
39	0.4%C steel	General structural carbon steel	0	649	0	0	0	0	207	0
40	0.4%C steel	General structural carbon steel	0	477	0	0	0	0	156	0
494	0.6%C steel	Heat treatable steel	205.6	772	510	0.285	0	0	221	0
498	0.6%C steel	Heat treatable steel	209.2	1220	1112	0.285	0	0	363	0
41	0.9%C steel (pearlitic)		0	848	0	0	0	0	240.9	0
61	100Cr6	Heat treatable steel	202	2467	2115	0	866	0	541	0
168	10HNAP		215	566	418	0.29	252.3	0	182	0
275	10HNAP		215	556	414	0.29	252	0	145	0
144	11523.1	Higher strength weldable structural carbon steel	0	551	365	0	210	0	180	0
424	15HM	General structural carbon steel	0	618	482	0	0	0	345	0
279	18G2A		213	611	394	0.31	204	0	0	0
452	18G2A		0	0	0	0	204	0	157	0
483	20MnCr5		0	1028	940	0	516	416	303	0
466	24S-T3		73.4	503	372	0	174.6	167.3	0	0
3	25CrMo4	Heat treatable steel	220	780	660	0	361	300	228	0
52	25CrMo4	Heat treatable steel	220	780	660	0	361	321.5	228	0
486	25CrMo4	Heat treatable steel	217	801	672	0	340	300	228	0
469*	25CrMo4*	Heat treatable steel	220	780	660	0	361	300	250	125 (250?)

\*Conforme descrito na seção 4.4 e nas conclusões do trabalho, há argumentos para acreditar que a entrada de dados para  $\tau_{Lp}$  deste material no FADOFF está errada, provavelmente trocada de 250 para 125 em função de confusão de conceito entre a tensão alternada e máxima do carregamento cíclico aplicado no experimento em questão.

ID	Name	Type	E (GPa)	S <sub>U</sub> (MPa)	S <sub>Y</sub> (MPa)	v	S <sub>L</sub> (MPa)	S <sub>Lp</sub> (MPa)	τ <sub>L</sub> (MPa)	τ <sub>Lp</sub> (MPa)
454	27MnVS6	Microalloyed steel	197	820	554	0	339	0	0	0
15	3%C cast iron	Grey cast iron	0	181	0	0	0	0	91.2	0
42	3%Ni steel (30/35 ton)		0	527	0	0	0	0	205.4	0
32	3,5%NiCr steel	Heat treatable steel	0	896	0	0	0	0	352.1	0
45	3.5%NiCr steel		0	897	0	0	0	0	324.3	0
149	30CrNiMo8		206	910	700	0	480	0	0	0
277	30CrNiMo8		217	1014	812	0.25	0	0	370	0
5	30NCD16	Heat treatable steel	200	1160	1020	0.29	0	0	415	0
6	30NCD16	Heat treatable steel	200	1160	1020	0.29	0	0	410	0
7	30NCD16	Heat treatable steel	200	1200	1020	0.29	0	0	428	0
184	30NCD16	Heat treatable steel	200	1200	950	0.29	560	0	426	0
253	30NCD16	Heat treatable steel	200	1200	1080	0.3	560	0	428	0
254	30NCD16	Heat treatable steel	0	1800	0	0	0	0	410	0
292	30NCD16		200	1200	895	0.3	560	0	428	0
43	3-3.5%Ni steel (45/50 ton)		0	723	0	0	0	0	267.2	0
4	34Cr4	Heat treatable steel	192	858	700	0	415	0	256	0
13	34Cr4	Heat treatable steel	218	795	657	0	410	320	256	0
12	34CrMo4	Heat treatable steel	0	902	706	0	392	320	295	259
255	35CD4	Heat treatable steel	200	1123	1019	0.3	558	0	384	0
53	35CrMo4	Heat treatable steel	200	1123	1019	0.3	558	0	384	0
174	35NiCrMo4		0	0	0	0	558	0	384	0
455	38MnVS5	Microalloyed steel	195	935	647	0	372	0	0	0
26	39NiCrMo3	Heat treatable steel	206	856	625	0	367.5	0	265	0
675	41 1523.1		210	550	335	0	220	0	134.3	0
10	42CrMo4	Heat treatable steel	0	1025	888	0	0	0	260	0
150	42CrMo4	Heat treatable steel	211.4	1111	998	0	529	0	0	0

ID	Name	Type	E (GPa)	S <sub>U</sub> (MPa)	S <sub>Y</sub> (MPa)	$\nu$	S <sub>L</sub> (MPa)	S <sub>Lp</sub> (MPa)	$\tau_L$ (MPa)	$\tau_{Lp}$ (MPa)
446	42CrMo4	Heat treatable steel	217.6	1142	1003	0.29	485	375	315	297.5
447	42CrMo4	Heat treatable steel	218.8	816	413	0.296	290	225	200	0
564	42CrMo4	Heat treatable steel	212	724	391	0	282	0	0	0
151	49MnVS3	Microalloyed steel	210.2	840	566	0	388	0	0	0
14	5695 mild steel	General structural carbon steel	0	374	0	0	0	0	137.3	0
27	6082-T6		0	343	0	0	0	0	87	0
674	6082-T6 aluminum	Aluminum wrought alloy	0	0	0	0	0	0	76.2	0
28	76S-T61 aluminum	aluminum wrought alloy	0	519	481	0	0	0	109.7	100
29	76S-T61 aluminum	aluminum wrought alloy	0	519	481	0	0	0	119.3	105.4
30	76S-T61 aluminum	aluminum wrought alloy	0	519	481	0	0	0	143.4	121.2
16	982 FA hard steel	Heat treatable steel	0	681	401	0	0	0	196.1	0
425	A365 GR5	Aluminum cast alloy	0	623	485	0	0	0	342	0
426	A387 GR22	Aluminum cast alloy	0	786	675	0	0	0	462	0
243	AISI 8620	Heat treatable steel	200	0	0	0	870	0	0	0
244	AISI 8620		200	0	0	0	820	0	0	0
245	AISI 8620		200	0	0	0	920	0	0	0
514	Al Gamma-Silumin		0	203	108	0	0	0	53	41.7
460	AlCuMg2	Aluminum wrought alloy	75	490	310	0	167.3	0	0	0
461	AlCuMg2	Aluminum wrought alloy	75	596	438	0	165	0	0	0
541	alloyed cast iron	Higher strength cast steel	0	352	0	0	73.6	0	0	0
551	alloyed cast iron	Higher strength cast steel	0	419	0	0	63.7	0	0	0
152	AlMg4.5Mn	Aluminum wrought alloy	71.5	363	298	0	175	0	0	0
518	bronze A (wrought bronze)	copper alloy	0	604	429	0	0	0	58.8	56.4
24	C35N	Heat treatable steel	0	550	313	0	250	0	150	0
25	C35N	Heat treatable steel	0	533	264	0	189	175	150	0
251	C36	Heat treatable steel	0	0	0	0	236	0	169	0

ID	Name	Type	E (GPa)	S <sub>U</sub> (MPa)	S <sub>Y</sub> (MPa)	v	S <sub>L</sub> (MPa)	S <sub>Lp</sub> (MPa)	τ <sub>L</sub> (MPa)	τ <sub>Lp</sub> (MPa)
34	Cast alloy steel	Higher strength cast steel	202	808	677	0.274	0	0	277.2	0
445	Ck 35	Heat treatable steel	0	706	539	0	306	253	219	198.5
153	Ck 45		210.5	790	531	0	382	0	0	0
423	Ck 45	Heat treatable steel	0	0	0	0	423	0	287	0
515	copper electrolytic	copper alloy	0	220	43	0	0	0	49	0
37	CrMo cast iron		0	287	0	0	0	0	150.3	0
523	Cr-Ni steel (VCN 35)	Heat treatable steel	0	1059	965	0	0	0	304	299.1
524	Cr-Ni steel (VCN 35)	Heat treatable steel	0	721	393	0	0	0	215.8	0
525	Cr-Ni-W steel (EFD 70)	Heat treatable steel	0	1584	1279	0	0	0	367.8	0
496	CrV steel	Heat treatable steel	209.2	1220	1158	0.285	0	0	386	0
532	Cr-V steel	Heat treatable steel	206.9	1128	731	0.285	519.8	0	308.9	0
533	Cr-V steel	Heat treatable steel	206.9	1128	888	0	519.8	0	402.1	0
44	CrVa steel (45/50 ton)		0	752	0	0	0	0	257.9	0
35	CuCr cast iron		198.6	499	0	0.263	0	0	222.4	0
17	D-30 aluminum	Aluminum wrought alloy	0	433	303	0	0	0	100	0
512	Duralumin 681 b	Aluminum wrought alloy	0	266	117	0	0	0	63.7	0
513	Duralumin 681 b	Aluminum wrought alloy	0	400	237	0	0	0	78.5	0
510	Elektron AZM	Magnesium alloy	0	307	133	0	0	0	60.8	0
287	En24T		0	850	0	0	405	0	270	0
435	En25T	Heat treatable steel	0	0	0	0	476	0	273	0
465	En3B	General structural carbon steel	197.4	639	606	0	206.3	0	0	0
20	FGS 800-2	Nodular cast iron	165	795	462	0.275	245	0	220	0
528	Ge 12 (cast iron)	Grey cast iron	0	114	111	0	0	0	63.7	41.7
536	Ge 12.91	Grey cast iron	0	175	0	0	34.4	0	0	0
537	Ge 14.91	Grey cast iron	0	167	0	0	34.3	0	0	0
556	Ge 14.91	Grey cast iron	0	167	0	0	39.2	0	0	0

ID	Name	Type	E (GPa)	S <sub>U</sub> (MPa)	S <sub>Y</sub> (MPa)	v	S <sub>L</sub> (MPa)	S <sub>Lp</sub> (MPa)	τ <sub>L</sub> (MPa)	τ <sub>Lp</sub> (MPa)
538	Ge 18.91	Grey cast iron	0	247	0	0	63.7	0	0	0
539	Ge 22.91	Grey cast iron	0	237	0	0	58.8	0	0	0
529	Ge 24 (special cast iron)	Grey cast iron	0	243	0	0	0	0	127.5	78.5
540	Ge 26.91	Grey cast iron	0	266	0	0	73.6	0	0	0
565	GG 30	Nodular cast iron	0	294	304	0	174	111	0	0
58	GG-20	Grey cast iron	127.5	224	0	0	98.1	58.9	93.2	0
49	GGG-40	Nodular cast iron	165	447	334	0.28	244	164	226	185
477	GGG-40	Nodular cast iron	0	427	289	0	0	0	196.1	0
51	GGG-60	Nodular cast iron	162	815	516	0	275	196	249	0
508	GGG-60	Nodular cast iron	0	672	418	0	0	0	245.2	0
509	GGG-70	Nodular cast iron	0	720	485	0	0	0	294.2	0
252	GS-52	Higher strength cast steel	0	0	0	0	250	0	215	0
507	GTS-35	Malleable cast iron	0	353	235	0	0	0	186.3	0
50	GTS-45	Malleable cast iron	160	449	305	0.27	250	0	175	0
493	GTS-45	Malleable cast iron	0	515	343	0	0	0	220.7	0
475	GTS-55	Malleable cast iron	0	554	358	0	0	0	230.5	0
476	GTS-70	Malleable cast iron	0	711	593	0	0	0	274.6	0
542	high-quality cast iron	Higher strength cast steel	0	442	0	0	112.8	0	0	0
543	high-quality cast iron	Higher strength cast steel	0	451	0	0	117.7	0	0	0
544	high-quality cast iron	Higher strength cast steel	0	370	0	0	112.8	0	0	0
545	high-quality cast iron	Higher strenght cast steel	0	342	0	0	117.7	0	0	0
36	Inoculated cast iron		149.6	360	0	0.262	0	0	176.1	0
9	JIS SM490A	Heat treatable steel	0	710	550	0	343	265	204	175
462	Metasafe 900		200	870	616	0	402.9	0	0	0
463	Metasafe 900		200	845	650	0	371.9	0	0	0
517	Ms 60 (wrought brass)	copper alloy	0	392	118	0	0	0	98.1	73.6
516	Ms 70 (yellow tombac)	copper alloy	0	335	110	0	0	0	78.5	0

ID	Name	Type	E (GPa)	S <sub>U</sub> (MPa)	S <sub>Y</sub> (MPa)	v	S <sub>L</sub> (MPa)	S <sub>Lp</sub> (MPa)	τ <sub>L</sub> (MPa)	τ <sub>Lp</sub> (MPa)
38	NiCr cast iron		128.9	290	0	0.317	0	0	137.5	0
47	NiCr steel (95/105 ton)	Heat treatable steel	0	1668	0	0	0	0	452.5	0
46	NiCrMo steel (75/80 ton)	Heat treatable steel	0	1243	0	0	0	0	342.9	0
48	Nicrosilal cast iron	Nodular cast iron	0	257	0	0	0	0	211.6	0
677	OFHC pure copper		120	220	42	0.3	88	0	60	0
21	S65A	Heat treatable steel	200.6	1001	947	0.265	0	0	370.7	343.7
256	S65A		200.6	894	849	0.265	0	0	330.9	306.8
519	SAE 4340	Heat treatable steel	0	875	776	0	0	0	286	0
276	SAE1045		0	621	0	0	211.5	0	125.5	0
676	SF1/700-2 class cast iron	Nodular cast iron	0	0	0	0	196.5	0	177.5	0
33	Silal cast iron	Nodular cast iron	0	241	0	0	0	0	219.3	0
495	SiMn steel	Heat treatable steel	205.6	1405	1282	0.285	0	0	381	0
522	St100	Heat treatable steel	0	979	523	0	0	0	284.4	240.3
59	St35	General structural carbon steel	215.7	395	245	0	203	145	120	102
263	St35	General structural carbon steel	215.7	395	245	0	189	0	122	0
448	St35	General structural carbon steel	222.2	543	340	0.293	230	180	130	0
563	St35	General structural carbon steel	200	399	232	0.289	196	0	0	0
520	St37	General structural carbon steel	0	343	222	0	0	0	103	103
154	St42	General structural carbon steel	206	0	0	0	220	0	0	0
155	St42	General structural carbon steel	206	457	384	0	250	0	0	0
521	St48	General structural carbon steel	0	529	344	0	0	0	147.1	0
456	St52-3	General structural carbon steel	210	544	364	0	245	0	0	0
11	St60	General structural carbon steel	0	765	550	0	294	250	176	0
527	stainless steel V 2 AW	Stainless steel	0	663	279	0	0	0	132.3	0
156	StE 460	Fine-grained structural steel	208	682	510	0	321	0	0	0

ID	Name	Type	E (GPa)	S <sub>U</sub> (MPa)	S <sub>Y</sub> (MPa)	v	S <sub>L</sub> (MPa)	S <sub>Lp</sub> (MPa)	τ <sub>L</sub> (MPa)	τ <sub>Lp</sub> (MPa)
157	StE 460		208	0	0	0	237	0	0	0
158	StE 460		208	0	0	0	208	0	0	0
159	StE 690		209	825	767	0	478	0	0	0
160	StE 690		209	0	0	0	338	0	0	0
161	StE 690		209	0	0	0	248	0	0	0
546	Te 38.92	Malleable cast iron	0	569	0	0	137.3	0	0	0
547	Te 38.92	Malleable cast iron	0	465	0	0	137.3	0	0	0
548	Te 38.92	Malleable cast iron	0	483	296	0	0	0	156.9	0
549	Te 38.92	Malleable cast iron	0	466	283	0	0	0	152	0
552	Te 38.92	Malleable cast iron	0	443	0	0	112.8	0	0	0
553	Te 38.92	Malleable cast iron	0	436	0	0	98.1	0	0	0
554	Te 38.92	Malleable cast iron	0	497	301	0	0	0	142.2	0
555	Te 38.92	Malleable cast iron	0	463	291	0	0	0	127.5	0
22	Ti-6Al-4V	Titanium alloy	110	1090	980	0.3	583	0	411	0
19	XC18	Heat treatable steel	210	520	350	0.3	273	0	186	0